

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

کتاب معلم (راهنمای تدریس)

# ریاضی

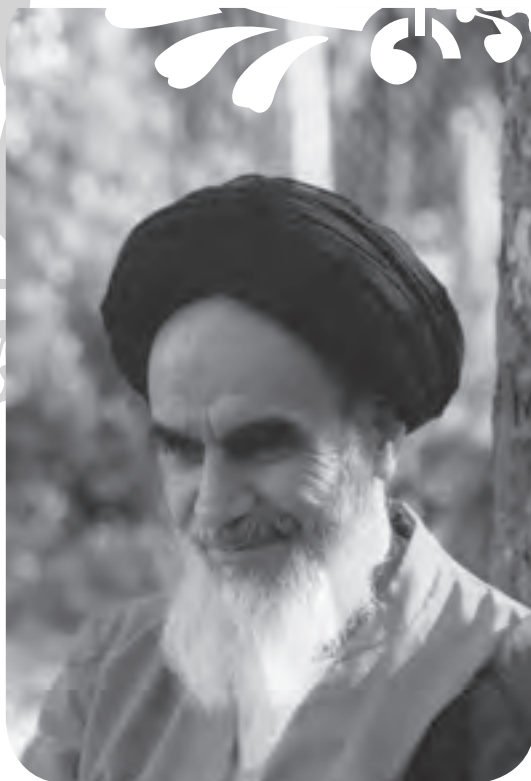


ششم دبستان ۱۳۹۵



نام کتاب :	کتاب معلم ریاضی ششم دبستان - ۷۴/۱۰
پدیدآورنده :	سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف :	دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری
شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف :	حمیدرضا امیری، علی ایرانمنش، مهدی ایزدی، طیبه حمزه‌بیگی، خسرو داودی، محمد هاشم‌رستمی، ابراهیم ریحانی، محمدرضا سیدصالحی، احمد شاهورانی، میرشهرام صدر، شادی صفی‌نیا، اکرم قابل‌رحمت، محمد مقاصدی (اعضای شورای برنامه‌ریزی)
مدیریت آماده‌سازی هنری :	اسمعیل احمدی، جعفر اسدی گرمارودی، مهدی ایزدی، محمد حسن بیژن‌زاده، خدیجه بیات‌فر، زهره پندی، علی حاجلو، مرضیه حسنی، ملیحه دوستی، خسرو داودی، داود رضایی، ابراهیم ریحانی، شیما زهره‌وند، فائزه شیخ‌علیان، آریتا صالحیان، شادی صفی‌نیا، مجتبی قربانی‌آرانی، ژیلایملکی (اعضای گروه تألیف)
مدیریت آماده‌سازی :	اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
شناسه افزوده آماده‌سازی :	لیدا نیک‌روش (مدیر امور فنی و چاپ) - جواد صفری (مدیر هنری) - پروانه امیراحمدی (صفحه‌آرا) - مریم دهقان زاده، مرضیه اخلاقی، سیده فاطمه طباطبایی، فرشته ارجمند، زهرا رشیدی مقدم، زینت بهشتی شیرازی، راحله زاد فتح‌الله، ناهید خیام‌باشی (امور آماده‌سازی)
نشانی سازمان :	تهران : خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی) تلفن : ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹، دورنگار : ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی : ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹ وبگاه : <a href="http://www.irtextbook.ir">www.irtextbook.ir</a> و <a href="http://www.chap.sch.ir">www.chap.sch.ir</a>
ناشر :	اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
چاپخانه :	شرکت افست «سهامی عام»
سال انتشار و نوبت چاپ :	چاپ اول ۱۳۹۵

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس‌برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع، بدون کسب مجوز، ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.



در علم و تقوا کوشش کنید که علم به هیچ کس انحصار ندارد.  
علم مال همه است. تقوا مال همه است و کوشش برای رسیدن  
به علم و تقوا وظیفه همه ماست و همه شماست.  
امام خمینی (رحمة الله علیه)





## فهرست مطالب

۱	فصل ۱ (عدد و الگوهای عددی)
۲	نگاه کلی به فصل
۲۰	درس اول (الگوهای عددی)
۲۸	درس دوم (یادآوری عددنویسی)
۳۵	درس سوم (بخش پذیری)
۴۰	درس چهارم (معرفی اعداد صحیح)
۴۷	فصل ۲ (کسر)
۴۸	نگاه کلی به فصل
۷۲	درس اول (جمع و تفریق کسرها)
۸۰	درس دوم (ضرب کسرها)
۸۴	درس سوم (تقسیم کسرها)
۹۲	درس چهارم (محاسبات با کسر)
۱۰۰	فصل ۳ (اعداد اعشاری)
۱۰۱	نگاه کلی به فصل
۱۱۲	درس اول (یادآوری)
۱۱۸	درس دوم (یادآوری ضرب و تقسیم)
۱۲۵	درس سوم (تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی)
۱۲۹	درس چهارم (تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری)
۱۳۴	فصل ۴ (تقارن و مختصات)
۱۳۵	نگاه کلی به فصل
۱۵۷	درس اول (مرکز تقارن و تقارن مرکزی)
۱۶۲	درس دوم (دوران)
۱۶۶	درس سوم (مختصات)
۱۷۳	درس چهارم (تقارن و مختصات)
۱۷۷	فصل ۵ (اندازه گیری)
۱۷۸	نگاه کلی به فصل
۱۹۴	درس اول (طول و سطح)
۱۹۷	درس دوم (حجم و جرم)
۲۰۰	درس سوم (مساحت دایره)
۲۰۴	درس چهارم (خط و زاویه)
۲۰۹	فصل ۶ (تناسب و درصد)
۲۱۰	نگاه کلی به فصل
۲۲۷	درس اول (کسر، نسبت و تناسب)
۲۳۶	درس دوم (درصد)
۲۴۴	درس سوم (کاربرد درصد در محاسبات مالی)
۲۵۰	درس چهارم (کاربرد درصد در آمار و احتمال)
۲۵۶	فصل ۷ (تقریب)
۲۵۷	نگاه کلی به فصل
۲۶۸	درس اول (تقریب)
۲۷۳	درس دوم (اندازه گیری و محاسبات تقریبی)



ساختار کتاب حاضر از دو بخش اصلی نگاه کلی به فصل و تشریح دروس تشکیل شده است. بخش نگاه کلی به فصل شامل نگاه کلی به فصل، شبکه مفهومی، تصویر عنوانی، دانستنی‌هایی برای معلم، توسعه مفاهیم، نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی، معرفی منابع، رابطه طولی مفاهیم از پایه اول تا پنجم و جدول انتظارات عملکردی است.

در قسمت نگاه کلی به فصل، نگاه اجمالی به محتوای فصل شده است. در شبکه مفهومی، ساختار فصل در قالب شبکه مفهومی به همراه ارتباطات موجود بین مفاهیم آن با استفاده از نمودار نمایش داده شده است. سپس اهداف کلی فصل مورد تشریح قرار گرفته و اهداف تصاویر عنوانی مورد بحث قرار گرفته است. در قسمت دانستنی‌هایی برای معلم، مطالبی در خصوص حیطه دانشی مرتبط با محتوای فصل به منظور دانش‌آموزانی آموزگاران محترم آورده شده است. در قسمت توسعه مفاهیم با چگونگی گسترش مفاهیم فصل مورد بحث قرار می‌گیرد. در ادامه نمونه سؤال‌الاتی برای ارزشیابی با توجه به اهداف هر فصل طراحی و ارائه شده است. در این نمونه سؤال‌الات سعی شده است تا ضمن مشخص کردن دامنه محتوایی و عملکردی مورد انتظار از دانش‌آموزان جهت ارزشیابی از انواع سؤال‌الات ارزشیابی از قبیل، تشریحی، چندگزینه‌ای، پرکردنی و... همچنین سؤال‌الات عملکردی استفاده شود.

قسمت منابع مفید، با هدف ارائه منابع مفید برای همکاران محترم جهت مطالعه آورده شده است. در قسمت رابطه طولی مفاهیم از پایه اول تا پنجم، سعی شده است رابطه طولی هر یک از مفاهیم مورد بحث در فصل ارائه شود. منظور از رابطه طولی سیر ارائه یک مفهوم از پایه اول تا قبل از پایه ششم است. قسمت پایانی بخش و نگاه کلی به فصل، جدول انتظارات عملکردی است که در این جدول معیارهایی برای سنجش عملکرد دانش‌آموزان در چهار سطح بسیار خوب، خوب، قابل قبول و نیاز به تلاش ارائه شده است که همکاران می‌توانند از این جدول برای ارزشیابی مستمر و پایانی دانش‌آموزان استفاده کنند. در بخش تشریح درس‌ها سعی شده است تا در حد امکان به مطالبی که می‌تواند برای آموزگاران محترم مفید بوده و کمک به بهبود فرایند یاددهی و یادگیری در کلاس درس کند، پرداخته شود. برای هر درس شامل قسمت‌های اهداف، شبکه مفهومی، روش تدریس، بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس، فعالیت‌های پیشنهادی، حل بعضی از سؤال‌ات تمرین، توصیه‌های آموزشی و بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان است. در کتاب حاضر سعی شده است به عنوان یکی از اجزای بسته آموزش ریاضی پایه ششم، پشتیبانی مناسبی از کتاب ریاضی پایه ششم که در جهت اهداف برنامه درسی ملی و در ادامه تغییر کتاب‌های درسی دوره ابتدایی تألیف شده، صورت گیرد. در ادامه به توضیح مختصری از اهداف برنامه درسی ملی و رویکردهایی که در تألیف کتاب درسی ریاضی و راهنمای معلم مدنظر قرار گرفته است پرداخته می‌شود<sup>۱</sup>:

زمانی تأکید کتاب‌های درسی ریاضی بیشتر بر توانایی انجام دادن محاسبات بود. در رویکرد جدید، ضمن توجه به این هدف، تأکید اصلی بر پرورش قوه تفکر و تعقل و رشد توانایی حل مسئله است. رسیدن به چنین هدفی، مشکلات و دشواری‌های فراوانی دارد و به سرعت امکان‌پذیر نیست ولی مد نظر قرار دادن آن می‌تواند جهت اصلی حرکت جامعه آموزشی ریاضی را تعیین کند. در این میان، اصلی‌ترین و مؤثرترین وظیفه بر عهده معلم قرار دارد. قدرت انعطاف و هماهنگی و همراهی معلمان با برنامه‌های جدید ستودنی است. بر این اساس، مؤلفان کتاب حاضر سعی کرده‌اند برای انجام وظیفه خویش در مورد آموزش معلمان، ضمن اطلاع‌رسانی مناسب و به‌هنگام درباره تألیف، کتاب راهنمای معلم را به موقع در اختیار همکاران عزیز قرار دهند.

ساختار کتاب درسی ریاضی از سه بخش «فعالیت»، «کار در کلاس» و «تمرین» تشکیل شده است. آنچه در هر «فعالیت» به طور عمده مد نظر بوده، آشنایی دانش‌آموزان با مفهوم درس و سهیم بودن آنان در ساختن دانش موردنظر است. فعالیت‌ها شامل مراحل ماندن درک کردن، کشف کردن، حل مسئله، استدلال کردن، بررسی کردن، حدس و آزمایش، توضیح راه حل، مرتب کردن، قضاوت در مورد یک راه حل و مقایسه راه حل‌های مختلف است. هدایت فعالیت‌ها به عهده معلم است و هر جا که لازم باشد، معلم راهنمایی لازم را ارائه خواهد کرد. در بسیاری موارد، انجام دادن فعالیت ساده و آسان نیست و صد البته، اجرای مناسب آن ارزش زیادی دارد. فعالیت‌ها در حد متوسط طراحی شده‌اند؛ بنابراین، معلم می‌تواند با توجه به زمان و توانایی دانش‌آموزان خود، یک فعالیت را غنی‌تر کند یا با ارائه توضیحات بیشتر و ایجاد تغییراتی، آن را ساده‌تر نماید.

هنگام انجام دادن فعالیت، هدایت گفت‌وگوی کلاسی یا گفتمان ریاضی، که در آن دانش‌آموزان به ارائه دیدگاه‌ها و دفاع از

۱- مطالب ارائه شده در ادامه از سند «تحلیل خط مشی‌ها، اسناد مصوب، پژوهش‌ها و منابع معتبر مرتبط با حوزه یادگیری ریاضی، ۱۳۹۵» برگرفته شده است.

ایده‌های خود و نیز قضاوت و ارزیابی افکار و روش‌های ریاضی دیگر دانش‌آموزان می‌پردازند، به عهده معلم است. به طور خلاصه، فراهم کردن موقعیت‌های یادگیری و فرصت دادن به دانش‌آموز برای اینکه خود به کشف مفهوم بپردازد، می‌تواند یکی از دل‌مشغولی‌های همکاران عزیزمان باشد. «کار در کلاس» با هدف تثبیت و تعمیق و در مواردی، تعمیم یادگیری طراحی شده و انتظار این است که دانش‌آموزان بیشترین سهم را در انجام آن داشته باشند. حل «تمرین»‌ها به عهده دانش‌آموزان است؛ اما ضرورت دارد که معلم زمینه را برای طرح پاسخ‌ها و بررسی آنها در کلاس فراهم سازد. بخشی از تمرین‌ها که فضای کافی برای نوشتن جواب ندارند، می‌تواند در دفتر دانش‌آموزان انجام شود.

پژوهشگران و آموزشگران در مورد ضرورت آموزش راهبردهای حل مسئله، تقریباً اتفاق نظر دارند اما نظر آنها در مورد چگونگی انجام دادن این کار، متفاوت است. در این کتاب آموزش راهبردها از متن درس جدا نشده است. ضمناً اصراری بر ذکر عناوین راهبردها جز در موارد مشخص و آشنا نبوده و بنابراین، از آوردن عبارت‌ها و واژه‌های نامأنوس پرهیز شده است. با آنکه بخش جداگانه‌ای با عنوان «حل مسئله» در کتاب وجود ندارد، دانش‌آموزان در اکثر فعالیت‌ها به نوعی درگیر فرایند حل مسئله می‌شوند. علاوه بر این، اساساً آموزش راهبردها ممکن است به زمانی طولانی نیاز داشته باشد؛ زیرا هر راهبردی ممکن است شامل ده‌ها راهبردی جزئی‌تر باشد. ارائه راه حل‌ها و روش‌های مختلف حل یک مسئله نیز به صورت هدفمند دنبال شده است. پژوهش‌ها نشان می‌دهند که دانش‌آموزان هنگام روبه‌رو شدن با یک مسئله – به ویژه وقتی که الگوریتمی مشخص برای حل آن نیامخته باشند – به روش‌های متفاوتی عمل می‌کنند. به هر حال، الزام و اجبار دانش‌آموزان به استفاده از یک روش خاص مورد نظر نیست.

ریاضیات به عنوان علم مطالعه الگوها و ارتباطات، هنری دارای نظم و برخوردار از سازگاری درونی، زبانی دقیق برای تعریف دقیق اصطلاحات و نمادها و ابزار کار در بسیاری از علوم و حرفه‌ها تعریف شده است. ریاضیات و کاربردهای آن بخشی از زندگی روزانه و در جهت حل مشکلات زندگی در حوزه‌های مختلف به شمار می‌آید که دارای کاربردهای وسیع در فعالیت‌های متفاوت انسانی است. قلمرو آموزش ریاضی از یک سو درک مفاهیم ریاضی شامل: اعداد و محاسبات عددی، جبر و نمایش نمادین (الگوها، رابطه‌ها، تابع‌ها)، هندسه و اندازه‌گیری، داده‌ها، آمار و احتمال است. از سوی دیگر، در این حوزه دانش‌آموزان باید با فرایندهای ریاضی نظیر حل مسئله و به کارگیری استراتژی‌های حل مسئله، مدل‌سازی (مسائل واقعی و پدیده‌ها استدلال، تفکر نقاد و استدلال منطقی (تعمیم دادن، پیش‌بینی، فرضیه‌سازی، حدسیه‌سازی و آزمون حدسیه‌ها، توضیح دادن و تبیین جواب‌ها/ تأیید و تصدیق جواب‌ها، دسته‌بندی کردن، مقایسه کردن، به کارگیری الگوها)؛ تفکر تجسمی یا دیداری و تفکر خلاق (استدلال فضایی، حل کردن مسئله‌های غیر معمول، الگوهای تجسمی، تولید مسئله در قالب داستانی و بافت واقعی و تخیلی)، اتصال و پیوندهای موضوعی و مفهومی ریاضی، گفت‌وگوهای (فرهنگی و ارتباطی – خواندن و نوشتن ریاضی) تصمیم‌گیری و تصمیم‌سازی، تخمین زدن و دقت یافتن آشنا شده و در آن مهارت یابند. در ریاضیات مدرسه‌ای، فعالیت‌های آموزشی باید برخاسته از ریاضیات محیط پیرامون باشد و به دانش‌آموزان کمک کند تا مفاهیم و گزاره‌های ریاضی را در محیط پیرامونی خود مشاهده، تجزیه و تحلیل و درک کنند و برای مفاهیم ریاضی در محیط پیرامونی تعبیرهای گوناگونی به دست آورند. این امر امکان درک شهودی آنان را که راهنمای عمل ریاضی دانان است، تقویت می‌کند.

## ۱- حل مسئله

حل مسئله یکی از عناصر محتوای کتاب‌های ریاضی دارد. پولیا<sup>۱</sup> (۱۹۶۲) تسلط بر ریاضیات را توانایی و مهارت در حل مسئله و به معنای داشتن استقلال اندیشه، عقل سلیم و نیروی نوآفرینی دانسته. به این ترتیب، نخستین و مهم‌ترین وظیفه دوره ریاضیات دبیرستانی، عبارت است از تأکید بر جنبه‌های منطقی متکی بر روش روند حل مسئله‌ها. پژوهشگران و آموزشگران در مورد ضرورت آموزش راهبردهای حل مسئله، تقریباً اتفاق نظر دارند اما نظر آنها در مورد چگونگی انجام دادن این کار، متفاوت است. در این کتاب آموزش راهبردها از متن درس جدا نشده است. ضمناً اصراری بر ذکر عناوین راهبردها جز در موارد مشخص و آشنا نبوده و بنابراین، از آوردن عبارت‌ها و واژه‌ها در کتاب وجود ندارد، دانش‌آموزان در اکثر «حل مسئله» نامأنوس پرهیز شده است. با آنکه بخش جداگانه‌ای با عنوان فعالیت‌ها به نوعی درگیر فرایند حل مسئله می‌شوند. علاوه بر این، اساساً آموزش راهبردها ممکن است به زمانی طولانی نیاز داشته باشد؛ زیرا هر راهبردی ممکن است شامل ده‌ها راهبردی جزئی‌تر باشد. ارائه راه حل‌ها و روش‌های مختلف حل یک مسئله نیز به صورت هدفمند دنبال شده است.

## طرح مسئله ریاضی

طرح مسئله ریاضی به عنوان تولید مسائل جدید و نیز صورت‌بندی تازه‌ای از یک مسئله موجود تعریف شده است (سیلور، ۱۹۹۴). سیلور سه نوع طرح مسئله را به نام‌های طرح مسئله‌ای که در قبل، حین یا بعد از حل مسئله رخ می‌دهد مشخص کرده است. تعریف سیلور به این امر اشاره می‌کند که لازم است طرح مسئله ریاضی را در هر بحث و گفت‌وگو درباره حل مسئله ریاضی در نظر بگیریم. مزایای استفاده از تکالیف طرح مسئله در کلاس‌های درس ریاضی در تمام پایه‌ها بررسی شده است و نمی‌توان نادیده گرفت که چنین تکالیفی می‌توانند روی ویژگی‌های دیگر دانش‌آموزان تأثیر بگذارند از جمله روی: ۱- استعداد در ریاضیات، شامل درک و فهم و توانایی حل مسئله، ۲- نگرش‌ها نسبت به ریاضیات، شامل حس کنجکاوی و علاقه، ۳- احساس مالکیت نسبت به کار خود (انگلیش، ۱۹۹۷a؛ گروندمیر، ۲۰۰۲؛ نوٹ، ۲۰۰۲؛ پرین، ۲۰۰۷).

## مسئله‌بازیاسخ

در حل مسئله پاسخ‌باز مسئله چندین پاسخ احتمالی خواهد داشت که می‌توان آنها را به چندین روش به دست آورد و تمرکز نه بر روی پاسخ مسئله، بلکه بر شیوه‌های رسیدن به پاسخ است (مکینتاش و جرت، ۲۰۰۰). همان‌گونه که دریافت از راه دو حس مختلف را ترجیح می‌دهیم، به همان‌گونه متقاعد شدن از راه دو استدلال متفاوت را ترجیح می‌دهیم (بولیا ترجمه احمد آرام ۱۳۶۹). اطلاع از اینکه مسائل می‌توانند با راه‌های مختلف حل شوند در روشی که دانش‌آموزان با مسائل برخورد می‌کنند تأثیر خواهد گذاشت. دانش‌آموزی که فکر می‌کند تنها یک «راه درست» برای حل مسئله وجود دارد ممکن است که روی مسئله خاصی مدتی فکر کند و اگر توفیقی حاصل نکرد آن را رها کند و منتظر بماند تا در کلاس تکنیک حل به او ارائه شود و این الگویی است که بیشتر دانش‌آموزان ما در مدرسه به کار می‌گیرند. شاگردی که فکر می‌کند جا برای کشف ریاضی وجود دارد و از آن استفاده می‌کند، احتمال زیاد دارد که با مسئله بیشتر درگیر شود، پیوندهایی برای خودش پیدا کند و شاید به یک راه حل غیر منتظره‌ای دست‌یابی پیدا نماید (ریس، رابرت و همکاران، ترجمه مسعود نوروزیان، ۱۳۸۱).

## ۱- استدلال و اثبات

استدلال و اثبات از عناصر مهم در تبیین محتوای کتاب‌های درسی ریاضی می‌باشد. هدف از ارائه استدلال و اثبات در آموزش ریاضی با هدف آن در ریاضیات محض متفاوت است. توجه به این موضوع در چگونگی ارائه استدلال‌ها و اثبات‌ها در کتاب‌های درسی بسیار تأثیرگذار خواهد بود.

استدلال<sup>۱</sup> و اثبات<sup>۲</sup>، از جمله مهارت‌هایی هستند که به‌طور کلی در زندگی روزمره و به‌طور خاص در آموزش ریاضی از جایگاه خاصی برخوردار می‌باشند. آشنایی با این دو فرایند در ریاضیات و توانایی به‌کارگیری آنها می‌تواند زمینه‌ساز تفکر منطقی در افراد باشد. قضاوت در مورد درستی یک استدلال، قضیه یا گزاره‌ای در ریاضیات، از فرایندی به نام اثبات نشأت می‌گیرد. بسیاری از محققین آموزش ریاضی بر این باورند که فرایند استدلال و اثبات برای شناخت و انجام فعالیت‌های ریاضی و توسعه تفکر منطقی ضروری است و یکی از ابزارهای مهم در آموزش و یادگیری ریاضیات می‌باشد (NCTM<sup>۳</sup>، ۲۰۰۰؛ هارل<sup>۴</sup> و ساودر<sup>۵</sup>، ۲۰۰۷؛ استایلیانیدز<sup>۶</sup> و استایلیانیدز، ۲۰۰۸؛ هنا<sup>۷</sup> و بارثو<sup>۸</sup>، یانکویتز<sup>۹</sup>، ۲۰۰۹؛ کاگسی<sup>۱۰</sup> و همکاران، ۲۰۱۰).

۱\_ Reasoning

۲\_ Proof

۳\_ National council of teachers of mathematics

۴\_ Harel

۵\_ Sowder

۶\_ Stylianides

۷\_ Hanna

۸\_ Barbeau

۹\_ Yankelowitz

۱۰\_ Kögce

## ۲- گفتن ریاضی<sup>۱</sup> (شامل فرهنگ خواندن و نوشتن ریاضی)

منظور از گفتن ریاضی، سخن گفتن، نوشتن، بحث کردن، سؤال کردن، توضیح دادن، توجیه کردن و استدلال کردن در مورد ایده‌ها و مفاهیم ریاضی است. گفت‌وگوی دانش‌آموزان با معلم و گفت‌وگوی آنها با یکدیگر چه انفرادی و چه به صورت گروهی و توضیح دادن در مورد تفکرات و نیز دفاع از ایده‌ها و نیز قضاوت و ارزیابی در مورد ایده‌های ریاضی دیگر دانش‌آموزان و نیز نقد و بررسی راه‌حل‌های یک مسئله در کلاس درس بخش‌های مهمی از فرایند گفتن ریاضی به‌شمار می‌روند. گفتن یک بخش ضروری از آموزش ریاضی است؛ یک راه به اشتراک گذاری ایده‌ها و شفاف کردن درک و فهم است. از طریق گفتن، ایده‌ها تحت بازتاب، پالایش، بحث و ترمیم قرار می‌گیرند. فرایند گفتن همچنین به معنی بخشی و ماندگاری ایده‌ها کمک می‌کند و به آنها عمومیت می‌بخشد. هنگامی که دانش‌آموزان برای تفکر و استدلال ریاضی به چالش کشیده شوند و نتایج تفکر خود را با دیگران به صورت شفاهی یا کتبی به گفتن بگذارند، آنها توضیح دادن و متقاعد کردن را فرا می‌گیرند. گوش دادن به توضیحات دیگران فرصت‌هایی را برای توسعه درک دانش‌آموزان فراهم می‌سازد. گفت‌وگوهایی که در آنها ایده‌های ریاضی از جنبه‌های گوناگون مورد بررسی قرار می‌گیرند به افراد کمک می‌کند تا تفکرات خود را دقیق‌تر کنند و پیوندهایی بین مباحث را برقرار کنند (NCTM، ۲۰۰۰).

معلم در فرایند گفتن نقش به‌سزایی دارد. معلم ریاضی با هدایت مؤثر گفتن در کلاس درس با دیدگاه‌ها، افکار، ایده‌ها و مشکلات و بدفهمی‌های دانش‌آموزان درباره موضوع مورد بحث آشنا می‌شود و در صورت اقدام مناسب می‌تواند با مشارکت دانش‌آموزان به درک بهتر مفاهیم و موضوعات ریاضی و برطرف کردن بدفهمی‌ها کمک نماید. از این منظر بسیاری از مواقع گفتن ریاضی که پس از حل یک مسئله در کلاس درس اتفاق می‌افتد اهمیتی دوچندان می‌یابد.

### پیوندها و اتصالات<sup>۲</sup>

وقتی مفاهیم و موضوعات ریاضی به صورت منفک و مجزا به دانش‌آموزان داده شوند، آنها ریاضیات را گردآیه‌ای از مفاهیم، رویه‌ها و مباحث مجزا و نامرتبط در نظر می‌گیرند. در این صورت به دشواری ممکن است که دانش‌آموزان بتوانند مطالب آموخته شده را به مباحث قبلی مرتبط کنند و در نتیجه یادگیری معنی‌دار اتفاق نخواهد افتاد.

وقتی دانش‌آموزان بتوانند ایده‌های ریاضی را به هم مرتبط کنند عمیق‌تر و ماندگارتر می‌شود. آنها می‌توانند ارتباطات و اتصالات ریاضی را در تأثیر متقابل مباحث ریاضی، در زمینه‌هایی که ریاضی را به موضوعات دیگر مربوط می‌کند و در علایق و تجربیاتشان ببینند. از طریق آموزشی که بر ارتباط متقابل و درهم تنیدگی ایده‌های ریاضی تکیه دارد، دانش‌آموزان نه تنها ریاضیات می‌آموزند بلکه درباره فایده ریاضی هم می‌آموزند.

### بازنمایی

بازنمایی یا به نمایش درآوردن به هر دو عمل «پردازش کردن» و «تولید کردن» اشاره می‌کند. روش‌هایی که از طریق آن ایده‌های ریاضی نمایش داده می‌شوند به این دلیل که مردم چگونه و چقدر می‌توانند این ایده‌ها را بفهمند و از آنها استفاده کنند، زیربنایی و بنیادی است.

نمایش و بازنمایی‌ها باید به عنوان عناصر اساسی و ضروری در حمایت کردن از درک دانش‌آموزان از مفاهیم و روابط ریاضی تلقی گردد و همچنین در تبادل اطلاعات و تبادل نظر کردن درباره رویکردهای ریاضی، بحث و جدل‌ها و استدلال‌های ریاضی و ادراک خود نمایش‌ها و بازنمایی‌های دیگر به عنوان عناصر اصلی و واجب قلمداد شوند. در تشخیص دادن و شناسایی ارتباطات و پیوندهای میان مفاهیم مرتبط ریاضی و در به کارگیری ریاضیات برای موقعیت‌های واقعی مسئله از طریق مدل‌سازی نیز باید بازنمایی‌ها به عنوان عناصر اصلی و ضروری قلمداد شوند.

گروه تألیف، آمادگی دریافت نظرات و دیدگاه‌های تمامی همکاران و عزیزان را از طریق وبگاه واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی<sup>۳</sup> دارد. به علاوه، بسیاری از مطالب مربوط به پشتیبانی کتاب از طریق وبگاه یاد شده قابل دریافت است. اطمینان داریم که با اتکال به خداوند متعال و تکیه بر تلاش، اراده و همت معلمان عزیز می‌توانیم به برآورده شدن اهداف کتاب امیدوار باشیم.

مؤلفان

۱- Communication

۲- Connections

۳- www.mathrde.ir



# فصل اوّل



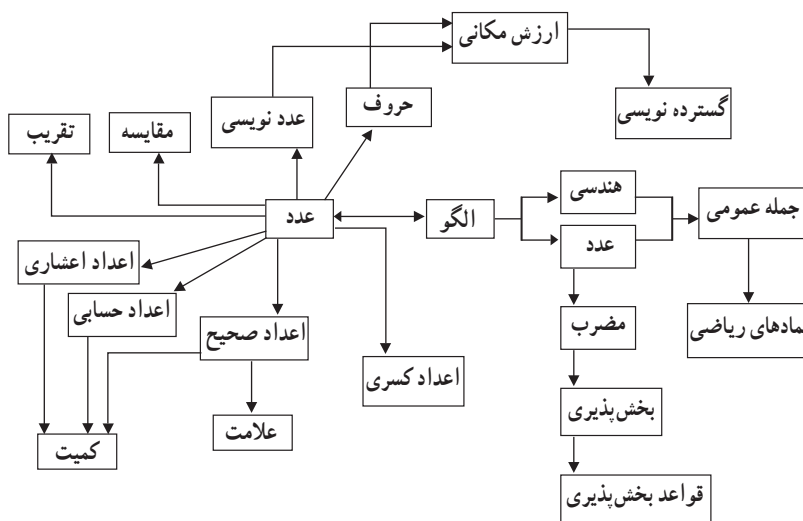
## عدد و الگوهای عددی



## نگاه کلی به فصل

این فصل شامل ۴ درس است. در درس اول با استفاده از الگوهایی که دانش‌آموزان در سال‌های گذشته با آن آشنا شده‌اند همانند الگوهای اعداد زوج و فرد، سعی شده است تا دانش‌آموزان بتوانند رابطه حاکم بر الگو را با استفاده از عبارت فارسی و سپس به صورت نمادین با استفاده از علامت‌هایی مانند  $\square$ ،  $\triangle$ ،  $\bigcirc$  و... بیان کنند. همچنین در این درس با استفاده از الگوهای هندسی مفهوم مضرب معرفی شده است. درس دوم شامل یادآوری عددنویسی تا مرتبه میلیارد و مفاهیم مرتبط با آن است. در درس سوم علاوه بر مفهوم‌سازی بخش‌پذیری، قواعد مربوط به بخش‌پذیری بر اعداد ۲، ۳، ۵ و ۹ نیز معرفی شده است. درس چهارم نیز به معرفی اعداد صحیح و مقایسه آنها پرداخته است.

### شبکه مفهومی



### تصویر عنوانی

در تصویر عنوانی مثال‌هایی از جهان اطراف، برای اعداد خیلی بزرگ آورده شده است تا تصور ذهنی دانش‌آموزان از این اعداد بهتر شود و آنها به این درک برسند که اعداد هم در مقیاس بزرگ مانند سیاره‌ها و ستاره‌های راه شیری و هم در مقیاس کوچک مانند بدن انسان قابل مشاهده هستند.

در بخشی از تصویر عنوانی نشان داده شده است که کهکشان راه شیری به عنوان بخش کوچکی از جهان قابل مشاهده، دارای بیش از ۴۰۰ میلیارد ستاره است. این کهکشان علاوه بر ستاره‌ها دارای سیاره‌های زیادی نیز است که زمین یکی از آن سیارات است. در بخش دیگری از تصویر نشان داده شده است که مغز انسان به عنوان بخش کوچکی از بدن انسان به عنوان یکی از میلیاردها موجود زنده زمین، دارای بیش از ۱۰۰ میلیارد سلول عصبی (نورون) است که در هر لحظه هر یک از این سلول‌ها با هزاران سلول عصبی دیگر در ارتباطند.

با تفکر در این واقعیت‌ها می‌توان به این حقیقت پی برد که در هر ذره‌ای از جهان هستی، عظمتی غیر قابل توصیف وجود دارد که نشان دهنده قدرت لایزال پروردگار متعال است. همان‌طور که سعدی می‌فرماید:

برگ درختان سبز در نظر هوشیار      هر ورقش دفتری است، معرفت کردگار

در بالای تصاویر نیز دو آیه از قرآن کریم که اشاره به قدرت الهی در آفرینش آسمان‌ها و زمین دارد، آورده شده است.

در بالای تصویر عنوانی، نیز تصویری از زیردریایی فاتح آمده است که در درس چهارم برای مفهوم سازی اعداد صحیح از آن استفاده شده است.

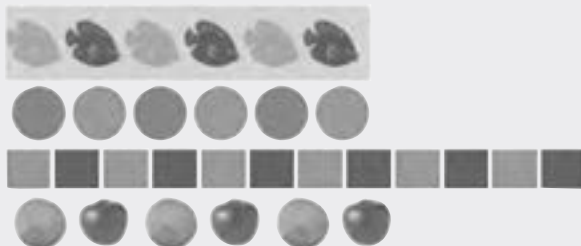
## دانستنی‌هایی برای معلم

### الگوهای عددی

آنچه که در آموزش الگوها به دنبال آن هستیم این است که یادگیرنده دانش موجود خود را با موقعیت‌های به ظاهر متفاوت تطبیق دهد و قاعده‌ای کلی در آن کشف کند. الگو زمینه بسیار مناسبی برای تمرین چنین مهارتی است. چرا که پیش‌بینی کردن و تعمیم دادن بخشی از مفاهیم اصلی آن است. در واقع آموختن الگوها و چگونگی بیان آنها یکی از روش‌های تفکر جبری محسوب می‌شود. الگوهای تکرار شونده اولین الگوهای هستند که دانش‌آموزان با آن آشنا می‌شوند. آنچه در این الگوها اهمیت دارد درک هسته الگو است. هسته الگو، زنجیره‌ای از عناصر است که تکرار می‌شوند. با شناسایی هسته الگو دانش‌آموزان می‌توانند الگو را توصیف کنند و قدرت تعمیم و تحلیل آن را خواهند داشت.

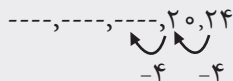
درک کامل از الگوهای تکرار شونده زمانی اتفاق می‌افتد که دانش‌آموزان دریابند دو الگویی که با مواد و عناصر به ظاهر مختلف ساخته شده‌اند می‌توانند از لحاظ ریاضی، ویژگی‌های یکسانی داشته باشند و در واقع یک الگو هستند. برای مثال الگوی ABAB می‌تواند با ابزار مختلف و

در زمینه‌های مختلف نشان داده شود. مانند نمونه‌های زیر که از کتاب ریاضی اول دبستان آورده شده است :



درک این مفهوم که هر کدام از الگوهای بالا می‌توانند به صورت AB بیان شوند، مقدمه خوبی برای معرفی قدرت جبر است.

نوع دیگر الگوهایی که دانش‌آموزان با آن روبه‌رو می‌شوند الگوهای افزایشی – کاهشی است. این الگوها از یک مرحله به مرحله بعد با نظم و قاعده مشخصی تغییر می‌کنند. در آموزش این الگوها دانش‌آموزان باید قاعده‌ای کلی را کشف کنند که به کمک آن بتوانند الگو را در هر مرحله توصیف و پیش‌بینی کنند و آن را تعمیم دهند.



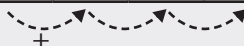
۹۹۵,۰۰۰ و ۹۹۶,۰۰۰ و ۹۹۷,۰۰۰ و ..... و ۹۹۹,۰۰۰ و ..... و ۱۰۰۰,۰۰۰



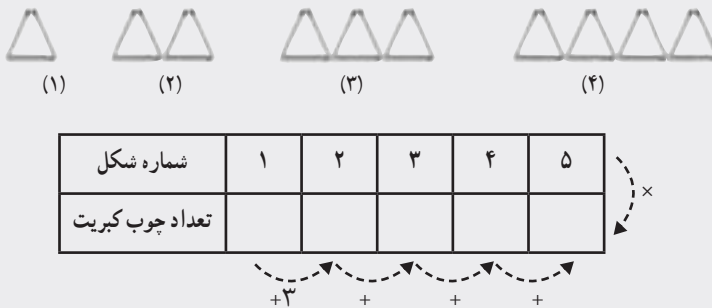
تعمیم در این نوع الگوها می‌تواند به دو صورت اتفاق بیفتد. در حالت اول دانش‌آموزان با بیان رابطه بازگشتی، الگو را پیش‌بینی می‌کنند. در این حالت آنها با استفاده از درک رابطه هر جمله الگو با جمله قبلی قادر به پیش‌بینی ادامه الگو هستند. در مثال زیر که از کتاب ریاضی پنجم آورده شده است رابطه بازگشتی الگو را می‌بینید :



شماره شکل	۱	۲	۳	۴
تعداد چوب کبریت				



در حالت دوم دانش‌آموزان به دنبال قاعده کلی با استفاده از رابطه بین شماره جمله و تعداد عناصر هر جمله هستند. پس از کشف این رابطه، آنها قادر خواهند بود جملات دور الگو را نیز پیش‌بینی کنند. برای مثال می‌توانند بدون دانستن جمله ۹۹ام جمله صدم را توصیف کنند. در مثال زیر که از کتاب ریاضی پنجم آورده شده است به کمک فلشی که ردیف بالا و پایین جدول را به هم مرتبط کرده است، از دانش‌آموزان خواسته شده است که رابطه کلی را کشف کنند:



### اعداد صحیح

اعداد صحیح شامل دو موضوع مقدار و علامت است و کمیت‌هایی که دارای جهت باشند با این اعداد نمایش داده می‌شوند. اعداد صحیح در زندگی روزمره در زمینه‌های مختلفی مانند دما، ارتفاع و پول ظاهر می‌شوند. بنابراین دانش‌آموزان با این مفهوم در مدل‌های واقعی تا حدودی آشنا هستند. با توجه به این آشنایی، دو مدل برای معرفی اعداد صحیح پیشنهاد می‌شود. یکی با استفاده از کمیت‌ها و دیگری با استفاده از محور اعداد.

استفاده از موضوع گل زده و خورده در فوتبال که در فعالیت پیشنهادی به طور کامل تشریح شده است و همچنین بازی‌هایی که دارای امتیازات مثبت و منفی هستند از نوع مدل کمی‌اند. اما استفاده از زمینه‌هایی مانند دما و ارتفاع جزء مدل خطی محسوب می‌شوند که با استفاده از محور اعداد نمایش داده می‌شوند. توصیه می‌شود دانش‌آموزان اعداد صحیح را در هر دو مدل تجربه کنند. زیرا این مدل‌ها مفهوم نیستند بلکه ابتدا مفهوم باید ساخته شود و سپس دانش‌آموزان بتوانند آن را روی مدل سوار کنند. درگیر کردن دانش‌آموزان با هر دو مدل باعث می‌شود که آنها بتوانند مفاهیم مورد نیاز را از مدل‌ها و زمینه‌های مختلف استخراج کنند.

### توسعه مفاهیم

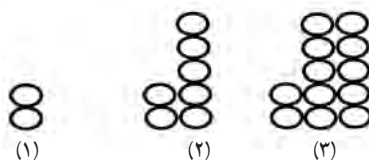
در درس الگوها دانش‌آموزان باید بتوانند رابطه‌ای بین شماره جمله و تعداد عناصر هر جمله را پیدا کنند. این مفهوم می‌تواند به این صورت گسترش یابد که آنها درک کنند نه تنها یک الگو را می‌توان به شیوه‌های مختلف توصیف کرد بلکه این شیوه‌های مختلف، رابطه‌ها و عبارات ریاضی به ظاهر متفاوتی را نتیجه می‌دهد که معنای یکسانی دارند. این مفهوم، زمینه مناسبی برای تفکر جبری و درک تساوی‌های جبری در پایه‌های بالاتر است.

در قسمت مربوط به بخش‌پذیری، گسترش مفهوم به این صورت اتفاق می‌افتد که دانش‌آموز پس از درک مفهوم بخش‌پذیری و درک چرایی قوانین مربوط به اعداد ۲، ۳، ۵ و ۹، بتواند بخش‌پذیری بر اعداد ۶ و ۱۰ را نتیجه بگیرد.

در درس آخر گسترش مفهوم برای برخی از دانش‌آموزان در جمع اعداد صحیح معنا پیدا می‌کند. به این صورت که آنها با استفاده از درکشان از اعداد صحیح و همچنین زمینه و مثال‌های واقعی از اعداد صحیح در زندگی روزمره، نحوه جمع با این اعداد را نتیجه می‌گیرند.

### نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

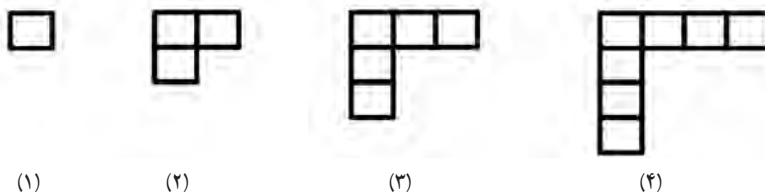
۱- به الگوی زیر توجه کنید :



— عدد ۳۷ تعداد دایره‌های جمله چندم این الگو است؟

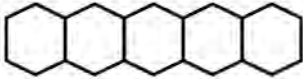
— آیا عدد ۴۵ می‌تواند نشان دهنده تعداد دایره‌های یکی از جمله‌های این الگو باشد؟ چرا؟

۲- با توجه به الگو به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.



یک عبارت با نمادهای  $\square$ ،  $\bigcirc$ ،  $\triangle$  و ... بنویسید. به کمک این عبارت پیش‌بینی کنید شکل ۸۹ام این الگو از چند مربع تشکیل شده است؟

۳-  $70^\circ$  شش ضلعی منتظم به ضلع ۱ سانتی‌متر داریم که آنها را مانند الگوی زیر کنار هم قرار داده‌ایم. محیط شکل نهایی چند سانتی‌متر می‌شود؟



۴- سه عدد پیدا کنید که هم مضرب ۲ باشد و هم مضرب ۷.

۵- عدد ۱۸ مضرب چه اعدادی است؟

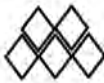
۶- کدام یک از عبارت‌های زیر رابطه بین تعداد لوزی‌ها و شماره شکل را به درستی نشان می‌دهد. به کمک این رابطه بگویید شکل ۳۳ام از چند لوزی تشکیل شده است؟ ( $\square$  نشان دهنده شماره شکل و  $\triangle$  نشان دهنده تعداد لوزی‌هاست.)



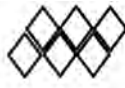
(۱)



(۲)



(۳)

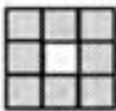


(۴)

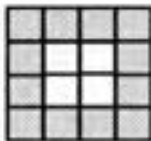
$$\triangle = \square + 2$$

$$\triangle = (2 \times \square) - 1$$

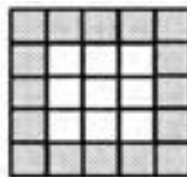
۷- به الگوی زیر دقت کنید و به سؤال‌ها پاسخ دهید.



(۱)



(۲)



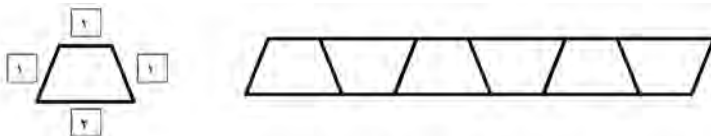
(۳)

– جمله صدم از چند مربع تشکیل شده است؟

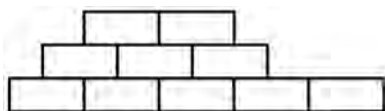
– جمله صدم چند مربع سفید دارد؟

– جمله صدم چند مربع هاشورخورده دارد؟

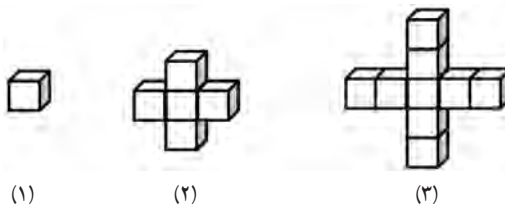
۸– میزهای یک رستوران به شکل دوزنقه است. در هر ضلع دوزنقه به اندازه مشخص شده صندلی جا می‌گیرد. صاحب این رستوران برای یک جشن بزرگ دستور داد ۵۳ تا از این میزها را مطابق الگوی زیر کنار یکدیگر بچینند. دور این ۵۳ میز چند صندلی می‌تواند چیده شود؟



۹– شکل روبه روی یک دیوار مثلثی را نشان می‌دهد که تعدادی از آجرهای آن ریخته است. وقتی دیوار کامل بود ردیف پایین آن ۴۵ آجر، ردیف بعدی ۴۴ آجر، ردیف بعدی ۴۳ آجر، ... و بالاترین ردیف آن ۱ آجر داشت. با توجه به این موضوع، چند آجر از این دیوار ریخته است؟



۱۰– با توجه به الگوی زیر جدول را کامل کنید. سپس رابطه بین شماره شکل و تعداد مکعب‌ها را با نوشتن یک عبارت با نمادهای  $\square$ ،  $\bigcirc$ ،  $\triangle$  و ... بیان کنید.

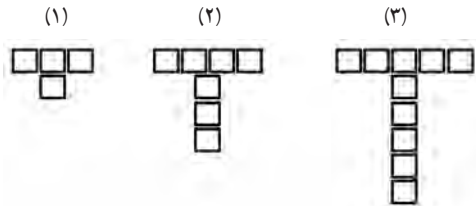


شماره شکل	۱	۲	۳	۴				
تعداد جوب کبریت								



۱۱- به کمک یک الگوی عددی، ده تا از مضارب عدد ۶ را تولید کنید.

۱۲- تعداد مربع‌های شکل (۵۳) ام این الگو زوج است یا فرد؟ چرا؟



۱۳- با یک مداد رنگی آبی، روی جدول ۱ تا ۱۰۰، از خانه شماره ۱ شروع کردیم و یک در میان خانه‌ها را آبی کردیم. روی همان جدول و با مداد رنگی قرمز، از خانه شماره ۲ شروع کردیم و یک در میان خانه‌ها را قرمز کردیم. با توجه به این جدول به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

– خانه‌های قرمز چه ویژگی مشترکی دارند؟ یکان آنها چه ارقامی است؟

– آیا خانه‌ای وجود دارد که هم با قرمز رنگ شده باشد و هم با آبی؟

– آیا خانه‌ای وجود دارد که رنگ نشده باشد؟

۱۴- اگر همین روند را برای ساختن مضرب‌های عدد ۷ ادامه دهیم دوازدهمین مضرب ۷ چه عددی است؟ یک عبارت با نمادهای  $\square$ ،  $\bigcirc$ ،  $\triangle$  و ... برای پیدا کردن مضارب عدد ۷ بنویسید.

$$1 \times 7 \quad 2 \times 7 \quad 3 \times 7 \quad 4 \times 7 \quad \dots$$

۱۵- الگویی رسم کنید که رابطه بین شماره شکل‌ها و تعداد شکل‌های آن به صورت زیر باشد.

$$۱ - (\text{شماره شکل} \times \text{شماره شکل}) = \text{تعداد شکل‌ها}$$

۱۶- هر یک از اعداد زیر را به رقم بنویسید.

۳ تا ده میلیارد، ۵ تا صد میلیون، ۶ تا صد هزارتایی، ۸ تا ده هزارتایی، ۲ تا هزارتایی و ۱

صدتایی: .....

شصت میلیارد و شصت میلیون و شش: .....

۱۷- در هر قسمت عدد خواسته شده را بنویسید.

بزرگ‌ترین عدد زوج ۶ رقمی بدون تکرار ارقام: .....

کوچک‌ترین عدد فرد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام: .....

۱۸- جدول را کامل کنید.

به حروف	به رقم	ارزش مکانی رقم خواسته شده
	۱۰۰۳۴۵۶۰۰۷۸	
پنجاه و شش میلیون و نهصد و نود هزار و پانصد		

۱۹- هر یک از اعداد زیر را به طور تقریبی روی محور نشان دهید.

۷۸۰۵۶۰۲۳۴ و ۱۶۷۰۰۰۰۰۰ و ۵۶۱۸۵۴۰۰



۲۰- در عدد ۵۷۸۹۰۰۱۲۳

- چه رقمی دارای ارزش مکانی دهگان هزار است؟

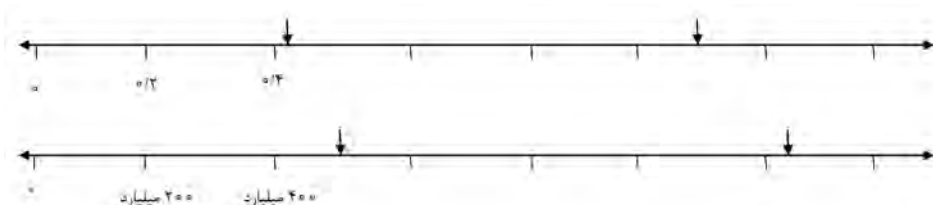
- رقم ۷ دارای چه ارزش مکانی است؟

- اگر این عدد را در ۱۰۰۰ ضرب کنیم، ارزش مکانی ۹ چه تغییری می‌کند؟

- اگر این عدد را بر ۱۰۰۰ تقسیم کنیم، ارزش مکانی ۹ چه تغییری خواهد کرد؟

۲۱- ابتدا محورها را کامل کنید و سپس برای نقطه‌های مشخص شده، یک عدد مناسب

(به طور تقریبی) بنویسید.



۲۲- در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

بزرگ‌ترین عدد زوج ۵ رقمی بین ۵۰۰۰۰ و ۶۰۰۰۰ : .....  
 عددی بین اعداد ۵۰۰۰۰ و ۶۰۰۰۰ با رقم‌های ۲، ۴، ۷، ۸ و ۹ (بدون تکرار رقم‌ها) : .....  
 کوچک‌ترین عدد زوج ۷ رقمی با طبقه هزار ۵۷۰ و بدون تکرار رقم‌ها : .....

۲۳- عدد ۵۶۸۰۰۹۷۸ را یک بار با تقریب ده میلیون و بار دیگر با تقریب یک میلیون بنویسید.

۲۴- اعداد زیر را مقایسه کنید و داخل مربع یکی از علامت‌های  $<$ ،  $=$ ،  $>$  قرار دهید.

$$۱۰۰۰۰۰۰۰۰ \square ۹۹۹۹۹۹۹۹ \qquad ۵۶۰۰۷۸۰۵۶ \square ۵۶۰۰۰۷۸۰۵۶$$

۲۵- رضا در محاسبه  $۶۳۷ \times ۵۲$  با ماشین حساب به جای ۵۲، به اشتباه ۶۲ را وارد کرد. او چگونه می‌تواند با انجام یک عمل ریاضی حاصل ضرب به دست آمده را درست کند؟

۲۶- بزرگ‌ترین عدد ممکن را در عبارت زیر قرار دهید.

$$۵۷۸۰۰۰۱۲۹ + \dots\dots\dots < ۶۵۱۱۲۳۰۰۰$$

۲۷- حدس می‌زنید در یک سال تحصیلی چند ثانیه را در مدرسه می‌گذرانید؟ حدس خود را بنویسید. ....

تعداد ثانیه‌های حضور خود را در مدرسه با کمک ماشین حساب به طور دقیق حساب کنید و حدس خود را با آن مقایسه کنید.

۲۸- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$۶۴۳۲۰۰۰۰۰۰۱۶, ۱۰۱۰۹۰۰۰۰۰۰, ۷۹۹۰۰۰۰۰۰, ۵۶۷۸۰۰۰۰۰۰$$

۲۹- هر عدد را به مناسب آن وصل کنید.

۱۰۰۰۰۰	جمعیت قاره آمریکا
۵۶۱۰	میانگین تعداد مسافرین روزانه متروی شهر تهران
۲۲۰۰۰۰۰	ظرفیت ورزشگاه آزادی
۴۴۲۷۰۰۰۰۰۰	ارتفاع قله دماوند (m)

۳۰- اعداد ستون سمت راست را به عددی از ستون سمت چپ وصل کنید به طوری که حاصل جمع این دو عدد در محدوده مشخص شده قرار بگیرد.

● (محدوده: از ۲۳۲۴۰۰۰ تا ۲۳۲۵۰۰۰)

۲۰۰۱۵۰	۱۹۹۹۶۰۰
۸۲۴۰۰۱	۲۳۲۳۹۹۹
۳۲۴۵۰۰	۲۱۲۴۰۰۰
۲۰۰	۱۵۰۰۰۰۰

۳۱- در مربع چه رقمی نوشته شود که عدد چهار رقمی زیر هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیر باشد.

۷۳۵ □

۳۲- دور اعدادی که بر ۳ بخش پذیرند خط بکشید. کدام یک از این اعداد بر ۲ نیز بخش پذیرند؟

۷۳۲، ۱۷۸، ۵۶۶، ۲۱۹، ۴۵۰، ۲۳۳

۳۳. با کارت های ۸، ۷، ۲، ۰ و ۳ می توان عددی پنج رقمی ساخت که بر ۹ بخش پذیر باشد؟ چرا؟

۳۴- دور اعدادی که بر ۹ بخش پذیرند خط بکشید.

۷۵۱۱، ۵۶۰۲، ۹۳۹۶، ۴۱۸۷، ۳۰۳۳، ۱۲۹۶

از بین این اعداد کدام یک بر ۳ نیز بخش پذیر است؟

۳۵- با کارت های ۴، ۰، ۱، ۵ و ۳ بزرگترین عدد پنج رقمی را بسازید که بر ۵

بخش پذیر باشد.

۳۶- در داخل مربع چه ارقامی می‌توان قرار داد که عدد حاصل هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر باشد. تمام پاسخ‌های ممکن را پیدا کنید.

۲۰۶۱ □

۳۷- با سه تا از ارقام ۳، ۰، ۵، ۲ و ۱ عددی چهار رقمی بسازید که بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۹ بخش پذیر نباشد.

۳۸- بین دو عدد ۴۰۰۰۰ و ۵۰۰۰۰ عدد پنج رقمی پیدا کنید که بر ۲، ۳ و ۵ بخش پذیر باشد و همه مرتبه‌های آن زوج باشد.

۳۹- یک معلم آزمونی طراحی کرده است که در هر صفحه آن به تعداد مساوی سؤال قرار داده است. اگر این آزمون ۳۵ سؤال داشته باشد و در هر صفحه بیشتر از ۵ سؤال باشد، این آزمون چند صفحه‌ای می‌تواند باشد؟

۴۰- نزدیک‌ترین عدد به ۱۹۵۰۶ که بخش پذیر بر ۹ باشد چیست؟

۴۱- در یک مسابقه ورزشی ۳۶ دانش آموز شرکت داشتند. مربی آنها را به چند گروه مساوی تقسیم کرد به طوری که در هر گروه بیشتر از یک دانش آموز قرار گرفت. مربی به چند طریق می‌تواند این گروه بندی را انجام دهد؟

۴۲- سه عدد دو رقمی بنویسید که بر هیچ یک از اعداد ۲، ۳ و ۵ بخش پذیر نباشد.

۴۳- درستی یا نادرستی هر یک از جمله‌های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

- عدد ۴۲۶ زوج است چون همه رقم‌های زوج است.

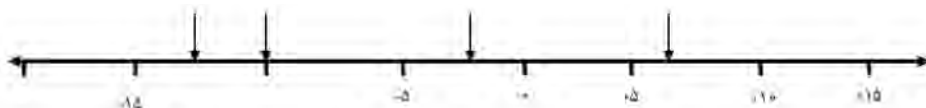
- عدد ۳۲۱ بر ۳ بخش پذیر است پس بر ۹ نیز بخش پذیر است.

- عدد ۱۰۲ کوچک‌ترین عدد سه رقمی بخش پذیر بر ۲ و ۳ است.

۴۴- دورترین عدد چهار رقمی به ۱۰۰۰ که بر ۲ و ۳ بخش پذیر باشد را بنویسید.

۴۵- یک استخر بزرگ به عرض ۸۷ متر و طول ۱۰۲ متر داریم و می‌خواهیم کف آن را با کاشی‌های مربع شکل ببوشانیم. ما باید برای پر کردن کف استخر از کاشی‌های کامل استفاده کنیم و اجازه نداریم هیچ کدام از کاشی‌ها را به اندازه کوچک‌تر تبدیل کنیم. با این شرایط ما باید کاشی‌هایی به ضلع چند متر انتخاب کنیم؟

۴۶- نقاط مشخص شده محور زیر، چه اعدادی را نشان می‌دهد؟



۴۷- اعداد زیر را با هم مقایسه کنید.

$$\begin{array}{lll} -120 \square +1 & -4 \square 0 & -2 \square +2 \\ +4 \square 0 & -5 \square +1 & +5 \square +6 \end{array}$$

۴۸- جاهای خالی را با کلمه مناسب پر کنید.

بر روی محور اعداد صحیح هر چه به سمت راست پیش برویم عددها ..... می‌شوند و هر چه به سمت چپ پیش برویم عددها ..... می‌شوند.

۴۹- هر یک از نقاط مشخص شده روی محور چه اعدادی را نشان می‌دهند؟



۵۰- هر یک از اعداد زیر را روی محور به صورت تقریبی نمایش دهید.

$$-50, -10, -156, +93, -67$$



۵۱- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$-۶^{\circ}$  ،  $۰^{\circ}$  ،  $+۵^{\circ}$  ،  $+۶^{\circ}$  ،  $-۱۰۰^{\circ}$  ،  $+۲^{\circ}$  ،  $-۱^{\circ}$  ،  $-۷^{\circ}$

۵۲- هریک از الگوهای زیر را ادامه دهید.

..... و ..... و ..... و  $+۵^{\circ}$  و  $+۱۰^{\circ}$  و  $+۱۵^{\circ}$

..... و ..... و ..... و  $-۲^{\circ}$  و  $-۳^{\circ}$  و  $-۴^{\circ}$

۵۳- اگر ساعت ۱ بعد از ظهر را مبدأ قرار دهیم، با تعیین جهت‌های مثبت و منفی، هریک از زمان‌های زیر را با یک عدد صحیح نمایش دهید.

۳ ساعت قبل از ظهر: ..... ۷ ساعت بعد از ظهر: .....

ساعت ۱ بعد از ظهر: ..... ۵ ساعت قبل از ظهر: .....

۵۴- از یک شیر آب در هر ساعت  $۲۰^{\circ}$  لیتر آب وارد استخر می‌شود و  $۳^{\circ}$  لیتر آب از چاه تخلیه خارج می‌شود. جدول زیر میزان ورودی و خروجی آب در این استخر را نشان می‌دهد. جدول را کامل کنید.

زمان	۱	۲	۳	۴
شیر آب	$+۲۰^{\circ}$			
چاه	$-۳^{\circ}$			

پس از ۴ ساعت چقدر آب وارد استخر شده و چقدر آب از استخر خارج شده است؟

۵۵- بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی چیست؟

۵۶- قرینهٔ صفر چه عددی است؟

۵۷- دمای اصفهان در یکی از روزهای ماه آبان  $۸^{\circ}$  درجه بالای صفر بود و دمای همدان در همان روز  $۱۰^{\circ}$  درجه از اصفهان سردتر بود. در آن روز دمای همدان چند درجه بود؟

۵۸- رضا عدد  $۸۶۴۲۰$  را به عنوان بزرگ‌ترین عدد زوج پنج رقمی غیر تکراری نوشت به نظر شما اشتباه او چه بوده است؟

## معرفی منابع

- ۱- آموزش ریاضیات در دبستان، روبین یورگنسن و شلی دال، ترجمه دکتر امیرحسین آشنا، ۱۳۹۳، بینش نو، ویرایش دوم.
- ۲- کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات، رابرت. ای. ریس، مرلین. ن. سایدام و مری مونتگومری لیندکوئیست، ترجمه مسعود نوروزیان، ۱۳۹۱، انتشارات مدرسه، چاپ ششم.
- ۳- Elementary and Middle School Mathematics, John A. Van de Walle, Karen S. Karp, Jennifer M. Bay-Williams, ۲۰۱۰, Seven Edition.
- ۴- Structured Activities for Intelligent Learning, Richard Skemp, ۱۹۹۴.
- ۵- Mathematics for Elementary Teachers, Gary L. Musser, Blake E. Peterson, William F. Burger, ۲۰۱۴.
- ۶- <http://nrich.maths.org>

## رابطه طولی مفاهیم از پایه اول تا پنجم روند ارائه عددنویسی

### عددنویسی در پایه اول:

- ۱- عدد را به عنوان پاسخی برای سؤال‌های «چند تا؟» و «چندمین؟» درک می‌کنند.
- ۲- درک عامل‌های سازنده‌های اعداد تا  $۱۰$  (عامل‌های جمعی)
- ۳- شمارش با ابزارهای مختلف (چینه، چوب خط و انگشت)
- ۴- مقایسه اعداد
- ۵- نماد اعداد  $۰$  تا  $۹$
- ۶- آموزش نماد  $۱۰$  تا  $۹۹$  با جدول ارزش مکانی به وسیله شمارش
- ۷- نوشتن اعداد تا  $۹۹$  به حروف



**عدد نویسی در پایه دوم:**

- ۱- گسترش جدول ارزش مکانی تا هزار با استفاده از ابزارهای دسته بندی شده ای مانند کوئیزنر
- ۲- تعمیق مفهوم ارزش مکانی با ابزارهایی مانند چرتکه و پول
- ۳- مقایسه، گسترده نویسی و به حروف نویسی اعداد سه رقمی
- ۴- آشنایی با مفهوم تقریب و تقریب اعداد به کمک محور

**عدد نویسی در پایه سوم:**

- ۱- گسترش جدول ارزش مکانی تا هزار با استفاده از ابزارهای دسته بندی شده ای مانند کوئیزنر
- ۲- تعمیق مفهوم ارزش مکانی با ابزارهایی مانند چرتکه و پول
- ۳- مقایسه، گسترده نویسی و به حروف نویسی اعداد تا چهار رقمی
- ۴- حس بزرگی عدد هزار
- ۵- آشنایی با روش های برای تقریب اعداد

**عدد نویسی در پایه چهارم:**

- ۱- گسترش جدول ارزش مکانی تا طبقه میلیون با تجسم ابزار کوئیزنر و استفاده از ابزارهایی مانند چرتکه و پول
- ۲- مقایسه، گسترده نویسی و به حروف نویسی اعداد ۹ رقمی
- ۳- حس بزرگی عدد میلیون
- ۴- تقریب زدن اعداد با روش گرد کردن با تقریب مشخص

**عدد نویسی در پایه پنجم:**

- ۱- گسترش جدول ارزش مکانی تا طبقه میلیارد با تجسم ابزار کوئیزنر
- ۲- درک رابطه ستون های جدول ارزش مکانی
- ۳- مقایسه، گسترده نویسی و به حروف نویسی اعداد ۱۲ رقمی
- ۴- حس بزرگی عدد میلیارد
- ۵- تقریب زدن اعداد با روش گرد کردن و قطع کردن

## روند ارائه الگویابی

### الگویابی در پایه اول:

- ۱- درک مفهوم الگو
- ۲- پیش‌بینی کردن ادامه الگو بعد از کشف قانون الگو
- ۳- درک واحد تکرار و مشخص کردن آن در الگوهای تکرار شونده
- ۴- معرفی الگوهای عددی از طریق شمارش چندتا چندتا و ارتباط آن با الگوهای هندسی

### الگویابی در پایه دوم:

- ۱- تعمیم الگوهای هندسی با رسم شکل و الگوهای عددی با شمارش
- ۲- آموزش الگوهای عددی دو مرحله‌ای

### الگویابی در پایه سوم:

- ۱- برقراری ارتباط بین الگوهای عددی و هندسی و پیش‌بینی ادامه الگوها با استفاده از رسم شکل
- ۲- آموزش ماشین‌های ورودی - خروجی و ارتباط آن با ضابطه الگو (جمع و تفریق)

### الگویابی در پایه چهارم:

- ۱- پیش‌بینی ادامه الگوها با استفاده از ضابطه الگو برای جملات دور
- ۲- آموزش ماشین‌های ورودی - خروجی و ارتباط آن با ضابطه الگو (ضرب و تقسیم)

### الگویابی در پایه پنجم:

- ۱- پیش‌بینی ادامه الگوها با استفاده از ضابطه الگو برای جملات دور

## جدول انتظارات عملکردی:

جدول انتظارات عملکردی فصل اول ریاضی ششم

ردیف	عملکرد	مقیاس	بسیار خوب	خوب	قابل قبول	نیازمند تلاش
۱	روابط موجود در الگوهای خطی را کشف می کند و آنها را با عبارات کلامی و نمادی بیان می کند.					
۲	اعداد زوج و فرد و ویژگی های آنها را می شناسد.					
۳	مفهوم مضرب را درک کرده است و می تواند مضرب های اعداد را پیدا کند.					
۴	اعداد تا طبقه میلیارد را می خواند، به رقم و حروف می نویسد و گسترده نویسی می کند.					
۵	الگوی بین ستون های جدول ارزش مکانی را می داند و می تواند در ضرب و تقسیم مضارب $10$ از آنها استفاده کند.					
۶	درک درستی از بزرگی اعداد (حس عددی) دارد.					
۷	با استفاده از تقریب به روش های گرد کردن و قطع کردن، می تواند اعداد را روی محور اعداد نشان دهد.					
۸	مفهوم بخش پذیری را درک کرده است.					
۹	بدون تقسیم کردن می تواند بخش پذیری اعداد بر $2, 3, 5$ و $9$ را مشخص کند.					
۱۰	مفهوم اعداد صحیح را درک کرده و می تواند آنها را نمایش دهد.					
۱۱	می تواند اعداد صحیح را به درستی مقایسه کند.					
۱۲	می تواند اعداد صحیح را به صورت تقریبی روی محور اعداد مشخص کند.					

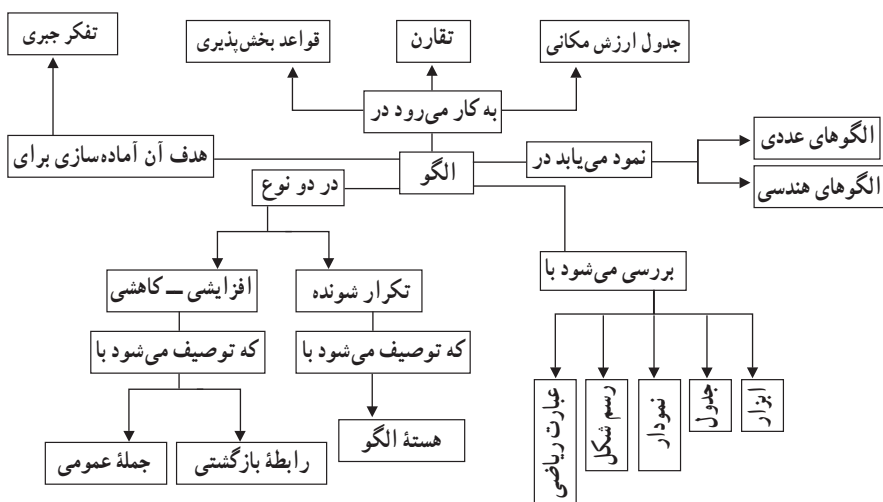


## الگوهای عددی

### اهداف

- ۱- توسعه تفکر جبری از طریق تعمیم
- ۲- آشنایی با اعداد زوج و فرد از طریق الگوها
- ۳- آشنایی و درک مفهوم مضرب
- ۴- کشف روابط موجود در الگوهای خطی و بیان آنها با عبارات کلامی و نمادی

### شبکه مفهومی



### روش تدریس

#### فعالیت ۱: (صفحه ۲)

دانش آموزان تا کنون با الگوهای متنوعی در کتاب های درسی روبه رو شده اند و نظم موجود در الگوهای مورد مشاهده را درک کرده و توانسته اند در پاسخ گویی به سؤال های مختلف از این

قاعده‌های کشف‌شده، استفاده کنند. اما در کتاب ششم هدف آموزشی این است که دانش‌آموزان بتوانند قاعده کشف شده را با استفاده از عبارات فارسی و نمادهایی مانند  $\triangle$ ،  $\square$ ،  $\circ$  و ... بیان کنند و یک قاعده کلی و عمومی برای الگو بیابند. در این مرحله رابطه‌های بازگشتی (رابطه‌هایی که ارتباط هر مرحله از الگو را با مرحله قبلی نشان می‌دهد) مدنظر نیست. بلکه به دنبال رابطه‌ای هستیم که ارتباط تعداد عناصر هر مرحله از الگو را با شماره آن مرحله نشان دهد و به کمک چنین رابطه‌ای است که می‌توان الگو را در هر مرحله آن پیش‌بینی کرد.

در صفحه ۲ کتاب از زمینه اعداد زوج و فرد برای آموزش این مفهوم استفاده شده است. برای تدریس این صفحه پیشنهاد می‌شود که دانش‌آموزان گروه‌های دو نفری تشکیل دهند و بدون توضیحی از جانب معلم این صفحه را حل کنند. سپس نتایج کار گروه‌ها در کلاس به بحث گذاشته شود.

#### فعالیت ۲: (صفحه ۴)

در صفحه ۴ کتاب یک زمین بازی طراحی شده است که نیمه راست آن شامل تونل‌هایی است که در هر کدام به تعداد زوج توپ وجود دارد و نیمه چپ آن نیز شامل تونل‌هایی است که در هر کدام به تعداد فرد توپ قرار دارد. در این فعالیت دانش‌آموزان باید مسیری را در این زمین بازی انتخاب کنند و در پایان بگویند تعداد توپ‌هایی که جمع‌آوری کرده‌اند زوج است یا فرد. هدف فعالیت این است که در طول انجام آن، دانش‌آموزان کشف کنند وقتی اعداد زوج و فرد در حالت‌های مختلف با هم جمع می‌شوند حاصل عددی زوج است یا فرد. برای رسیدن به این هدف لازم است دانش‌آموزان چندین بار فرایند پیشنهادی کتاب را تجربه کنند. برای اجرای این فعالیت، می‌توانید از روش زیر استفاده کنید:

دانش‌آموزان گروه‌های دو نفری تشکیل دهند. به هر گروه یک کپی از این زمین بازی داده شود. (از صفحه ۴ کتاب برای اجرای فعالیت استفاده نکنید. چون با توجه به سؤال‌هایی که در پایین زمین بازی آورده شده است ممکن است دانش‌آموزان نتیجه فعالیت را حدس بزنند بدون اینکه عمیقاً درگیر فرایند کشف نتایج مورد نظر شوند.) سپس از گروه‌ها خواسته شود روی سؤال‌هایی مشابه سؤال‌های زیر بحث کنند و نتایج بحث گروه‌ها در کلاس مطرح شود و هر گروه از ادعاها و نتیجه‌گیری‌های خود دفاع کند:

۱- آیا امکان دارد دو تونل از نیمه راست، به عنوان مسیر رفت و برگشت انتخاب کنید به طوری که هنگام خروج به تعداد فرد توپ داشته باشید؟ چرا؟

۲- دو تونل از نیمه چپ، به عنوان مسیر رفت و برگشت انتخاب کنید به طوری که هنگام خروج به تعداد زوج توپ داشته باشید. چند مسیر توانستید پیدا کنید؟

۳- یک تونل از نیمه راست و یک تونل از نیمه چپ انتخاب کنید به طوری که هنگام خروج به

تعداد زوج توپ داشته باشید. آیا امکان دارد؟ چرا؟

پس از اتمام بحث، پیشنهاد می‌شود یک بازی به شرح زیر در کلاس اجرا شود. به گروه‌ها یک دسته کارت شامل اعداد ۳ تا ۲۳ بدهید. دانش‌آموزان باید کارت‌ها را مخلوط کنند و آنها را به پشت (طوری که اعداد کارت‌ها معلوم نباشد!) روی میز قرار دهند. در هر مرحله بازی، کارت بالایی برگردانده می‌شود و هر نفر که بتواند مسیری در تونل‌ها پیدا کند که حاصل جمع توپ‌های آن برابر عدد روی کارت باشد یک امتیاز می‌گیرد. در پایان بازی کسی برنده است که امتیازات بیشتری کسب کرده باشد.

در پایان کلاس به عنوان کار در منزل، از دانش‌آموزان خواسته شود که با این زمین، بازی جدیدی طراحی کنند و در کلاس مطرح کنند.

#### فعالیت ۲: (صفحه ۴ و ۵)

در سؤال ۲ فعالیت، مفهوم مضرب به کمک الگوهای هندسی معرفی شده است. برای آموزش این مفهوم، مطابق روش کتاب، از دانش‌آموزان خواسته شود با چوب کبریت الگوهای هندسی ۲ تایی، ۳ تایی، ۴ تایی و ... بسازند و سپس رابطه موجود در آن را با عبارت فارسی و نمادهایی مانند  $\square$ ،  $\bigcirc$ ،  $\triangle$  و ... بیان کنند. نتایج کار دانش‌آموزان روی تخته کلاس کشیده شود و سپس مفهوم مضرب به آنها ارائه شود. در پایان، دانش‌آموزان می‌توانند صفحات ۴ و ۵ کتاب را به طور انفرادی حل کنند.

### بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

۱- در سؤال ۱ کار در کلاس صفحه ۵، پس از حل سؤال توسط دانش‌آموزان، می‌توان آنها را اینگونه به چالش کشید که بررسی کنند چند پاسخ ممکن برای این مسئله وجود دارد؟

### فعالیت‌های پیشنهادی

#### فعالیت ۱:

پیشنهاد می‌شود این فعالیت قبل از انجام کار در کلاس صفحه ۳ اجرا شود. از بچه‌ها خواسته شود به اطراف خود دقت کنند و الگوهایی مثال بزنند که از اعداد زوج تشکیل شده باشد. سپس دانش‌آموزان در گروه‌های سه یا چهار نفری گروه‌بندی شوند و از گروه‌ها خواسته شود یک ماشین ورودی - خروجی طراحی کنند که همه اعداد زوج را بسازد و همه خروجی‌های آن اعداد زوج باشد. نتایج کار گروه‌ها روی تخته کلاس نوشته شود در مورد شباهت‌ها و تفاوت‌های این ماشین‌ها در کلاس بحث شود. در مرحله بعد از بچه‌ها خواسته شود به ازای ورودی‌ها  $\bigcirc$  و به ازای خروجی‌ها  $\square$

بگذارند و ماشین خود را به یک عبارت ریاضی با نمادهای  $\square$  و  $\bigcirc$  تبدیل کنند.

در قسمت بعدی از آنها خواسته شود یک ماشین ورودی - خروجی طراحی کنند که همه اعداد فرد را به ازای ورودی‌های ۱، ۲، ۳، ... تولید کند و همیشه خروجی‌های این ماشین فرد باشد. نتایج کار گروه‌ها روی تخته کلاس نوشته شود. در مورد شباهت‌ها و تفاوت‌های این ماشین‌ها در کلاس بحث شود. در مرحله بعد از دانش‌آموزان خواسته شود به ازای ورودی‌ها  $\bigcirc$ ، و به ازای خروجی‌ها  $\square$  بگذارند و ماشین خود را به یک عبارت ریاضی با نمادهای  $\square$  و  $\bigcirc$  تبدیل کنند.

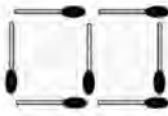
در ادامه فعالیت می‌توان دانش‌آموزان را با این چالش روبه رو کرد که برای هر مرحله ماشینی بسازند که عکس ماشین قبلی عمل کند. یعنی خروجی‌های ماشین قبلی را بگیرد و ورودی‌های معادل آنها را سازد. در واقع در ماشین جدید باید  $\bigcirc$  و  $\square$  جابه‌جا شوند.

### فعالیت ۲:

هدف فعالیت این است که دانش‌آموزان بتوانند به یک الگو به شیوه‌های مختلف نگاه کنند. برای دستیابی به این هدف، الگوی چوب کبریتی زیر را در نظر بگیرید:



(۱)



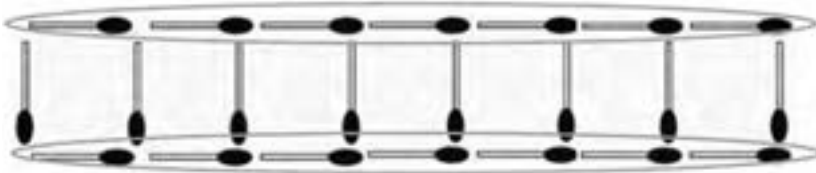
(۲)



(۳)

قبل از کلاس سه دانش‌آموز انتخاب شود و به هر کدام از آنها یکی از روش‌های زیر برای شمارش چوب کبریت‌های شکل هفتم آموزش داده می‌شود:

روش اول: ابتدا چوب کبریت‌های ردیف بالا، سپس چوب کبریت‌های ردیف پایین و در نهایت چوب کبریت‌های عمودی بین دو ردیف شمارش شود.

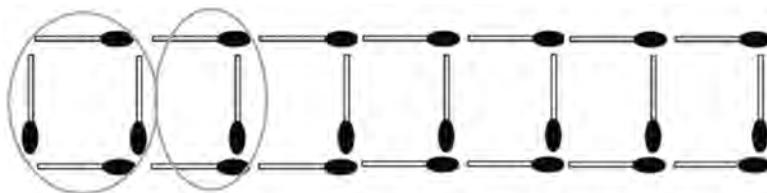


روش دوم: ابتدا چوب کبریت عمودی سمت چپ به صورت تنها در نظر گرفته شود و سپس

دسته‌های سه تایی چوب کبریت‌ها شمرده شود.



روش سوم: ابتدا چوب کبریت‌های مربع اول شمرده شود و سپس چوب کبریت‌های باقیمانده به صورت دسته‌های سه تایی شمارش شود.



در شروع کلاس معلم دانش‌آموزان را در گروه‌های سه یا چهار نفره گروه‌بندی می‌کند. سپس الگوی بالا را روی تخته می‌کشد و هر کدام از آن سه دانش‌آموز را یک به یک پای تخته می‌آورد و از آنها می‌خواهد چوب کبریت‌های شکل هفتم را با روشی که یاد گرفته بودند بشمارند. پس از بیان روش هر دانش‌آموز، از گروه‌ها خواسته می‌شود یک قانون کلی برای به دست آوردن تعداد چوب کبریت‌ها، براساس این روش شمارش بنویسند و قانون خود را به صورت عبارت ریاضی با نمادهای  $\square$ ،  $\bigcirc$ ،  $\triangle$ ، و ... بیان کنند. رابطه‌های زیر برای هر کدام از سه روش شمارش توسط دانش‌آموزان بیان خواهد شد:

$$\begin{aligned} \text{روش اول} & \quad 1 + \text{شماره شکل} + (2 \times \text{شماره شکل}) = \text{تعداد چوب کبریت‌ها} \\ \text{روش دوم} & \quad 1 + (3 \times \text{شماره شکل}) = \text{تعداد چوب کبریت‌ها} \\ \text{روش سوم} & \quad (3 \times (1 - \text{شماره شکل})) + 4 = \text{تعداد چوب کبریت‌ها} \end{aligned}$$

گروه‌ها نتایج کار خود را روی تخته بنویسند و درباره چرایی درستی هر سه روش در کلاس گفتگو شود. در این فعالیت علاوه بر تمرین نوشتن عبارت ریاضی، ممکن است برخی از دانش‌آموزان به این نتیجه برسند که این سه عبارت ریاضی نتایج یکسانی دارد و با هم مساوی است.

(در سایت <http://nrich.maths.org/811> فیلم‌هایی برای این سه روش شمارش تهیه شده است.

در صورت امکان نمایش فیلم در کلاس، می‌توانید برای اجرای فعالیت از این سایت استفاده کنید.)



### فعالیت ۳:

این فعالیت به صورت بازی قابل اجراست. زیرا در آن برنده و بازنده وجود دارد. هدف بازی: بررسی ویژگی‌های اعداد زوج و فرد در محاسبات (جمع) ابزار مورد نیاز: توپ‌هایی که اعداد ۱ تا ۹ روی آنها نوشته شده است، و کیسه (به تعداد گروه‌ها) (در صورت در دسترس نبودن توپ، می‌توان از کارت‌های عددی ۱ تا ۹ نیز استفاده کرد). روش بازی: ابتدا دانش‌آموزان گروه‌های دو نفری تشکیل می‌دهند. به هر گروه یک کیسه حاوی ۵ توپ داده می‌شود که اعداد ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ (مجموعه A) روی توپ‌ها نوشته شده است. هر بازیکن در ابتدای بازی انتخاب می‌کند که می‌خواهد فرد باشد یا زوج. سپس در هر نوبت یکی از بازیکنان دو توپ از کیسه بیرون می‌آورد. اعداد روی این دو توپ را با هم جمع می‌کند. اگر حاصل عددی زوج بود برای بازیکن زوج یک امتیاز ثبت می‌شود و اگر حاصل فرد بود برای بازیکن فرد یک امتیاز ثبت می‌شود. پس از اینکه این فرایند حدود ۱۰ بار تکرار شد بازی تمام می‌شود و کسی برنده است که امتیاز بیشتری کسب کرده باشد.

پس از پایان این مرحله معلم باید از گروه‌ها بپرسد که آیا این بازی عادلانه بود؟ برای پاسخ‌گویی به این سؤال، دانش‌آموزان باید همه حالت‌های ساخته شدن حاصل جمع زوج و فرد در مجموعه A را پیدا کنند و تعداد این حالت‌ها را با هم مقایسه کنند. اگر تعداد حالت‌های زوج و فرد با هم برابر بود بازی عادلانه است و در غیر این صورت بازی ناعادلانه است.

این بازی می‌تواند با مجموعه‌های B، C و D نیز به همین ترتیب انجام شود.

مجموعه B: ۱، ۳، ۵، ۶ و ۷

مجموعه C: ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۸

مجموعه D: ۱، ۳، ۴، ۵، ۷ و ۹

با توجه به اینکه مفهوم بازی عادلانه و ناعادلانه در پایه پنجم مطرح شده است انتظار می‌رود که دانش‌آموزان با این مفهوم آشنایی کامل داشته باشند. همچنین لازم به ذکر است در این بازی تشخیص عادلانه یا ناعادلانه بودن هر مجموعه، مهم‌ترین بخش این بازی است که در جریان آن دانش‌آموزان به بررسی ویژگی‌های اعداد زوج و فرد در محاسبات می‌پردازند. (در صورت امکان استفاده از کامپیوتر، می‌توانید این بازی را در سایت <http://nrich.maths.org/4308> با دانش‌آموزان خود انجام دهید).

### حل بعضی از تمرین‌های کتاب

سؤال ۲: بعد از رنگ کردن مضرب‌های ۳ و ۵ در جدول اعداد ۱ تا ۱۰۰، این جدول به صورت زیر خواهد بود. لازم به ذکر است که از این جدول می‌توان در انجام بازی معرفی شده در بخش «معما و سرگرمی» انتهای فصل استفاده کرد.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰
۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰
۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰
۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰
۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰

سؤال ۳: الگوی این تمرین را می‌توان به شیوه‌های مختلف نگاه کرد. چند عبارت ریاضی مربوط به این الگو عبارت است از:

$$\begin{aligned} \square &= \text{شماره شکل} \\ \bigcirc &= \text{تعداد مربع‌ها} \\ \bigcirc &= (2 \times (\square + 1)) + \square \\ \bigcirc &= (3 \times (\square + 1)) - 1 \\ \bigcirc &= (3 \times \square) + 2 \end{aligned}$$

اجازه دهید دانش‌آموزان روش‌های مختلف خود را روی تخته بنویسند و در کلاس درباره درستی این روش‌ها و تفاوت‌ها و شباهت‌های آنها گفتگو شود.

سؤال ۶: برای پیدا کردن اعدادی که مضرب ۱۲ و ۱۵ باشند مانند روش کتاب عمل کنید تا عددی فراموش نشود.

$$\begin{array}{lll} 1 \times \boxed{12} = 12 & 2 \times \boxed{6} = 12 & 3 \times \boxed{4} = 12 \\ 4 \times \boxed{3} = 12 & 6 \times \boxed{2} = 12 & 12 \times \boxed{1} = 12 \end{array}$$

به ضرب  $4 \times 3$  رسیدیم که تکراری است، عامل‌های ضرب تکراری می‌شود و می‌توان دیگر ادامه داد. نتیجه می‌گیریم که ۱۲ می‌تواند مضرب اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۶ و ۱۲ باشد. همین فرایند برای عدد ۱۵ نیز تکرار می‌شود.

### توصیه‌های آموزشی

۱- توانایی بیان رابطه کلی در الگوها با عبارات فارسی یا عبارات ریاضی با نمادهای  $\triangle$ ،  $\square$ ،  $\bigcirc$  و ... مهارتی فراتر از درک الگو و توانایی تعمیم دادن آن است. به این معنی که ممکن است دانش‌آموزی الگو و نظم موجود در آن را کاملاً درک کرده باشد اما نتواند این نظم را در قالب عبارات بیان کند. لذا توصیه می‌شود برای شکل‌گیری و تقویت چنین مهارتی زمان کافی به دانش‌آموزان بدهید و با انجام فعالیت‌های متنوع آنها را در دستیابی به این مهارت همراهی کنید.

۲- در بررسی الگوها، طرح ایده‌های مختلف و بیان عبارت‌های ریاضی متناسب با این ایده‌ها، فرصتی غنی برای تمرین تفکر جبری است. چرا که دانش‌آموزان می‌بینند عبارت‌های ریاضی به ظاهر متفاوت برای یک الگو دارای نتایج یکسانی هستند. لذا توصیه می‌شود در بررسی الگوهای مختلف، همه دانش‌آموزان فرصت بیان نظرات و ایده‌های خود را داشته باشند.

### بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

۱- مهم‌ترین بدهمی این است که دانش‌آموزان بین دو جمله متوالی یک الگو، رابطه‌ای کشف می‌کنند و بدون آنکه آن را برای جمله‌های دیگر الگو آزمایش کنند به کار می‌برند. در حالی که ممکن است آن رابطه برای جمله‌های بعدی صدق نکند. برای رفع این مشکل همیشه رابطه بیان شده را در تمام جمله‌های داده شده از الگو امتحان کنید و این کار را به دانش‌آموزان آموزش دهید.

۲- بدهمی دیگر این است که برخی از دانش‌آموزان تصور می‌کنند نسبت تعداد عناصر هر دو جمله، برابر با نسبت شماره آن دو جمله است. به طور مثال برای پیدا کردن تعداد عناصر جمله دهم، تعداد عناصر جمله پنجم را دو برابر می‌کنند. برای رفع این مشکل، بازنمایی جدول مناسب است چرا که تعداد عناصر و شماره جمله‌ها در آن قابل مشاهده است و دانش‌آموزان می‌توانند قطعی نبودن چنین رابطه‌هایی را از آن نتیجه بگیرند.

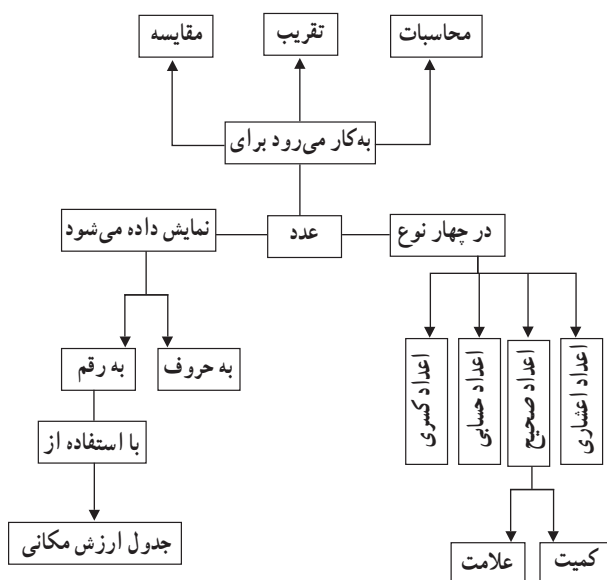


## یادآوری عددنویسی

### اهداف

- ۱- مرور و یادآوری عددنویسی و گسترده نویسی اعداد تا مرتبهٔ میلیارد
- ۲- کاربرد اعداد در دنیای واقعی
- ۳- نمایش تقریبی اعداد روی محور
- ۴- درک صحیح از بزرگی اعداد (حس عددی)
- ۵- برطرف کردن بدفهمی‌های رایج در عددنویسی

### شبکه مفهومی



### روش تدریس

این درس به طور کلی به یادآوری عدد نویسی تا طبقهٔ میلیارد می‌پردازد. در این فعالیت برای اولین بار جدول ارزش مکانی به طور کامل همراه با مرتبه‌های اعشاری رسم شده است و هدف از آن،

درک روابط بین ستون‌های جدول ارزش مکانی و الگوهای موجود در آن است. به این صورت که اگر یکی‌ها را در نظر بگیریم وقتی از سمت یکی‌ها به سمت چپ جدول حرکت کنیم هر ستون جدول ارزشی معادل  $۱۰$  برابر ستون قبلی دارد. برای مثال صدتایی‌ها،  $۱۰$  برابر ده تایی‌ها هستند. پس با حرکت به سمت چپ جدول اعداد بزرگ و بزرگ تر می‌شوند. ولی اگر از یکی‌ها به سمت راست جدول حرکت کنیم هر ستون جدول  $۱۰$  برابر کوچکتر از ستون قبلی است. به عنوان مثال یک صدم  $۱۰$  برابر کوچکتر از یک دهم است. با توجه به اینکه همه این مفاهیم در پایه‌های قبل آموزش داده شده است انتظار می‌رود که دانش‌آموزان روابط و الگوهای موجود در جدول ارزش مکانی را درک کرده باشند. لذا می‌توانیم با یک بحث کلاسی و مطرح کردن سؤال‌های زیر همه این مفاهیم را مرور کنیم.

۱- یکان میلیون، چند برابر دهگان هزار است؟

۲- چرا نام ستون سمت راست یکی‌ها، دهم است؟ (همین سؤال را می‌توان برای ستون‌های صدم و هزارم هم مطرح کرد.)

۳- یک دهم از چند هزارم درست شده است؟

۴- اگر عددی در  $۱۰۰$  ضرب شود مرتبه صدگان هزار آن به چه مرتبه‌ای منتقل خواهد شد؟ چرا؟

۵- اگر عددی بر  $۱۰۰۰$  تقسیم شود مرتبه صدگان میلیون آن به کدام مرتبه منتقل می‌شود؟ چرا؟ پس از اتمام این بحث دانش‌آموزان قادر به انجام فعالیت کتاب هستند.

### بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

در سؤال‌های کار در کلاس سعی شده است با ارائه مثال‌های واقعی، دانش‌آموزان کاربرد اعداد را در دنیای واقعی ببینند و همچنین در این بخش سؤالاتی مطرح شده است که درک عددی دانش‌آموزان را به چالش می‌کشد.

**سؤال ۳ کار در کلاس صفحه ۸:** نمایش تقریبی اعداد روی محور درک عددی خوبی به دانش‌آموزان می‌دهد. زیرا آنها برای نشان دادن اعداد روی محور باید با توجه به مقیاس محور عمل کنند. مثلاً برای نشان دادن عدد  $۴۴۹۰۰۱۶$  با توجه به محور متوجه می‌شوند که فاصله هر قسمت  $۱۰۰$  میلیون است. از طرفی این عدد بین  $۱۰۰$  تا  $۱۰۰$  میلیون است و با توجه به اینکه در این بازه  $۱۰۰$  میلیون تا عدد وجود دارد پس این عدد نزدیک به صفر است. تمام این استدلال‌ها به درک عددی آنها کمک بسیاری خواهد کرد.

**سؤال ۱ کار در کلاس صفحه ۹ :** در این سؤال نیز قرار است اعداد به صورت تقریبی روی محور نشان داده شوند. مقیاس اولین محور یک صدم است. اما دانش‌آموزان باید عدد  $0/047$  که دارای مرتبه هزارم است را روی محور نشان دهند. بهتر است از آنها بخواهید عدد  $0/047$  را گسترده کنند. در این صورت عدد برابر می‌شود با :

$$0/04 + 0/007 = 0/047$$

چون عدد  $0/007$  از  $0/01$  کوچکتر است پس  $0/047$  از  $0/05$  کوچکتر است و در نتیجه بین  $0/04$  و  $0/05$  قرار می‌گیرد.

**سؤال ۳ کار در کلاس صفحه ۹ :** در قسمت دوم این سؤال پرسیده شده است که "اگر عدد صد و سی میلیون بر  $10$  تقسیم شود، چه عددی به دست می‌آید؟" هدف از طرح این سؤال محاسبات نبوده است بلکه باید دانش‌آموزان با درک روابط بین جدول ارزش مکانی به آن پاسخ دهند. به این صورت که اگر هر عددی بر  $10$  تقسیم شود ارزش هر رقم  $10$  مرتبه کوچکتر می‌شود یعنی هر کدام از رقم‌ها یک واحد به سمت راست جدول حرکت می‌کنند و چون این عدد در مرتبه صدگان میلیون قرار دارد با یک واحد حرکت به سمت راست جدول، در مرتبه دهگان میلیون قرار خواهد گرفت. بنابراین به عدد سیزده میلیون خواهیم رسید.

**سؤال ۴ کار در کلاس صفحه ۹ (قسمت سوم) :** در این سؤال دانش‌آموزان مفهوم بین اعداد را تجربه می‌کنند. آنها قرار است عددی بین  $60000$  و  $80000$  را با رقم‌های  $8, 7, 5, 4$  و  $2$  بنویسند. حل این سؤال مستلزم این است که دانش‌آموزان درک خوبی از اعداد داشته باشند، زیرا در این صورت متوجه می‌شوند تنها رقمی که می‌توانند در مرتبه دهگان هزار قرار دهند رقم  $7$  است.

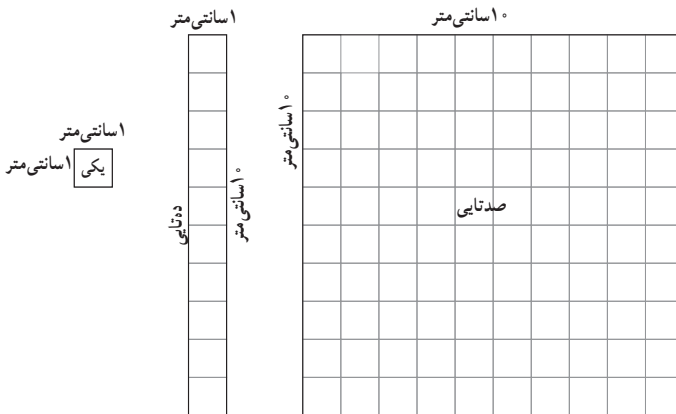
## فعالیت‌های پیشنهادی

### فعالیت ۱ :

هدف از فعالیت این است که دانش‌آموزان عدد میلیارد را در مدل سطح نمایش دهند و از این طریق علاوه بر درک رابطه بین ستون‌های جدول ارزش مکانی، حسی نسبت به بزرگی عدد میلیون و میلیارد پیدا کنند.

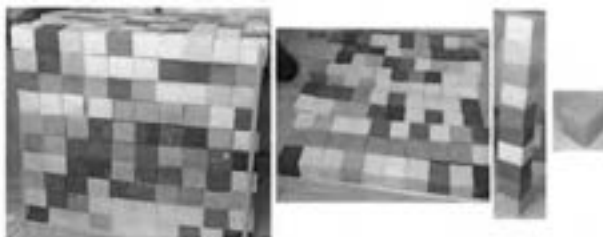
در این فعالیت معلم باید مدل‌هایی برای یکی، ده تایی و صد تایی بسازد. به این صورت که او با استفاده از کاغذ باطله، یک مربع  $1$  سانتی‌متر  $\times$   $1$  سانتی‌متر می‌سازد و به عنوان یکی به دانش‌آموزان معرفی می‌کند. سپس با قرار دادن ده تا از این مربع‌ها کنار هم، یک مستطیل  $10$  سانتی‌متر  $\times$   $1$  سانتی‌متر درست می‌کند که نشان دهنده ده تایی است. در مرحله بعد با قرار دادن  $10$  تا از مستطیل‌های ده تایی

کنار هم، یک مربع  $۱۰$  سانتی متر  $\times$   $۱۰$  سانتی متر ساخته می شود که صدتایی را نمایش می دهد. معلم پس از توضیح روند ساخت یکی، ده تایی و صدتایی، در جریان یک بحث کلاسی، از دانش آموزان می پرسد که اگر بخواهیم هزارتایی را بسازیم چه شکلی خواهد داشت و دارای چه ابعادی است؟ پس از گفتگو، دانش آموزان باید به این نتیجه رسیده باشند که هزارتایی به شکل یک مستطیل  $۱۰۰$  سانتی متر  $\times$   $۱۰۰$  سانتی متر است که از ده مربع صدتایی به هم چسبیده درست شده است. معلم باید این فرایند را تا طبقه میلیاردها به صورت گام به گام ادامه دهد و در هر مرحله با طرح سؤال "شکل بعدی چیست و چه ابعادی دارد؟" تصویری از ابعاد شکل بعدی ایجاد کند و این کار با استفاده از الگوی موجود در جدول ارزش مکانی و روابط بین ستون های آن امکان پذیر است.



بعد از این جلسه، می توان برای ایجاد تصور و حسی نسبت به بزرگی اعداد، از دانش آموزان خواست که با استفاده از روزنامه و کاغذ باطله مدلی برای نمایش میلیون بسازند. این کار می تواند در یک فضای بزرگ مانند حیاط مدرسه و در طول چند هفته اتفاق بیفتد.

معلم می تواند این فرایند را با مدل های سه بعدی نیز امتحان کند. سه شکل اول عبارت اند از مکعب، میله و صفحه و این الگو برای تمام طبقات جدول تکرار می شود با این تفاوت که این مدل ها در هر طبقه هزار برابر بزرگتر می شوند. در تصویر زیر مدلی سه بعدی برای میلیون را می بینید.



تصویر اول از سمت راست مکعبی با طول، عرض و ارتفاع  $10\text{ cm}$  را نشان می‌دهد که حجم آن  $1000\text{ cm}^3$  خواهد شد. بنابراین این مکعب به عنوان مدلی برای عدد  $1000$  در نظر گرفته شده است. دومین تصویر نشان دهنده یک میله ده هزارتایی است زیرا با قرار دادن  $10$  تا از مکعب‌های هزارتایی روی هم، ساخته شده است و تصویر بعدی یک صفحه صد هزارتایی را نمایش می‌دهد چون با کنار هم چیدن  $10$  تا از میله‌های ده هزارتایی درست شده است و تصویر آخر نشان دهنده مکعب میلیون است زیرا با روی هم گذاشتن  $10$  صفحه صد هزارتایی به وجود آمده است. اگر این الگوی ساخت را ادامه دهیم مکعب میلیارد نیز ساخته خواهد شد.

### فعالیت ۲:

این فعالیت به صورت بازی قابل اجرا است، زیرا در آن برنده و بازنده وجود دارد.

**هدف بازی:** مقایسه اعداد بزرگ و درک ارزش مکانی رقم‌ها

**ابزار مورد نیاز:**  $10$  کارت سفید برای هر بازیکن، تاس  $9$  وجهی (یا کارت‌های رقم  $0$  تا  $9$ )  
روش بازی: در هر مرحله قرار است دانش‌آموزان با ده بار پرتاب تاس یک عدد ده رقمی بسازند. برای این کار دانش‌آموزان باید گروه‌های دو نفره تشکیل دهند. در ابتدا یکی از بازیکنان تاس را پرتاب می‌کند. با توجه به رقم ظاهر شده هر بازیکن تصمیم می‌گیرد که آن رقم را در کدام مرتبه عدد خود روی کارت بنویسد. این فرایند ده بار تکرار می‌شود و در نهایت هر کدام از بازیکنان، روی کارت خود یک عدد ده رقمی دارند. سپس بازیکنان کارت‌های خود را به یکدیگر نشان می‌دهند و بازیکنی که عدد بزرگتری ساخته است هر دو کارت را بر می‌دارد. اگر این روند بازی چندین بار تکرار شود در پایان بازیکنی برنده است که کارت‌های بیشتری جمع کرده است.

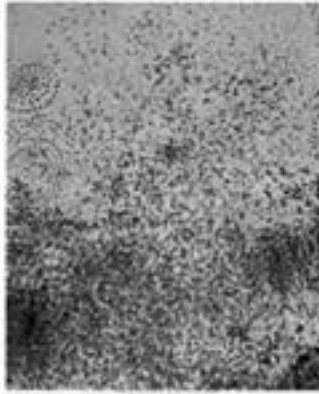
### فعالیت ۳:

یکی از اهداف این درس ایجاد تصور ذهنی و حس عددی از اعداد بزرگ است. در طی فعالیت‌های زیر که در طول یک سال تحصیلی می‌تواند ادامه داشته باشد دانش‌آموزان بزرگی اعداد میلیون و میلیارد را حس می‌کنند. هر معلم با توجه به امکانات و علایق دانش‌آموزان خود می‌تواند یکی از فرایندهای زیر را در کلاس دنبال کند. لازم به ذکر است که اجرای این فعالیت‌ها زمانی از کلاس نمی‌گیرد و به صورت یک کار جانبی و مداوم قابل پیگیری است.

۱- می‌توان برای کل یک کلاس یا یک پایه، پروژه‌ای تعریف کرد که هدف آن جمع‌آوری یک شیء خاص برای رسیدن به یک کمیت مشخص است. مثلاً جمع‌آوری  $10000$  در بطری.



۲- نمایش عدد میلیون از طریق گذاشتن یک میلیون نقطه روی مقوایی که در کلاس نصب شده است. (مانند تصویر زیر)



### حل بعضی از تمرین‌های کتاب

هدف از تمرین سوم درک ارزش مکانی رقم‌ها است. برای حل آن از دانش‌آموزان می‌خواهیم در ابتدا با ماشین حساب حاصل  $۶۳۷۸ + ۶۴۵۲$  را به دست آورند و سپس با فرض اشتباه میثم حاصل  $۶۳۷۸ + ۶۴۸۲$  را محاسبه کنند و در هر مرحله پاسخ خود را یادداشت کنند. آنها خواهند دید که این دو پاسخ با هم  $۳^\circ$  واحد اختلاف دارند. لازم است در اینجا بحث کلاسی برای پاسخ گویی به سؤال‌هایی مانند "چه اتفاقی افتاد که این  $۳^\circ$  واحد اختلاف به وجود آمد؟" یا "در مرحله دوم چه چیزی تغییر کرد؟" انجام شود. انتظار می‌رود که در جریان کلاس، دانش‌آموزان به این نتیجه برسند که حاصل دوم  $۳^\circ$  واحد بیشتر از مقدار واقعی است که به دلیل اشتباه وارد کردن رقم ۸ به جای رقم ۵ است. رقم ۸، سه واحد بیشتر از رقم ۵ است اما چون این رقم در مرتبه دهگان قرار دارد پس این اشتباه اختلاف  $۳^\circ$  واحدی را به وجود می‌آورد. بنابراین برای به دست آوردن حاصل واقعی کافی است که از پاسخ اشتباه به اندازه  $۳^\circ$  واحد کم کنیم.

### توصیه‌های آموزشی

۱- توجه به الگوی موجود بین طبقه‌ها در جدول ارزش مکانی حائز اهمیت است. زیرا یکی از اهداف کتاب این است که در سؤالات ضرب و تقسیم اعداد در مضارب ده دانش‌آموزان بتوانند بدون محاسبه و با توجه به الگو و روابط بین ستون‌های جدول پاسخ دهند.

۲- نمایش تقریبی اعداد روی محور به درک عددی دانش‌آموزان کمک خواهد کرد. لذا توصیه می‌شود سؤال‌های مربوط به قسمت با صرف زمان کافی در کلاس حل شود.

### بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

یکی از بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان مربوط به عدد نویسی است که سؤال ۲ کار در کلاس صفحه ۸ به آن پرداخته است. در این سؤال دانش‌آموزی عدد چهار هزار و پانصد و نه را به صورت ۴۰۰۰۵۰۰۹ نوشته است. در واقع او با توجه به اعدادی که می‌شنود بدون توجه به طبقات جدول ارزش مکانی شروع به نوشتن اعداد پشت سر هم می‌کند. یعنی پس از شنیدن چهار هزار آن را به صورت ۴۰۰۰ می‌نویسد و سپس عدد ۵۰۰ و عدد ۹ را به همین ترتیب به دنبال ۴۰۰۰ می‌نویسد. به نظر می‌رسد این نوع بدفهمی به دلیل درک نکردن تفاوت رقم و عدد ایجاد شده است. زیرا این دانش‌آموز، چهار هزار را به عنوان یک عدد می‌بیند نه به عنوان رقمی که در مرتبه هزارگان است. بنابراین آن را به صورت ۴۰۰۰ می‌نویسد. برای برطرف کردن این نوع بدفهمی، لازم است مفهوم عدد و رقم با توجه به جدول ارزش مکانی برای دانش‌آموز مرور شود.

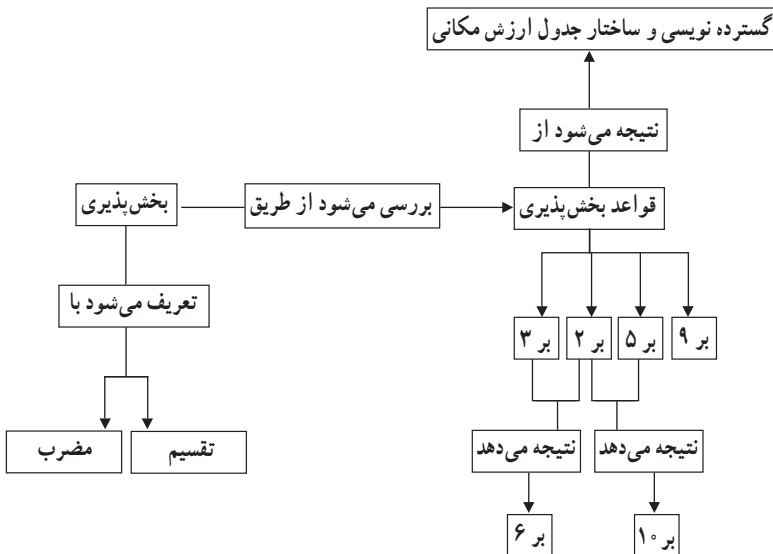


## بخش پذیری

### اهداف

- ۱- مرور مفهوم بخش پذیری
- ۲- مفهوم سازی قواعد بخش پذیری اعداد بر ۲، ۳، ۵، ۹

### نقشه مفهومی

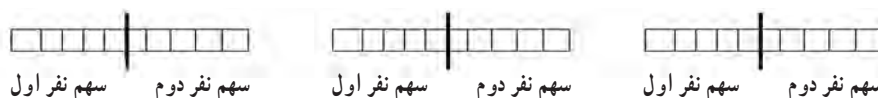


## روش تدریس

## فعالیت ۱: (صفحه ۱۱)

هدف این فعالیت، مفهوم سازی قواعد بخش پذیری بر ۲ و ۵ است. با توجه به ساختار ارزش مکانی، هر عدد می تواند به صورت چند یکی، چند ده تایی، چند صدتایی و ... گسترده شود. لذا برای استخراج قواعدی برای بخش پذیری بر اعداد ۲ و ۵، ابتدا سراغ دسته های ده تایی، صدتایی و ... می رویم. هر دسته ده تایی و صدتایی بر ۲ و ۵ بخش پذیر است. بنابراین هر تعداد از این دسته ها هم به ۲ و ۵ بخش پذیر خواهند بود. پس برای بررسی بخش پذیری یک عدد بر ۲ و ۵ کافی است یکان آن را بررسی کنیم.

برای تدریس این صفحه کتاب، دانش آموزان گروه های دو نفری تشکیل دهند. به هر گروه ۱۰ چینه داده شود و از گروه ها خواسته شود چینه ها را به طور مساوی بین خودشان تقسیم کنند. با انجام این کار دانش آموزان می بینند که ۱۰ بر ۲ بخش پذیر است، چون چینه ای باقی نمی ماند. در مرحله بعد، برای اینکه دانش آموزان درک کنند هر تعداد ده تایی بر ۲ بخش پذیر است به گروه های مختلف تعداد دسته های متفاوت داده شود و از آنها خواسته شود این دسته ها را بین خودشان به طور مساوی تقسیم کنند. در تقسیم دسته های ده تایی، ممکن است دانش آموزان به دو صورت عمل کنند. بعضی از آنها همه دسته های ده تایی به ۲ قسمت مساوی تقسیم می کنند. مانند شکل زیر:



برخی دیگر، ابتدا تا جای ممکن دسته های ده تایی کامل را بین خودشان تقسیم می کنند و سپس دسته باقیمانده را نصف می کنند. مانند شکل زیر:



در هر دو صورت دانش آموزان به این نتیجه می رسند که تعداد دسته ده تایی خودشان بر ۲ بخش پذیر است. با توجه به اینکه هر گروه تعداد متفاوتی دسته ده تایی داشت با بحث کلاسی دانش آموزان به این نتیجه می رسند که هر تعداد دلخواه از دسته های ده تایی بر ۲ بخش پذیر است. همین فرایند برای

دسته‌های صدتایی هم می‌تواند تکرار شود و در انتها دانش‌آموزان به این نتیجه می‌رسند که هر تعداد دسته صدتایی هم بر ۲ بخش پذیر است. در مرحله بعد، معلم یک عدد سه رقمی روی تخته بنویسد و از دانش‌آموزان بخواهد عدد سه رقمی را با چینه یا کوئیزر بسازند و سپس بخش پذیری آن عدد بر ۲ را بررسی کنند. با توجه به روند قبلی کلاس، انتظار می‌رود دانش‌آموزان به این نتیجه برسند که برای بررسی بخش پذیری یک عدد بر ۲، کافی است بخش پذیر بودن یکان آن عدد بر ۲ را بررسی کنند. چون هر تعداد دسته ده تایی و صدتایی بر ۲ بخش پذیر است.

همین کار می‌تواند برای نتیجه‌گیری قاعده بخش پذیری بر ۵ نیز تکرار شود.

### فعالیت ۲: (صفحه ۱۳)

هدف این فعالیت، مفهوم سازی قواعد بخش پذیری بر ۳ و ۹ است. با توجه به ساختار ارزش مکانی، هر عدد می‌تواند به صورت چند یکی، چند ده تایی، چند صدتایی و ... گسترده شود. لذا برای استخراج قواعدی برای بخش پذیری بر اعداد ۳ و ۹، ابتدا سراغ دسته‌های ده تایی، صدتایی و ... می‌رویم. وقتی هر دسته ده تایی و صدتایی را بر ۳ یا ۹ تقسیم کنیم یکی باقی می‌ماند. پس اگر برای مثال ۴ دسته ده تایی داشته باشیم بعد از تقسیم آن بر ۳ یا ۹، چهار تا باقی می‌ماند این اتفاق برای دسته‌های صدتایی نیز تکرار می‌شود یعنی با تقسیم هر تعداد دسته صدتایی بر ۳ یا ۹ به اندازه رقم آن باقی می‌ماند. بنابراین در هر عدد به اندازه مجموع رقم‌ها باقی می‌ماند. لذا برای بررسی بخش پذیری عدد بر ۳ کافی است بخش پذیر بودن مجموع رقم‌های آن عدد بر ۳ یا ۹ را بررسی کنیم.

برای تدریس این صفحه کتاب، مانند فعالیت قبل عمل کنید و اجازه دهید دانش‌آموزان همه این مراحل را در زمان کافی طی کنند و نتایج لازم را کسب کنند.

## فعالیت‌های پیشنهادی

### فعالیت ۱:

روش دیگر برای بررسی و پیدا کردن قواعد بخش پذیری بر ۲، ۳، ۵، ۹ این است که دانش‌آموزان تنها به بررسی دسته‌های ده تایی بپردازند. زیرا هر دسته صدتایی شامل ۱۰ دسته ده تایی است و هر بسته هزارتایی شامل ۱۰۰ دسته ده تایی است و غیره. لذا قواعدی که در دسته‌های ده تایی حاکم است برای دسته‌های صدتایی و هزارتایی و ... نیز حاکم است. بنابراین برای پیدا کردن قواعد بخش پذیری بر ۲، ۳، ۵ و ۹ کافی است قاعده را برای دسته‌های ده تایی بررسی کنند و سپس با تعمیم آن به دسته‌های صدتایی، هزارتایی و ... نتیجه کلی را به دست آورند.

### بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

**سؤال ۳ کار در کلاس صفحه ۱۲ :** یک سؤال باز پاسخ است. توصیه می‌شود دانش‌آموزان بعد از حل انفرادی، در جریان یک بحث کلاسی همه پاسخ‌های ممکن برای سؤال‌ها را بررسی کنند. برای مثال پاسخ قسمت الف  $۹۵^\circ$  یا  $۵۹^\circ$  است و پاسخ قسمت ب می‌تواند  $۹۰^\circ$  یا  $۹۵^\circ$  یا  $۵۹^\circ$  باشد. **سؤال ۵ کار در کلاس صفحه ۱۲ :** در این سؤال بخش‌پذیری بر  $۱۰$  بررسی می‌شود. دانش‌آموزان با توجه به دانش خود در مورد قواعد بخش‌پذیری بر  $۲$  و  $۵$ ، بخش‌پذیری بر  $۱۰$  را نتیجه می‌گیرند.

**سؤال‌های ۱ تا ۳ کار در کلاس صفحه ۱۴ :** سؤال‌های ۱ تا ۳ کار در کلاس ارتباط بخش‌پذیری  $۳$  و  $۹$  با هم را بررسی می‌کند. در واقع دانش‌آموزان باید بدانند که اگر عددی بر  $۳$  بخش‌پذیر باشد لزوماً بر  $۹$  بخش‌پذیر نیست، ولی اگر عددی بر  $۹$  بخش‌پذیر باشد حتماً بر  $۳$  نیز بخش‌پذیر است. **سؤال ۴ کار در کلاس صفحه ۱۴ :** در این سؤال بخش‌پذیری بر  $۶$  بررسی می‌شود. دانش‌آموزان با توجه به دانش خود در مورد قواعد بخش‌پذیری بر  $۲$  و  $۳$ ، بخش‌پذیری بر  $۶$  را نتیجه می‌گیرند.

### حل بعضی از تمرین‌های کتاب

**سؤال ۴ :** این سؤال نیز یک سؤال باز پاسخ است و زمینه مناسبی است که پاسخ‌های مختلف دانش‌آموزان در کلاس مطرح شود و مورد بررسی قرار گیرد :

الف :  $۳۱۰$  یا  $۳۱۵$

ب :  $۴۲$ ،  $۴۵$ ،  $۴۸$ ،  $۵۱$ ،  $۵۴$ ،  $۵۷$

ج :  $۲۱$ ،  $۲۴$ ،  $۲۷$

د :  $۷۱$ ،  $۷۳$ ،  $۷۷$ ،  $۷۹$

**سؤال ۷ :** هدف سؤال این است که بخش‌پذیری عدد  $۳۶$  بر  $۲$  و  $۵$  بررسی شود. در این سؤال دانش‌آموزان اجازه دارند فقط از پیمانه‌های  $۲$  لیتری یا فقط از پیمانه‌های  $۵$  لیتری استفاده کنند و نمی‌توانند از ترکیب این دو نوع پیمانه استفاده کنند. با توجه به این موضوع پاسخ سؤال،  $۱۸$  پیمانه  $۲$  لیتری است. چون  $۳۶$  بر  $۵$  بخش‌پذیر نیست پس با پیمانه‌های  $۵$  لیتری نمی‌تواند پر شود.

### توصیه‌های آموزشی

آنچه که در بخش‌پذیری اهمیت دارد درک چرایی قواعد بخش‌پذیری است. زیرا تنها در این صورت است که دانش‌آموزان قدرت تولید قواعد بخش‌پذیری در موقعیت‌های جدید را پیدا می‌کنند. بنابراین توصیه می‌شود برای تدریس این مفهوم زمان کافی اختصاص داده شود و در کلاس با صبر و حوصله کافی به این موضوع پرداخته شود.

### بdfهفی‌های رایج دانش‌آموزان

- ۱- یکی از بdfهفی‌های رایج دانش‌آموزان این است که قواعد بخش‌پذیری بر یک عدد را در مورد عدد دیگر نیز به کار می‌برند. به طور مثال می‌گویند عددی بر ۶ بخش‌پذیر است که رقم یکان آن ۶ باشد یا مجموع ارقامش بر ۶ بخش‌پذیر باشد.
- ۲- یک بdfهفی رایج دیگر این است که از بخش‌پذیر بودن یک عدد بر ۳، بخش‌پذیری آن بر ۹ را نیز نتیجه می‌گیرند. برای برطرف شدن این بdfهفی‌ها توصیه می‌شود دانش‌آموزان را با مثال‌هایی روبه‌رو کنید که این قواعد را نقض کند.

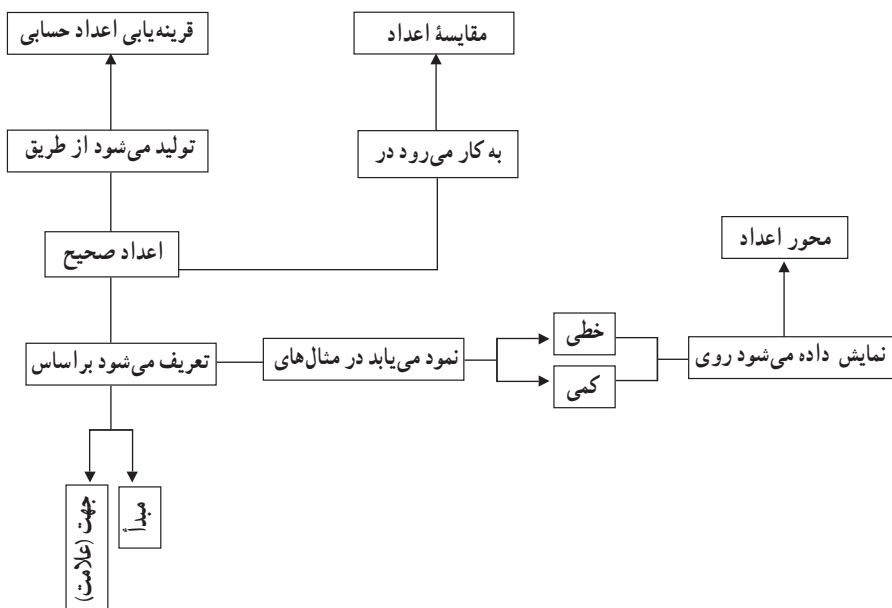


## معرفی اعداد صحیح

### اهداف

- ۱- معرفی اعداد صحیح با مثال های عینی
- ۲- نمایش اعداد صحیح با استفاده از علامت های مثبت و منفی
- ۳- مقایسه اعداد صحیح
- ۴- نمایش عددهای صحیح روی محور اعداد
- ۵- قراردادی بودن صفر به عنوان مبدأ اعداد صحیح
- ۶- قراردادی بودن جهت های مثبت و منفی

### نقشه مفهومی





## روش تدریس

یکی از زمینه‌های معرفی اعداد صحیح استفاده از مدل خطی دما است. این زمینه برای نشان دادن اعداد منفی آشنا است. زیرا دانش‌آموزان یا تجربه دمای زیر صفر را دارند یا درباره دما در اخبار چیزهایی شنیده‌اند. بنابراین این فعالیت می‌تواند شروع خوبی برای معرفی اعداد صحیح باشد. ابتدا از دانش‌آموزان می‌خواهیم که فعالیت درس را به تنهایی انجام دهند. در این فعالیت آنها برای اولین بار با موقعیتی روبه رو می‌شوند که دو عدد کمیت یکسانی دارند اما ارزش‌های متفاوتی دارند. مثلاً برای کمیت دما نیاز است که دو مقدار بالای صفر و زیر صفر با نمادهای متفاوتی نشان داده شود. برای نمونه در این فعالیت می‌بینیم که سارا دمای بالای صفر را با استفاده از مربع و دمای زیر صفر را با استفاده از مثلث نشان داده است. مریم نیز برای نشان دادن تمایز بین دمای بالا و زیر صفر به ترتیب از رنگ‌های مشکی و آبی استفاده کرده است. در قسمت بعدی فعالیت نیز هر یک از دانش‌آموزان با توجه به نمایش خودشان عددهای بالای صفر و زیر صفر را به انواع مختلفی نشان می‌دهند. پس با انجام این فعالیت دانش‌آموزان متوجه می‌شوند که همه این نمایش‌ها، یک مقدار را نشان می‌دهند. مثلاً  $18^\circ$  درجه زیر صفر به صورت‌های  $18^\square$  و  $18^\triangle$  نشان داده شده است. پس برای یکسان کردن تمام این نمایش‌ها از این به بعد قرارداد می‌کنیم که بالای صفر درجه را با علامت مثبت + و زیر صفر درجه را با علامت منفی - نشان دهیم. پس از انجام این فعالیت و بحث کلاسی انتظار می‌رود که دانش‌آموزان به این نتیجه رسیده باشند که علامت‌های مثبت، منفی و جهت آنها قراردادی هستند.

## بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

**سؤال ۱:** در این سؤال اعداد صحیح منفی با قرینه‌یابی نسبت به نقطه صفر با استفاده از ابزار محور معرفی شده‌اند. به نظر می‌رسد ابزار محور و قرینه‌یابی نسبت به یک نقطه، درک شهودی خوبی برای معرفی اعداد منفی به وجود می‌آورد. زیرا با در نظر گرفتن اینکه در قرینه‌یابی هر کدام از اعداد نسبت به نقطه صفر، یک فاصله دارند بنابراین به همین اندازه فاصله می‌توانیم قبل از صفر نیز نقاطی را داشته باشیم. مثلاً نقطه ۵، پنج واحد از سمت راست از نقطه صفر فاصله دارد و اگر به همین اندازه پنج واحد از سمت چپ صفر حرکت کنیم آنگاه به نقطه دیگری می‌رسیم که ۵- نام دارد. اگر برای نقاط دیگر نیز این فرایند را تکرار کنیم می‌بینیم که قبل از صفر نیز اعدادی وجود دارند که برای متمایز کردن آنها از اعداد بعد از صفر از علامت‌های مثبت و منفی استفاده می‌کنیم و بنابر قرارداد اعداد سمت راست صفر

را با علامت مثبت و اعداد سمت چپ صفر را با علامت منفی نشان می‌دهیم.

**سؤال ۳:** در این سؤال با استفاده از مدل خطی ارتفاع، اعداد صحیح نشان داده شده‌اند. این سؤال می‌تواند زمینه خوبی برای اعداد صحیح باشد. زیرا پس از حل این سؤال می‌توانیم مثال‌های عینی برای دانش‌آموزان بگوییم. به طور نمونه کوه دماوند در ارتفاع  $5610$  متری از سطح دریا است.

از طرفی دیگر هدف از این سؤال تأکید بر قراردادی بودن مبدأ اعداد صحیح و جهت‌های مثبت و منفی است. زیرا با انتخاب هر طرف به عنوان جهت مثبت طرف دیگر جهت منفی می‌شود. به طور مثال اگر دانش‌آموزی بالای سطح دریا را به عنوان جهت مثبت و در نظر بگیرد، هواپیما در ارتفاع  $160$ - قرار خواهد گرفت در صورتی که اگر دانش‌آموز دیگری بالای سطح دریا را به عنوان جهت مثبت در نظر بگیرد آنگاه هواپیما در ارتفاع  $160$ + قرار دارد.

**سؤال ۵:** در این سؤال به مقایسه اعداد صحیح با استفاده از ابزار محور پرداخته شده است. استفاده از ابزار محور همواره به درک شهودی دانش‌آموزان برای مقایسه اعداد صحیح کمک بسزایی خواهد کرد. زیرا دانش‌آموزان می‌توانند ببینند که با حرکت به سمت راست عددها بزرگ‌تر و با حرکت به سمت چپ عددها کوچک‌تر می‌شوند.

### فعالیت‌های پیشنهادی

دو زمینه کمی و خطی برای تدریس اعداد صحیح وجود دارد. در بیشتر مثال‌های کتاب از مدل خطی (دما و ارتفاع) استفاده شده است. اما در این فعالیت ما با استفاده از مدل کمی به معرفی اعداد صحیح می‌پردازیم.

جدول زیر را به عنوان بازی‌های انجام شده بین تیم‌های یک مدرسه به دانش‌آموزان بدهید:

بازی‌های انجام شده	نتیجه بازی	نام تیم برنده
عقاب - شاهین	۵-۳	شاهین
عقاب - امید	۳-۲	امید
عقاب - استقلال	۱-۱	-
شاهین - امید	۰-۴	شاهین
شاهین - استقلال	۱-۲	استقلال
امید - استقلال	۴-۳	امید

سپس از آنها بخواهید مقایسه تفاضل گل تیم‌ها، تیم قهرمان را مشخص کنند. برای این کار دانش‌آموزان می‌توانند ابتدا تعداد گل‌هایی که هر تیم در تمام بازی‌ها زده است و همین‌طور تعداد گل‌هایی که در کل بازی‌ها خورده است را به دست آورند و سپس با کامل کردن جدول‌هایی مانند زیر تیم قهرمان را مشخص کنند.

نام تیم‌ها	گل زده	گل خورده	تفاضل گل‌ها
عقاب	۶	۹	۳-
شاهین			
امید			
استقلال			

### حل بعضی از تمرین‌های کتاب

تمرین دوم مثال خوبی از زندگی روزمره است. زیرا بیشتر دانش‌آموزان تجربه استفاده از آسانسور را دارند. بنابراین ممکن است دیده باشند که طبقات زیر زمین و پارکینگ‌ها در بعضی آسانسورها با علامت منفی نشان داده می‌شود. پس با در نظر گرفتن این تجربه و استفاده از رسم شکل به راحتی می‌توانند به این سؤال پاسخ دهند. از طرفی امکان دارد در این سؤال برخی از دانش‌آموزان جمع اعداد صحیح را نیز کشف کنند. (برای این سؤال باید نمودار صفحه ۱۹ کشیده شود.)

### توصیه‌های آموزشی

۱- در هر موضوع جدید یا نوع جدیدی از اعداد، شروع با زمینه آشنا اهمیت دارد. زیرا در این صورت دانش‌آموزان می‌توانند با استفاده از دانش قبلی، مفهوم جدید را بسازند. زمانی که دانش‌آموزان با اعداد صحیح کار می‌کنند معمولاً در مقایسه اعداد کمی دچار سردرگمی می‌شوند. بنابراین بهتر است که با زمینه‌های مناسب (دما، ارتفاع و محور) کار کنند تا همواره بتوانند پاسخ‌های خود را توجیه کنند.

۲- در تمرین اول ۱۲ ظهر به عنوان مبدأ در نظر گرفته شده است و جهت علامت‌ها به عهده دانش‌آموزان است. بنابراین ممکن است دانش‌آموزی در این تمرین قبل از ظهر را با علامت منفی

و بعد از ظهر را با علامت مثبت نشان دهد و دانش‌آموز دیگری دقیقاً عکس این کار را انجام دهد. بنابراین دانش‌آموز اول ۳ ساعت قبل از ظهر را به صورت ۳- و دانش‌آموز دوم ۳+ نشان خواهد داد. در اینجا بهتر است معلم با بحث کلاسی و طرح این سؤال که «نمایش کدام دانش‌آموز درست است؟» به این نتیجه برسد که نمایش هر دو دانش‌آموز با توجه به قرار دادهایشان صحیح است. در تمرین دوم نیز همین اتفاق برای طبقات تکرار می‌شود. بنابراین این سؤالات بستر مناسبی برای تأکید بر قراردادی بودن مبدأ و جهت‌های مثبت و منفی هستند.

۳- در بخش اعداد صحیح هدف کتاب تنها آشنایی با اعداد صحیح و مقایسه آنها است و هرگز نمی‌خواهیم دانش‌آموزان درگیر محاسبات جمع و تفریق اعداد صحیح شوند. البته ممکن است بعضی از بخش‌های کتاب درسی زمینه مناسبی برای جمع و تفریق اعداد صحیح باشند و حتی بعضی از دانش‌آموزان بتوانند به طور عینی جمع و تفریق اعداد صحیح را با استفاده از این زمینه‌ها کشف کنند. اما این موضوع به هیچ عنوان هدف کتاب درسی نمی‌باشد.

### بدهی‌های رایج دانش‌آموزان

یکی از مهمترین و عمده ترین اشکالات دانش‌آموزان در بخش مقایسه اعداد صحیح است. در واقع آنها برای مقایسه اعداد صحیح به مقدار اعداد توجه می‌کنند صرفنظر از اینکه اعداد چه علامتی دارند. برای مثال عدد ۲+ را از ۱۲۰- کوچک تر می‌دانند. بهترین راه برای حل این مشکل استفاده از زمینه‌های مناسب است تا دانش‌آموزان بتوانند همواره پاسخ‌های خود را با استفاده از این زمینه‌ها توجیه کنند. به عنوان نمونه در مقایسه ۲+ و ۱۲۰- استفاده از زمینه‌های محور، دما و ارتفاع بزرگ بودن ۲+ را نسبت به ۱۲۰- به خوبی نشان می‌دهد.

## مرور فصل

### فرهنگ نوشتن

هدفی که در "فرهنگ نوشتن" دنبال می‌شود این است که دانش‌آموزان بتوانند ایده‌های خود درباره مفاهیم مختلف و رابطه این مفاهیم را به فارسی بیان کنند تا از این طریق بتوانند کنترل بیشتری بر فرایند یادگیری خود داشته باشند. بنابراین طبیعی است که جملات دانش‌آموزان با یکدیگر متفاوت

باشد و نباید انتظار داشته باشیم که دانش آموزان بتوانند افکار خود را با اصطلاحات و جمله‌های کاملاً درست بیان کنند.

### تمرین‌ها

**سؤال ۱:** هدف سؤال ۱ این است که دانش آموزان بتوانند با استفاده از الگوی داده شده رابطه بین شماره شکل و تعداد شکل‌ها را به دست آورند و برعکس. بنابراین برای حل این سؤال استفاده از جدول پیشنهاد می‌شود زیرا دانش آموزان با دیدن جدول به راحتی می‌توانند رابطه بین شماره شکل و تعداد شکل را به دست آورند. مانند زیر:

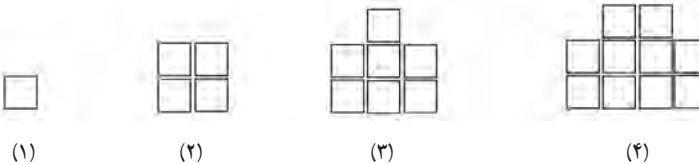
با توجه به جدول رابطه زیر مشهود است:

$$۶ \times \text{شماره شکل} = \text{تعداد چوب کبریت‌ها}$$

شماره شکل	۱	۲	۳	۴
تعداد چوب کبریت	۶	۱۲	۱۸	۲۴

برای کشیدن الگوی مورد نظر با استفاده از رابطه داده شده، کشیدن جدول باز هم می‌تواند کمک کند. زیرا با کامل کردن جدول متوجه می‌شوند که در هر مرحله چه تعداد شکل دارند پس به راحتی می‌توانند الگوی مورد نظر را رسم کنند. مانند زیر:

شماره شکل	۱	۲	۳	۴
تعداد شکل	۱	۴	۷	۱۰



**سؤال ۴:** هدف از این سؤال پیدا کردن مضارب مشترک با استفاده از رابطه بین رنگ‌های جدول است. زیرا اگر دانش‌آموزان مضرب هر عدد را با یک رنگ، رنگ آمیزی کنند در پایان می‌توان توجه آنها را به خانه‌هایی که دو یا سه رنگ خورده‌اند جلب کرد. به طور مثال عدد ۶، ۱۲، ۱۸ و... جزء اعدادی هستند که دو بار رنگ می‌شوند یک بار به خاطر مضرب ۲ بودن و یک بار به خاطر مضرب ۳ بودن. بنابراین می‌توان در اینجا از آنها بپرسیم که آیا این اعداد بر ۶ هم بخش پذیر هستند؟ و آنها با استفاده از ماشین حساب به این سؤال پاسخ دهند و نتیجه بگیرند که اگر عددی هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر باشد حتماً بر ۶ نیز بخش پذیر خواهد بود. همین فرایند می‌تواند برای مضارب ۲ و ۵ نیز تکرار شود و مضرب ۱۰ بودن نتیجه شود.

از طرف دیگر اعدادی که مضارب ۹ هستند حتماً رنگ مضرب ۳ بودن را نیز دارند. ولی برعکس این کار اتفاق نیفتاده است. بنابراین اینجا فرصت مناسبی برای دیدن این مطلب هست که مضارب ۹ حتماً مضرب ۳ نیز هستند ولی برعکس آن امکان ندارد.

### فرهنگ خواندن

مهارت درک مطلب در ریاضی اهمیت بسیاری دارد. مهم ترین کاربرد آن در حل مسائل ریاضی است. چرا که دانش آموز برای حل یک مسئله، ابتدا باید صورت آن را به خوبی درک کند و سپس حل آن را آغاز کند. همچنین به کمک چنین مهارتی دانش آموزان می‌توانند بعد از خواندن یک متن ریاضی، مفاهیم مطرح شده در آن را مستقیماً و بدون آموزش شخص دیگری فرا گیرند. هدف از "فرهنگ خواندن" ارتقای مهارت درک مطلب دانش آموزان از متون ریاضی است.

### معما و سرگرمی

این بخش با هدف جذاب کردن مفاهیم ریاضی در قالب بازی و معما طراحی شده است و انجام آن در کلاس اختیاری است. بنابراین دانش آموزان می‌توانند این بخش را به صورت فردی نیز انجام دهند.

"معما و سرگرمی" این فصل به موضوع مضرب‌های ۳ و ۵ پرداخته است و برای اجرای این بازی دانش آموزان می‌توانند از جدول ۱ تا ۱۰۰ که در تمرین ۲ صفحه ۶ آمده است استفاده کنند.

# فصل دوم



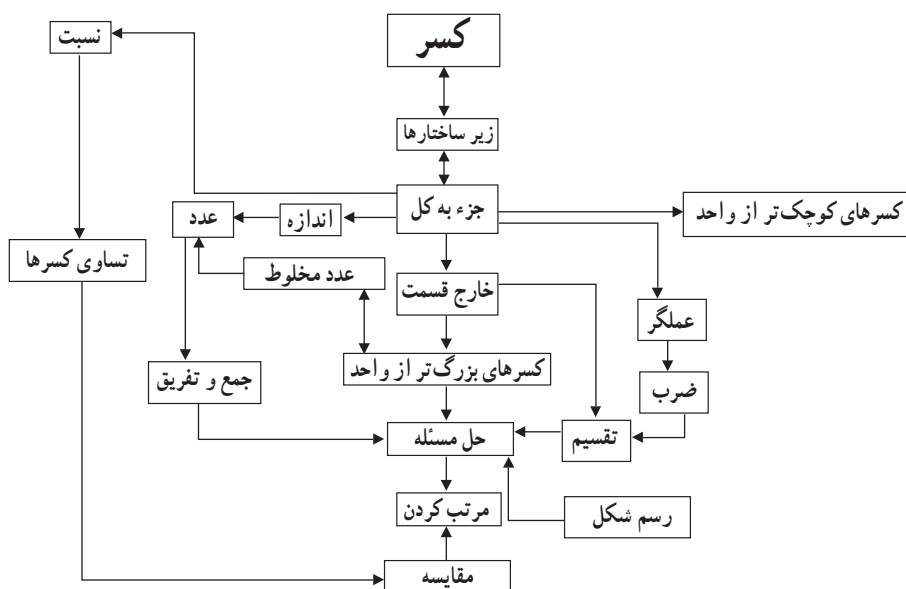
کسر



## نگاه کلی به فصل

این فصل شامل چهار درس است. در درس اول، علاوه بر یادآوری جمع و تفریق کسرها و اعداد مخلوط که دانش آموزان در سال گذشته آموخته‌اند، آنها با کوچک‌ترین مخرج و مضرب مشترک آشنا می‌شوند. درس دوم، به ضرب کسرها اختصاص دارد. در این درس ضمن یادآوری ضرب کسرها و اعداد مخلوط، معکوس یک عدد معرفی می‌شود. همچنین روش دیگری برای یافتن جزء مجهول در تساوی کسرها ارائه می‌گردد. درس سوم، به تقسیم کسرها اختصاص یافته است. در سال گذشته دانش آموزان با تقسیم عدد صحیح بر عدد صحیح، عدد صحیح بر کسر و کسر بر عدد صحیح آشنا شده‌اند. در این درس ضمن یادآوری این مفاهیم، تقسیم کسر بر کسر؛ ابتدا با کسرهایی با مخرج‌های مساوی و سپس با مخرج‌های نامساوی آموزش داده می‌شود. درس چهارم، محاسبات با کسر را شامل می‌شود. در این درس دانش آموزان می‌آموزند زمانی که بالا و پایین خط کسری دو یا چند عمل جمع، تفریق، ضرب یا تقسیم باشد، حاصل صورت و مخرج را جداگانه محاسبه نمایند و حاصل صورت را بر مخرج تقسیم نمایند. در این درس همچنین بر روش‌های مختلف مقایسه اعداد و استفاده از راهبرد رسم شکل در حل مسائل کسر تأکید شده است.

### شبکه مفهومی





## تصویر عنوانی

در روز ۱۳ آبان ۱۳۵۷، دانش‌آموزان تهرانی در اعتراض به دخالت‌های آمریکا در ایران، راهپیمایی کردند، ولی در خییمان رژیم شاه، به آنان حمله کردند و آنان را به خاک و خون کشیدند. از آنجا که تأکید بر ارزش‌های یکی از عوامل فرهنگی در برنامه‌درسی ریاضیات است، هدف این تصویر نیز گرامیداشت یاد و خاطره شهدای دانش‌آموز روز ۱۳ آبان ۱۳۵۷ و تأکید بر نقش مؤثر دانش‌آموزان در عرصه‌های مهم اجتماعی و سیاسی است. بی‌گمان، دانش‌آموزان آگاه و رشید ما در مبارزه با استکبار، همواره نقشی فعال و فراموش‌ناشدنی ایفا کرده‌اند. اینک، آن رشادت‌ها و حماسه‌آفرینی‌ها، ایجاب می‌کند که قشر دانش‌آموز ما، در مبارزه با استکبار، سهم مهمی بر عهده گیرند و همچون گذشته از پیشگامان این قیام ملی باشند. معلمان می‌توانند پیرامون این مسائل و درس‌های روز ۱۳ آبان با دانش‌آموزان در کلاس به گفت‌وگو بپردازند. همچنین، برای گرامیداشت یاد و خاطره شهیدان گران قدر و والامرتبه کشور عزیزمان در ادوار مختلف، عکس شش تن از فرزندان شهدا در تصویر مشاهده می‌شود. متن پایین صفحه برای ایجاد ارتباط بین تصویر و مبحث کسرها آورده شده است. می‌توان از دانش‌آموزان خواست تا با انجام محاسباتی نظیر  $12 = \frac{84}{7} = \frac{80}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7}$  یا  $\frac{12}{80} = \frac{12}{84} = \frac{1}{7}$  به درستی متن پی‌برند و آن را با کسر پیوند بزنند.

## دانستنی‌هایی برای معلم

### زیرساختارهای کسر

کسر یکی از انتزاعی‌ترین مفاهیم ریاضی است که دانش‌آموزان در دوره ابتدایی با آن مواجه می‌شوند. برخی از محققان عقیده دارند که کسرها ساختار چند لایه‌ای دارند و درک مفهوم کسر به درک پنج زیرساختار جزء به کل، نسبت، عملگر، خارج قسمت و اندازه<sup>۱</sup>، و الحاق<sup>۲</sup> آنها به یکدیگر وابسته است. شرح مختصری از این زیرساختارها در ادامه ارائه شده است.

**زیرساختار جزء به کل:** با افزایش یک کمیت گسسته یا پیوسته به قسمت‌های هم‌اندازه و در نظر گرفتن قسمت‌هایی از آن، کسر به عنوان جزئی از کل حاصل می‌شود که به فرم  $\frac{a}{b}$  نوشته می‌شود.

۱- part-whole, ratio, operator, quotient & measure

۲- confluence

۳- افراز (Partitioning) در واقع، در نظر گرفتن یک کمیت مشخص و تقسیم آن به چند قسمت مساوی است.

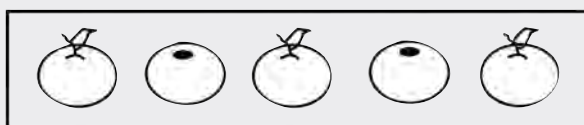
در زیر ساختار جزء به کل، کسر  $\frac{2}{3}$ ، به عنوان ۲ تکه یک از یک کیک که به سه قسمت مساوی تقسیم شده است یا به عنوان ۲ عدد یک کشمشی از ۳ عدد یک کشمشی در نظر گرفته می شود (شکل ۱).



شکل ۱- نمایش کسر  $\frac{2}{3}$  در زیر ساختار جزء به کل

اگرچه مطالعات نشان داده اند که دانش آموزان با درکی غیر رسمی از رابطه جزء به کل به کلاس درس می آیند، زیر ساختار جزء به کل، نباید به تنهایی برای بیان مفهوم کسر تدریس شود. دانش آموزانی که تنها با زیر ساختار جزء به کل در کسرها آشنا می شوند، به اندازه کافی نمی توانند دیگر مفاهیم کسر را توسعه دهند.

**زیر ساختار نسبت:** در زیر ساختار نسبت، کسر مقایسه بین دو کمیت را بیان می کند و به عنوان یک شاخص مقایسه ای در نظر گرفته می شود. بنابراین، کسر در این زیر ساختار، عدد نیست. برای مثال، نسبت تعداد مثلث ها به تعداد لوزی ها یا نسبت تعداد پرتقال ها به تعداد سیب ها در یک ظرف میوه (شکل ۲).



شکل ۲- نمایش نسبت ۲ به ۳، به شکل کسر  $\frac{2}{3}$  در زیر ساختار نسبت

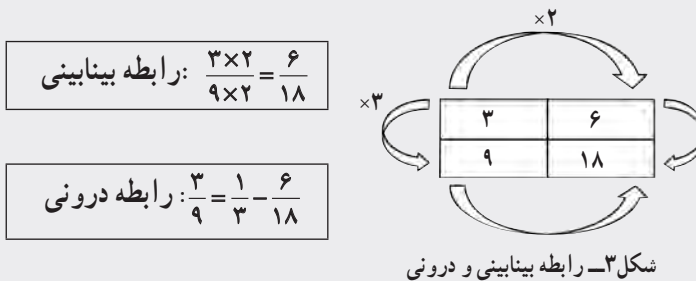
نولتینگ<sup>۱</sup> نسبت ها را به عنوان روابط بینابینی<sup>۲</sup> و درونی<sup>۳</sup> کسرها توصیف می کند. در رابطه بینابینی کسرها، بررسی رابطه بین حداقل دو نسبت، به الگوریتم «مخرج مشترک» منجر می شود. با ضرب یک عدد غیر صفر در دو کمیت صورت و مخرج در یک نسبت، دو نسبت هم ارز حاصل می شود. برای مثال، سه پیتزا برای نه نفر و شش پیتزا برای هجده نفر، نسبت های هم ارز هستند، چون سه ضربدر دو

۱- Noelting

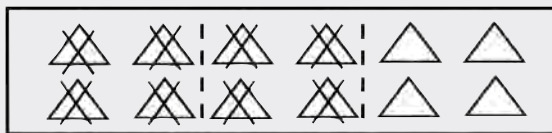
۲- Between Relationships

۳- Within Relationships

مساوی شش و نه ضربدر دو، مساوی هجده می‌شود. در رابطه درونی کسرها، همبستگی دو کمیت مجزا – که نسبت واحدی را دربردارند – بررسی می‌شود. با بررسی نسبت‌های بین این دو کمیت دیده می‌شود که هر دو نسبتی که رابطه ضربی یکسانی دارند، هم‌ارز هستند. برای مثال، سه پیتزا برای نه نفر و شش پیتزا برای هجده نفر نسبت‌های هم‌ارز هستند، چون سه برابر سه، مساوی نه و شش برابر سه، مساوی هجده است. رابطه درونی برای تعیین مقدار نسبی یا اندازه نسبت به‌کار می‌رود. دو رابطه در شکل زیر (شکل ۳) نشان داده شده‌اند.



**زیرساختار عملگر:** لامون عملگر را به‌عنوان یک تبدیل تعریف می‌کند که پاره‌خط‌ها را کوتاه یا بلند می‌کند، تعداد را در یک مجموعه از اشیاء، کاهش یا افزایش می‌دهد یا شکل‌ها را در صفحه هندسی و نقشه بزرگ‌نمایی می‌کند. مفهوم عملگر می‌تواند در بردارنده تفکری جبری باشد همانند تابعی که شکل‌های هندسی یا مجموعه‌ای از اشیاء را تغییر می‌دهد. مثال،  $\frac{2}{3}$  می‌تواند به‌عنوان دو-سوم از کمیتی درک شود.  $\frac{2}{3}$  از ۱۲ تا مثلاً ۸، تا مثلاً می‌شود (شکل ۴).



شکل ۴- نمایش  $\frac{2}{3}$  در زیرساختار عملگر

زیرساختار عملگر به مفاهیم تناسب، ترکیب، همانی<sup>۱</sup> و وارون<sup>۲</sup> منجر می‌شود. در ضرب نیز به

۱- identity

۲- inverse

خواص گروه<sup>۱</sup> منجر می‌گردد. در وضعیت «گروهی از»<sup>۲</sup>، اولین کسر روی کسر دوم عمل می‌کند. برای مثال،  $\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$ ، می‌تواند به‌عنوان سه چهارم از نیمی از یک گروه در نظر گرفته شود، نتیجه این حاصل ضرب،  $\frac{3}{8}$  است. این نتیجه با تبدیل  $\frac{1}{4}$  به چهار قسمت مساوی و در نظر گرفتن سه قسمت از این قسمت‌ها حاصل می‌شود. مطرح کردن زیرساختار عملگر در برنامه درسی، نه تنها خواص جبری خاصی را برجسته می‌کند، به‌ویژه، به معکوس در ضرب<sup>۳</sup> و عضو خنثی<sup>۴</sup> منجر می‌شود، همچنین ورزیدگی در درک مفهوم توابع مرکب را مهیا می‌کند.

**زیرساختار خارج قسمت:** در زیرساختار خارج قسمت، هر کسر به‌عنوان نتیجه یا خارج قسمت یک تقسیم در نظر گرفته می‌شود. به طور خاص، کسر  $\frac{x}{y}$  بر ارزش عددی به‌دست آمده از تقسیم  $x$  بر  $y$  دلالت می‌کند به‌طوری که  $x$  و  $y$ ، هر دو اعداد صحیح هستند و  $y \neq 0$ . مثلاً، کسر  $\frac{2}{3}$  می‌تواند به‌عنوان خارج قسمت  $2 \div 3$  یا نتیجه تقسیم دو پیتزا میان سه نفر، به‌طوری که به هر نفر،  $\frac{1}{3}$  از هر پیتزا یا  $\frac{2}{3}$  از کل پیتزاها می‌رسد، تفسیر شود.

زیرساختار خارج قسمت کسرها، به‌ایجاد مقادیر هم‌ارز منجر می‌شود. به‌این معنا، زمانی که  $\frac{9}{3}$  و  $\frac{1}{4}$  به‌عنوان وضعیت تقسیم محسوب شوند، به‌ترتیب نتایج، مقادیری هم‌ارز با ۳ و  $25\%$  هستند. همچنین معرفی کسرها به‌عنوان خارج قسمت به درک مفهوم عدد مخلوط یا کسرهای بزرگ‌تر از «یک» منجر می‌شود. برای مثال، هنگام افراز یا تقسیم پنج پیتزا میان سه نفر، به هر نفر یک پیتزای کامل و دو سوم از پیتزای دیگر یا  $1\frac{2}{3}$  پیتزا می‌رسد. به جای دادن یک پیتزای کامل به اولین نفر، هر پیتزا می‌تواند به سه قسمت تقسیم شود. در این وضعیت، جواب  $\frac{5}{3}$  می‌شود و هر نفر پنج سوم پیتزا یا ۵ تکه – که هر تکه یک سوم از هر پیتزا است – را دریافت می‌کند.

**زیرساختار اندازه:** در زیرساختار اندازه، کسر به‌عنوان یک عدد معرفی می‌شود که ویژگی کمی

۱- group properties

۲- “groups-of” situation

۳- multiplicative inverse

۴- identity elements

بودن کسرهای را بیان می‌کند و به یک فاصله، اندازه‌ای را اختصاص می‌دهد. بدین منظور، کسری با صورت واحد (مانند  $\frac{1}{a}$ ) تعریف می‌شود و با تکرار این کسر از یک مبدأ معین، فاصله مورد نظر تعیین می‌شود. برای مثال  $\frac{2}{3}$  با فاصله ۲ تا  $\frac{1}{3}$  واحد از مبدأ متناظر است (شکل ۵).



شکل ۵- نمایش  $\frac{2}{3}$  در زیرساختار اندازه روی محور اعداد

افراز نقش بسزایی در درک زیرساختار اندازه دارد. کسر به‌عنوان اندازه، فرایند تکرار<sup>۱</sup> را یکپارچه می‌سازد طوری که یک واحد به یک مجموعه مرکب از اندازه‌های مساوی افزای می‌شود. مفهوم افزای، به شکل‌گیری مفاهیم جبری عملیات و هم‌ارزی کسرها منجر می‌شود. برای مثال، در وضعیت جمع، مانند  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ ، فرایند جمع این کسرها به‌عنوان اندازه، به مختصات دو بردار به طول  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{4}$  نیاز دارد. این عمل به این صورت انجام می‌پذیرد که بردارها به دنبال هم قرار می‌گیرند و مکان حاصل جمع، جایی روی محور اعداد افزای شده است که بردار دوم پایان می‌یابد. علاوه بر مفهوم واحد، مفاهیم هم‌ارزی و مرتب کردن نیز در این زیرساختار، مطرح می‌شوند. هنگام افزای واحد به سه قسمت و متعاقباً به شش قسمت، دیده می‌شود که  $\frac{1}{6}$  نصف  $\frac{1}{3}$  است. پس  $\frac{2}{3}$  با  $\frac{1}{3}$  هم‌ارز است. این فرایند دست کم می‌تواند نشان دهد که زمان مرتب کردن اعداد از کم به زیاد، یک ششم قبل از یک سوم می‌آید.

می‌توان به‌طور کلی بیان کرد که درک هر یک از زیرساختارها برای درک کسرها لازم و ضروری است.

<sup>۱</sup> iteration process

## عملیات با کسرها

الگوریتم‌های عملیات با کسرها نباید آموزش داده شوند، بهتر است توسط دانش‌آموزان شکل بگیرند. آموزشی که تنها روی رویه‌ها تأکید کند، بدفهمی این رویه‌ها و کاربرد نادرست آنها را در دانش‌آموزان افزایش می‌دهد. بنابراین آموزش باید به دانش‌آموزان فرصت دهد تا خودشان رویه‌های عملیات با کسرها را بسازند.

مشکلات دانش‌آموزان در عملیات با کسرها از یادآوری نادرست رویه‌ها، همچنین، انتقال نادرست ایده‌های اعداد صحیح به مفاهیم عملیات با کسرها، ناشی می‌شود. یکی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در عملیات با کسرها این است که ضرب، همیشه اعداد را بزرگ‌تر و تقسیم، همیشه اعداد را کوچک‌تر می‌کند. جواب مسئله با ضرب و تقسیم ممکن است کوچک‌تر، بزرگ‌تر یا مساوی هر دو عدد در مسئله یا مساوی یک شود.

زبان مانع دیگری است که باید برای درک عملیات با کسرها بر آن غلبه کرد. درک دانش‌آموزان از چهار نماد عملیاتی بسیار محدود است. برای دانش‌آموزان، جمع به معنی اضافه‌شدن، تفریق، به معنی کم شدن، ضرب به معنی چند برابر شدن و تقسیم به معنی تقسیم شدن است. در کسرها، در بسیاری از موارد، عملیات، مفهوم متفاوتی به خود می‌گیرد، برای مثال، سه منهای دو، می‌تواند در آغاز با در نظر گرفتن سه شی و کم کردن دو تای آنها یا تفسیر منها به عنوان کم شدن تفسیر شود. زمانی که سه منهای یک دوم می‌شود، اینکه با سه شروع کنیم و یک دوم آن را کم کنیم، کار نادرستی است. وضعیت تقسیم در تقسیم، مثال دیگری از این حیث است. در اعداد صحیح، وضعیت تقسیم می‌تواند به عنوان مسائل تقسیمی تفسیر گردد. برای مثال،  $4 \div 3$  می‌تواند به عنوان تقسیم سه شی میان چهار نفر درک شود. اگر به جای آن، مسئله  $\frac{1}{4} \div \frac{3}{4}$  باشد، گفتن اینکه شما  $\frac{3}{4}$  از چیزی را میان نیم نفر تقسیم می‌کنید، نادرست است. از این مثال، به آسانی دیده می‌شود که چگونه زبان می‌تواند توانایی دانش‌آموزان را در درک موقعیت‌های شامل کسر مختل سازد.

## مقایسه و مرتب کردن کسرها

مرتب کردن کسرها در درک کسرها به عنوان مقادیر بااهمیت است. وقتی که از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا مجموعه‌ای از کسرها را مرتب و مقایسه کنند، آنها معمولاً روش منجر مشترک‌گیری را به کار می‌گیرند و تنها تمایل دارند این روش را برای مرتب کردن استفاده کنند.

برخی از محققان سه استراتژی مختلف، شامل به کارگیری نسبت‌ها، مرجع مقایسه<sup>۱</sup> و استراتژی‌های دست‌ورزی<sup>۲</sup> را برای مقایسه کسرها پیشنهاد کرده‌اند.

به کارگیری استراتژی نسبت، درک اندازه نسبی هر کسر را شامل می‌شود. برای مثال هنگام مقایسه  $\frac{5}{6}$  و  $\frac{2}{3}$ ، دانش‌آموزان در نهایت باید بتوانند بر رابطه (نسبت) بین ۵ و ۶ و بین ۲ و ۳ قضاوت کنند. این قضاوت نیازمند آن است که آنها بدون مخرج مشترک‌گیری ببینند که  $\frac{5}{6}$  نسبتاً بزرگ‌تر از  $\frac{2}{3}$  است. این مقایسه با ذکر این نکته که در هر کسر قسمتی کم داریم<sup>۳</sup>، می‌تواند انجام شود. در  $\frac{5}{6}$ ، به یک ششم اندازه واحد و در  $\frac{2}{3}$ ، به یک سوم آن برای واحد کامل شدن نیاز است، چون  $\frac{1}{6}$  کوچک‌تر از  $\frac{1}{3}$  است پس  $\frac{5}{6}$  بزرگ‌تر است.

در استراتژی مرجع مقایسه، دانش‌آموزان برای مقایسه دو یا تعداد بیشتری از کسرها نیاز دارند به یک کسر رجوع کنند تا بتوانند کسرها را مقایسه کنند. برای مثال چون  $\frac{1}{3}$  کوچک‌تر از  $\frac{1}{4}$  است و  $\frac{3}{5}$  بزرگ‌تر از  $\frac{1}{4}$  است پس  $\frac{1}{3}$  کوچک‌تر از  $\frac{3}{5}$  است. در این استراتژی، دانستن اندازه دقیق هر کسر نیاز نیست، تنها دانستن کوچک‌تر یا بزرگ‌تر بودن کسرها از «یک دوم» کفایت می‌کند.

استراتژی دست‌ورزی، مشابه مخرج مشترک‌گیری است که فقط با دست‌ورزی انجام می‌شود. در این استراتژی دانش‌آموزان می‌توانند آن را با مهره‌هایی از دو رنگ اجرا کنند. اگر از دانش‌آموزان خواسته شود تا  $\frac{5}{6}$  را با  $\frac{2}{3}$  مقایسه کنند، آنها می‌توانند با قرار دادن ۶ مهره که پنج تای آن قرمز و ششمی زرد است،  $\frac{5}{6}$  را بسازند، سپس، مجموعه دوم را که شامل دو مهره قرمز و سومی زرد است را برای بازنمایی  $\frac{2}{3}$  در نظر بگیرند. استراتژی دست‌ورزی نیازمند آن است که مجموعه‌ها شامل تعداد مهره یکسان باشند. در این مورد، باید تعداد مهره‌های مجموعه  $\frac{2}{3}$  دو برابر شود. بنابراین حالا هر مجموعه شش مهره دارد که نشان می‌دهد مخرج مشترک، شش است. بنابراین مجموعه اول پنج مهره قرمز و مجموعه دوم چهار مهره قرمز خواهد داشت. بازنمایی این دو کسر با کمک دو مجموعه مهره، نشان می‌دهد که  $\frac{5}{6}$  بزرگ‌تر است. در نهایت دانش‌آموزان باید استراتژی‌هایی را توسعه دهند که در دراز مدت به دست‌ورزی، نیاز نباشد.

دانش‌آموزانی که از ماهیت دست‌ورزی کسرها، درک مفهومی ندارند ممکن است مجدداً

۱- reference point

۲- manipulative

۳- missing

دانش‌شان از اعداد صحیح را به نادرستی به مقایسه کسرها تعمیم دهند. این دانش‌آموزان دو استراتژی نادرست را به کار می‌گیرند. استراتژی جمع، که در آن، مقایسه کسرها با اضافه کردن صورت و مخرج به هم و ایجاد عدد جدید صورت می‌گیرد. مثلاً دانش‌آموزی بیان می‌کند که «چون سه به اضافه چهار، هفت و چهار به اضافه چهار، هشت می‌شود» پس سه چهارم با هفت هشتم مساوی است. استراتژی نادرست دومی که به کار می‌گیرند استراتژی غلبه اعداد صحیح<sup>۱</sup> است. در این استراتژی، مقایسه دو کسر با مقایسه صورت و مخرج‌ها به طور مستقل انجام می‌شود. در مقایسه سه چهارم و پنج هشتم، دانش‌آموزی با به کارگیری این استراتژی بیان کرد که «چون سه کمتر از پنج و چهار کمتر از هشت است، پس سه چهارم کوچک‌تر از پنج هشتم است».

## توسعه مفاهیم

کاربرد وسیع کسرها در زندگی و ریاضیات نشان می‌دهد که آموزش و درک معنادار کسرها در دوره ابتدایی از ضروریات است. از آنجا که کسرها همانند اعداد صحیح با به کارگیری رویه‌های شمارشی<sup>۲</sup> ساخته نمی‌شوند، مرتب‌سازی و مقایسه کسرها دشوار است و نیاز به درک کسر به عنوان عدد دارد. چگال بودن کسرها برخلاف باور شهودی<sup>۳</sup> است که کسری بین دو کسر  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{4}$  وجود ندارد. این باور این عقیده را بیان می‌کند که بین هر دو کسر داده شده، بی‌شمار کسر وجود دارد. دانش‌آموزانی که چگال بودن کسرها را درک می‌کنند، می‌توانند مهارت‌های تخمین<sup>۴</sup> که در ارزیابی موجه بودن نتایج مقایسه کسرها مهم هستند را توسعه دهند.

کسرها برای درک و توسعه مفاهیم گوناگون مانند اعداد اعشاری، نسبت، نرخ، درصد، اعداد گویا و احتمال، در دوره ابتدایی ضروری هستند و پس از آن تا آخرین سال‌های دبیرستان به صورت‌های گوناگون، در معادلات و نامعادلات کسری، عبارت‌های جبری شامل کسر، شیب خط، توابع کسری و غیره به کار می‌روند. تحقیقات مختلف نشان داده‌اند که مشکلات دانش‌آموزان در مفاهیمی نظیر جبر و احتمال عمدتاً به عدم درک درست از کسرها باز می‌گردد.

پیچیدگی مفهوم کسر و اهمیت درک آن از یک سو و نیاز فراوان به این مفهوم در توسعه مفاهیم دیگر ریاضی، کاربرد فراوان آن در ریاضیات سطوح بالاتر و زندگی روزمره از سوی دیگر، بیش از

۱\_ whole-number dominance strategy

۲\_ counting procedures

۳\_ counterintuitive notion

۴\_ estimation



پیش مؤید مفهوم سازی و درک درست کسرها است. این مهم با تأکید بر خواص پنج گانه کسرها و ارتباط برقرار کردن میان آنها تحقق می یابد.

### استفاده از ابزار و تکنولوژی

۱- در مورد کسر، برنامه ها و فعالیت های رایانه ای زیادی در دسترس است. بسیاری از این نرم افزارها با یک جست و جوی ساده در اینترنت قابل دانلود هستند. به طور مثال در سایت های زیر مجموعه ای از فیلم های آموزشی، فعالیت ها، دست ورزی ها و تمرین ها قابل دانلود هستند.

<http://www.teachingideas.co.uk.maths>

<http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html>

<http://nctm.org>

۲- استفاده از ابزارهای فیزیکی مانند کاغذ و مقواهای رنگی، کاغذ شفاف و سایر ابزارهای ساخته شده برای آموزش کسرها، کمک زیادی به درک بهتر مفاهیم کسر توسط دانش آموزان می نماید.

۳- استفاده از منابع قرار گرفته بر روی سایت واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی

<http://math-dept.talif.sch.ir>

### نمونه سؤال هایی برای ارزشیابی

گزینه صحیح را انتخاب کنید.

۱- چند تا  $\frac{2}{4}$  می شود ۱۰ واحد کامل؟

الف) ۲۰ ○ ب) ۵ ○ ج) ۴۵ ○ د) ۱۵ ○

۲- معکوس کسر  $1\frac{3}{5}$  برابر است با

الف)  $1\frac{5}{3}$  ○ ب)  $\frac{8}{5}$  ○ ج)  $\frac{5}{8}$  ○ د) گزینه الف و ج

۳- حاصل تفریق دو کسر  $7\frac{1}{5}$  است اگر عدد کوچک تر  $2\frac{4}{5}$  باشد، عدد بزرگ تر کدام است؟

- الف)  $4\frac{2}{5}$       ب)  $5\frac{2}{5}$       ج) ۹      د) ۱۰

۴- خمس معکوس عدد  $3\frac{2}{5}$  کدام یک از اعداد زیر است؟

- الف)  $\frac{1}{17}$       ب)  $\frac{25}{17}$       ج)  $\frac{2}{3}$       د)  $\frac{17}{25}$

۵- کدام گزینه از بقیه گزینه ها بزرگ تر است؟

- الف)  $\frac{17}{3}$       ب)  $2\frac{2}{5}$       ج)  $3\frac{5}{6}$       د)  $4\frac{1}{3}$

۶- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

حاصل  $3\frac{1}{7}$  را می توان به صورت  $\frac{44}{14}$  نوشت.

حاصل  $5 - 3\frac{2}{6}$  برابر است با  $2\frac{2}{6}$ .

معکوس عدد  $1\frac{6}{8}$  برابر است با  $\frac{8}{14}$ .

به جای اینکه عددی را در ۸ ضرب کنیم می توانیم همان عدد را بر  $\frac{1}{8}$  تقسیم کنیم.

۷- حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{7} =$$

$$6 - 2\frac{1}{4} =$$

$$2\frac{2}{4} + \frac{3}{18} =$$

$$1\frac{1}{4} - \frac{2}{6} =$$

$$2\frac{1}{9} + 4\frac{2}{12} =$$

۸- حاصل ضرب و تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{4}{9} \times \frac{4}{5} =$$

$$4 \div \frac{2}{3} =$$

$$7 \div \frac{1}{4} =$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{1}{5} =$$

$$1\frac{4}{5} \times 1\frac{1}{2} =$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{5} =$$

$$\frac{2}{5} \times 7 =$$

$$5 \div \frac{5}{3} =$$

$$\frac{3}{5} \div 3\frac{2}{7} =$$

$$1\frac{1}{5} \times \frac{2}{3} =$$

۹- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$4 - \frac{5 - 1\frac{1}{3}}{2 + 1\frac{2}{3}} =$$

$$3 - \frac{2\frac{2}{3} \div \frac{4}{6}}{1\frac{3}{5}} =$$

$$\frac{\frac{5}{8} \times \frac{1}{6}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{12}} =$$

$$\frac{3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} =$$

۱۰- حاصل عبارات زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسید.

$$\frac{66}{24} \times \frac{24}{36} =$$

$$\frac{32 \times 63 \times 12}{36 \times 45 \times 22} =$$

۱۱- الگوهای زیر را ادامه دهید.

$$\frac{1}{4} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{7}{14} \quad \text{و} \quad \text{و} \quad \text{و} \quad \text{و}$$

$$\frac{3}{5} \text{ و } \frac{3}{8} \text{ و } \frac{3}{11} \text{ و } \frac{3}{10} \text{ و } \frac{3}{9} \text{ و } \frac{3}{8}$$

$$\frac{2}{3} \text{ و } \frac{4}{6} \text{ و } \frac{4}{3} \text{ و } \frac{8}{12} \text{ و } \frac{4}{4}$$

۱۲- دور عددهای بزرگ تر از  $2\frac{3}{4}$  خط بکشید.

$$\frac{13}{4} \text{ و } \frac{23}{40} \text{ و } \frac{8}{2} \text{ و } \frac{8}{9} \text{ و } \frac{1}{4}$$

۱۳- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$3 \text{ و } \frac{1}{18} \text{ و } 1 \text{ و } \frac{1}{3} \text{ و } \frac{1}{6}$$

$$\frac{12}{6} \text{ و } 1\frac{1}{8} \text{ و } \frac{1}{25} \text{ و } \frac{1}{1000} \text{ و } \frac{11}{10}$$

$$\frac{12}{20} \text{ و } 1\frac{1}{7} \text{ و } 3\frac{3}{5} \text{ و } \frac{19}{3} \text{ و } 5 \text{ و } \frac{11}{2}$$

۱۴- کسره‌های زیر را با هم مقایسه کنید.

$$2\frac{7}{7} \square 3$$

$$1\frac{4}{8} \square \frac{11}{7}$$

$$\frac{13}{8} \square \frac{26}{96}$$

$$\frac{7}{6} \square \frac{10}{9}$$

$$\frac{7}{2} \square \frac{9}{3}$$

$$2\frac{4}{5} \square 3$$

$$7\frac{3}{4} \square \frac{31}{4}$$

$$\frac{11}{5} \square \frac{11}{2}$$

$$\frac{7}{6} \square \frac{9}{10}$$

$$\frac{7}{12} \square \frac{5}{9}$$

۱۵- یک سر آشپز  $\frac{1}{3}$  قاشق نمک را به طور مساوی در ۳ بشقاب غذا ریخت. در هر بشقاب چقدر نمک ریخته شده است؟

۱۶- محیط مثلثی  $۲۱\frac{۲۳}{۲۴}$  متر است. اگر طول یک ضلع  $۹\frac{۵}{۱۲}$  و طول ضلع دیگر آن  $۴\frac{۳}{۶}$  متر باشد، طول ضلع سوم چقدر است؟

۱۷- اگر قالب پنیری را که جرم آن  $\frac{۱}{۵}$  کیلوگرم است را به ۴ تکه تقسیم کنیم، جرم هر تکه چقدر است؟

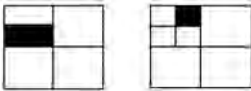
۱۸-  $\frac{۲}{۵}$  برابر  $\frac{۲}{۵}$  را پیدا کنید.

خمس  $\frac{۲}{۵}$  را پیدا کنید.

۱۹- الف) کسر  $\frac{۷}{۳}$  را روی شکل نشان دهید.

ب) کسر  $\frac{۷}{۳}$  چقدر کم دارد تا به ۳ واحد برسد؟

۲۰- مقدار رنگ شده در دو شکل زیر را به صورت کسر نمایش دهید.



۲۱- کوچک ترین کسر در بین کسرهای زیر کدام است؟

الف)  $\frac{۱}{۲}$     ب)  $\frac{۵}{۸}$     ج)  $\frac{۵}{۶}$     د)  $\frac{۵}{۱۲}$

۲۲- بدون مخارج مشترک گیری توضیح دهید که حاصل  $\frac{۷}{۸} + \frac{۱}{۱۲}$  به کدام یک از عددهای زیر نزدیک تر است؟

الف) ۲۰    ب) ۸    ج)  $\frac{۱}{۲}$     د) ۱

۲۳- مادر بزرگ از پودر بادام، پودر شکر و سفیده تخم مرغ نوعی شیرینی تهیه کرد. او  $\frac{2}{5}$  از شیرینی را به دختر بزرگش مریم داد. سپس  $\frac{3}{4}$  از باقی مانده آن را برای تزئین یک کیک استفاده کرد. چه مقدار از شیرینی باقی مانده است؟

۲۴- عدد خواسته شده را در هر مورد بیابید.

$$\frac{6}{12} = \frac{?}{16}$$

$$\frac{25}{40} = \frac{10}{?}$$

۲۵- مسئله‌ای با استفاده از عبارت  $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$  بنویسید و آن را حل نمایید.

۲۶- دنیا  $\frac{3}{5}$  از کتاب داستان ۲۴۰ صفحه‌ای اش را خواند. یک مسئله با استفاده از این اطلاعات بنویسید و مسئله‌ای را که نوشته‌اید حل کنید.

۲۷- برای عبارت زیر یک مسئله بنویسید و آن را حل کنید.

$$\frac{1}{4} \times 44 =$$

۲۸- اکرم با نیمی از پولش یک کتاب و با  $\frac{2}{5}$  پولش یک پاک‌کن خرید. چه کسری از پولش باقی مانده است؟

۲۹- اگر  $\frac{1}{6}$  یک گله، شامل ۱۵ گوسفند باشد چه تعداد گوسفند در گله وجود دارد؟

۳۰- اگر  $\frac{3}{4}$  یک کیسه گردو شامل ۶۹ گردو باشد،  $\frac{4}{33}$  آن شامل چند گردو است؟

۳۱- سبجان  $\frac{2}{9}$  از ۹۰ مداد رنگی‌اش را به خواهرش و  $\frac{1}{5}$  از آنها را به دوستش داد. پس از آن مادرش به او ۱۰ مداد رنگی دیگر داد. حالا او چند مداد رنگی دارد؟

۳۲- چند تا  $\frac{1}{5}$  در  $\frac{4}{5}$  وجود دارد؟

۳۳- جواد و احمد و علی سه پیتزا هم اندازه و هم شکل سفارش دادند. جواد  $\frac{4}{16}$  و احمد  $\frac{3}{12}$  پیتزایشان را خوردند. اگر سه دوست به یک میزان پیتزا خورده باشند، علی چه کسری از پیتزایش را خورده است؟

۳۴- اعداد زیر را روی محور نشان دهید.

$$\frac{2}{3} \text{ و } 1\frac{1}{3} \text{ و } \frac{11}{6}$$

۳۵- مریم  $\frac{3}{4}$  از پول توجیبی‌اش را خرج کرد و زهرا  $\frac{1}{4}$  از پول توجیبی‌اش را خرج کرد. آیا زهرا می‌تواند پول بیشتری از مریم خرج کرده باشد؟ چگونه؟

۳۶-  $\frac{1}{3}$  حقوق یک کارمندی ۳۲۰۰۰۰ تومان است. کل حقوق او چقدر است؟

۳۷- بعد از یک میهمانی  $\frac{1}{5}$  از یک کیک باقی ماند. روز بعد میترا  $\frac{3}{4}$  از کیک باقی مانده را خورد. در نهایت چه کسری از کیک باقی مانده است؟

۳۸- ۳۲۰ کتاب داستان در کتابخانه مدرسه‌ای موجود است که این کتاب‌ها  $\frac{2}{7}$  از کل کتاب‌های کتابخانه هستند. به طور کلی چند کتاب در کتابخانه وجود دارد؟

۳۹- حمیدرضا می‌خواهد یک شیشه بزرگ  $\frac{2}{3}$  لیتری از آب پرتقال را در بطری‌های  $\frac{1}{6}$  لیتری خالی کند. او چند بطری می‌تواند پر کند؟

۴۰- مریم یک روبان  $\frac{1}{2}$  متری دارد. او می‌خواهد آن را به تکه‌های کوچک‌تر  $\frac{1}{4}$  متری ببرد. روبان را به چند تکه کوچک‌تر می‌تواند ببرد؟

۴۱- سونیا، سبحان و مادرشان یک کیک را خوردند. سبحان  $\frac{1}{4}$  از کیک، سونیا و مادرشان هر کدام  $\frac{1}{4}$  از کیک را خوردند. چه مقدار کیک باقی مانده است؟

۴۲- الهام  $\frac{3}{10}$  از پولش را بابت کتاب و  $\frac{5}{10}$  از آن را بابت خودکار به فروشنده پرداخت کرد. او چه کسری از پولش را خرج کرده است؟

۴۳- جواد  $\frac{1}{4}$  از  $\frac{3}{8}$  یک پیتزا را خورد. او چه مقدار از پیتزا را خورده است؟

۴۴- اگر طول یک مسیر  $200$  کیلومتر باشد و  $\frac{1}{4}$  این مسیر را با دوچرخه و  $\frac{1}{10}$  آن را پیاده روی کرده باشیم، چند کیلومتر از مسیر باقی مانده است؟

۴۵-  $\frac{2}{5}$  از دانش‌آموزان یک مدرسه ابتدایی در کلاس پنجم تحصیل می‌کنند. اگر  $\frac{1}{5}$  آنها در مسابقات ورزشی شرکت کرده باشند، چه کسری از کل دانش‌آموزان در مسابقات ورزشی شرکت کرده‌اند؟

۴۶- نگین  $\frac{1}{3}$  پول خود را پس انداز می‌کند. او همیشه  $\frac{2}{5}$  پس انداز خود را به خرید کتاب اختصاص می‌دهد. نگین چه کسری از پول خود را برای خرید کتاب صرف می‌کند؟

۴۷- مهسا با نصف پولش برای مادرش هدیه خرید و با  $\frac{1}{6}$  باقی‌مانده آن برای خواهرش یک کتاب



خرید. اگر قیمت کتاب ۱۶۰۰ تومان باشد، کل پول مهسا چقدر بوده است؟

۴۸- ترانه با  $\frac{1}{3}$  پولش کتاب و با  $\frac{1}{4}$  آن کیف خرید و ۱۲۰۰ تومان برایش باقی ماند. پول ترانه چقدر بوده است؟

۴۹-  $\frac{2}{6}$  گنجایش منبع آبی خالی است. ربع باقی مانده را مصرف کرده ایم و در حال حاضر این منبع ۹۰۰ لیتر آب دارد. گنجایش منبع چند لیتر است؟

۵۰-  $\frac{1}{5}$  از  $\frac{3}{5}$  مسیر بین دو شهر آسفالت شده است. اگر مسافت آسفالت نشده ۱۶۴ کیلومتر باشد، فاصله این دو شهر چند کیلومتر است؟

۵۱-  $\frac{1}{5}$  باغچه ای گل کاری شده است. اگر  $\frac{1}{4}$  گل های باغچه میخک باشد، چه کسری از کل باغچه گل میخک کاشته شده است؟

۵۲- مریم  $\frac{1}{3}$  پولش را دفتر و  $\frac{1}{4}$  باقی مانده را خودکار خرید و ۳۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. کل پول مریم چقدر بوده است؟

۵۳- می خواهیم  $\frac{1}{4}$  لیتر شکلات داغ را در چند فنجان بریزیم. اگر گنجایش هر فنجان  $\frac{1}{8}$  لیتر باشد، چند فنجان پر می شود؟

۵۴- یک ادویه فروش  $\frac{3}{4}$  کیلوگرم دارچین را به ۸ بسته مساوی تقسیم می کند. جرم هر بسته چقدر است؟

۵۵- یک مربی مهد کودک  $\frac{2}{3}$  لیتر شیر را بین ۳ کودک تقسیم می کند. به هر کودک چه مقدار شیر می رسد؟

۵۶- طول یک پاک کن  $\frac{1}{6}$  یک خط کش  $30^\circ$  سانتی متری است. طول پاک کن چند سانتی متر است؟

۵۷- آرش برای درست کردن یک کاردستی  $\frac{3}{4}$  یک مقوا را برش داد و سپس  $\frac{1}{4}$  آن را رنگ کرد. اگر مساحت مقوا  $80$  سانتی متر مربع باشد، او چند سانتی متر مربع را رنگ کرده است؟

۵۸- رامین  $\frac{2}{5}$  از  $\frac{3}{4}$  پولش را برای خرید کتاب استفاده کرد.  
(الف) او چه کسری از پولش را خرج کرده است؟  
(ب) چه کسری از پولش باقی مانده است؟

۵۹-  $\frac{3}{5}$  پول علی  $6000$  تومان است. کل پول علی را به دست آورید.

۶۰- مجید هر روز  $5$  کیلومتر می دود. طول مسیری که او می دود  $\frac{1}{4}$  کیلومتر است. او روزی چند بار این مسیر را می دود؟

### معرفی منابع

۱- دوستی، ملیحه (۱۳۹۲). بررسی درک و فهم دانش آموزان پایه ششم ابتدایی از کسرها. پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.

۲- ریحانی ابراهیم؛ بخشعلی زاده، شهرناز و دوستی، ملیحه (۱۳۹۳). درک مفهوم کسر توسط دانش آموزان پایه ششم دوره ابتدایی. فصلنامه علمی پژوهشی مطالعات برنامه درسی، سال نهم، شماره ۳۴، صص ۱۳۳ تا ۱۶۴.

۳- دوستی، ملیحه و ریحانی، ابراهیم (۱۳۹۴). شناسایی بدفهمی ها، راهبردها و استدلال های دانش آموزان پایه ششم در حل مسائل کسر. فصلنامه علمی پژوهش در آموزش، جلد ۱، شماره ۴، صص ۴۰ تا ۶۰.

۴- Ma, L. (۱۹۹۹). Knowing and teaching elementary mathematics  
Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

## رابطه طولی مفاهیم از پایه اول تا پایه پنجم روند ارائه زیرساختار جزء به کل

زیرساختار جزء به کل در پایه دوم:

- ۱- مفهوم سازی کسر به عنوان جزیی از کل و ارائه کسر به صورت کلامی با در نظر گرفتن تعداد قسمت های مطلوب از یک کل که به قسمت های مساوی تقسیم شده است.
- ۲- ارائه بازنمایی های پیوسته مختلف و ارتباط با فرم کلامی کسر

زیرساختار جزء به کل در پایه سوم:

- ۱- معرفی نماد کسر
- ۲- ارائه بازنمایی های پیوسته مختلف و ارتباط با فرم نمادین کسر

زیرساختار جزء به کل در پایه چهارم:

- ۱- بازنمایی های گسسته از کسر
- ۲- تأکید بر واحد

## روند ارائه کسرهای خاص

کسرهای خاص در پایه سوم:

- ۱- معرفی کسرهای نصف و ربع در بازنمایی های مختلف

کسرهای خاص در پایه چهارم:

- ۱- معرفی کسرهای ثلث و خمس در بازنمایی های مختلف
- ۲- معرفی کسر صفر

## روند ارائه زیرساختار اندازه و عدد مخلوط

زیرساختار اندازه و عدد مخلوط در پایه دوم:

۱- مفهوم سازی کسر به عنوان اندازه و عدد مخلوط

زیرساختار اندازه و عدد مخلوط در پایه سوم:

۱- معرفی کسر به عنوان اندازه در بازنمایی‌های مختلف

۲- معرفی کسر به صورت تقریبی

۳- مفهوم سازی برای مقایسه اعداد مخلوط

زیرساختار اندازه و عدد مخلوط در پایه چهارم:

۱- معرفی نماد عدد مخلوط

زیرساختار اندازه و عدد مخلوط در پایه پنجم:

۱- معرفی کسر بزرگ تر از واحد و تبدیل عدد مخلوط به کسر

۲- تبدیل کسر بزرگ تر از واحد به عدد مخلوط

## روند ارائه زیرساختار عملگر

زیرساختار عملگر در پایه سوم:

۱- معرفی کسر به عنوان عملگر

زیرساختار عملگر در پایه چهارم:

۱- مقایسه کسرها با واحدهای مختلف با در نظر گرفتن کسر به عنوان عملگر

## روند ارائه تساوی، مقایسه و ساده کردن کسرها

تساوی، مقایسه و ساده کردن کسرها در پایه سوم:

۱- تساوی و مقایسه کسرها با تأکید بر مخرج مساوی

۲- مقایسه کسرها با مخرج‌های نامساوی با استفاده از شکل

تساوی، مقایسه و ساده کردن کسرها در پایه چهارم:

۱- مقایسه کسرها با صورت‌های مساوی

۲- تساوی کسرها با بازنمایی‌های مختلف

۳- ساده کردن کسرها

تساوی، مقایسه و ساده کردن کسرها در پایه پنجم:

۱- ساده کردن کسرها در ضرب

روند ارائه عملیات (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم) کسرها

عملیات (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم) کسرها در پایه چهارم:

۱- جمع و تفریق کسرها با مخرج مساوی یا مخرج یک کسر مضربی از مخرج دیگری

۲- ضرب عدد صحیح در کسر

عملیات (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم) کسرها در پایه پنجم:

۱- جمع و تفریق کسرها با مخرج نامشترک و نسبت به هم اول

۲- جمع عددهای مخلوط

۳- تفریق عددهای مخلوط

۴- ضرب کسر در عدد صحیح

۵- ضرب کسر در کسر

۶- ضرب دو عدد مخلوط

۷- زیرساختار خارج قسمت و تقسیم دو عدد صحیح بر هم

۸- تقسیم کسر بر عدد صحیح

۹- تقسیم عدد صحیح بر کسر

## جدول انتظارات عملکردی:

## جدول انتظارات عملکردی فصل دوم ریاضی ششم

ردیف	عملکرد	مقیاس	بسیار خوب	خوب	قابل قبول	نیاز به تلاش
۱	ارتباط بین کسره‌های بزرگ‌تر از واحد و عدد مخلوط را درک می‌کند و آنها را به عنوان دو نمایش متفاوت از یک مفهوم می‌داند.					
۲	جمع و تفریق کسرها را انجام می‌دهد.					
۳	می‌تواند جمع و تفریق اعداد مخلوط را به‌دست آورد.					
۴	کوچک‌ترین مخرج مشترک بین دو کسر را به‌دست می‌آورد.					
۵	تساوی کسرها را درک کرده و می‌تواند کسره‌ای مساوی با یک کسر را بنویسد.					
۶	می‌تواند جزء مجهول در کسره‌ای مساوی را به‌دست آورد.					
۷	می‌تواند معکوس هر عدد مخالف صفر را به‌دست آورد.					
۸	ضرب یک عدد صحیح در کسر، یک کسر در عدد صحیح و کسر در کسر را درک کرده و می‌تواند آنها را محاسبه کند.					
۹	ضرب دو عدد مخلوط در یکدیگر و ضرب یک عدد مخلوط در کسر را انجام می‌دهد.					
۱۰	می‌تواند کسرها را ساده کند.					
۱۱	تقسیم دو عدد صحیح بر یکدیگر را می‌تواند با کسر نمایش دهد.					

				تقسیم یک عدد کسری بر یک عدد صحیح، یک عدد صحیح بر یک عدد کسری و دو کسر بر یکدیگر را انجام می‌دهد.	۱۲
				محاسبات با کسر را انجام می‌دهد.	۱۳
				کسرها را به‌عنوان عدد درک کرده است.	۱۴
				در مقایسه و مرتب کردن کسرها به غیر از مخرج مشترک‌گیری از روش‌های دیگر نیز استفاده می‌کند.	۱۵
				مسائل مربوط به کسر را درک می‌کند و برای حل آنها از راهبرد رسم شکل بهره می‌برد.	۱۶

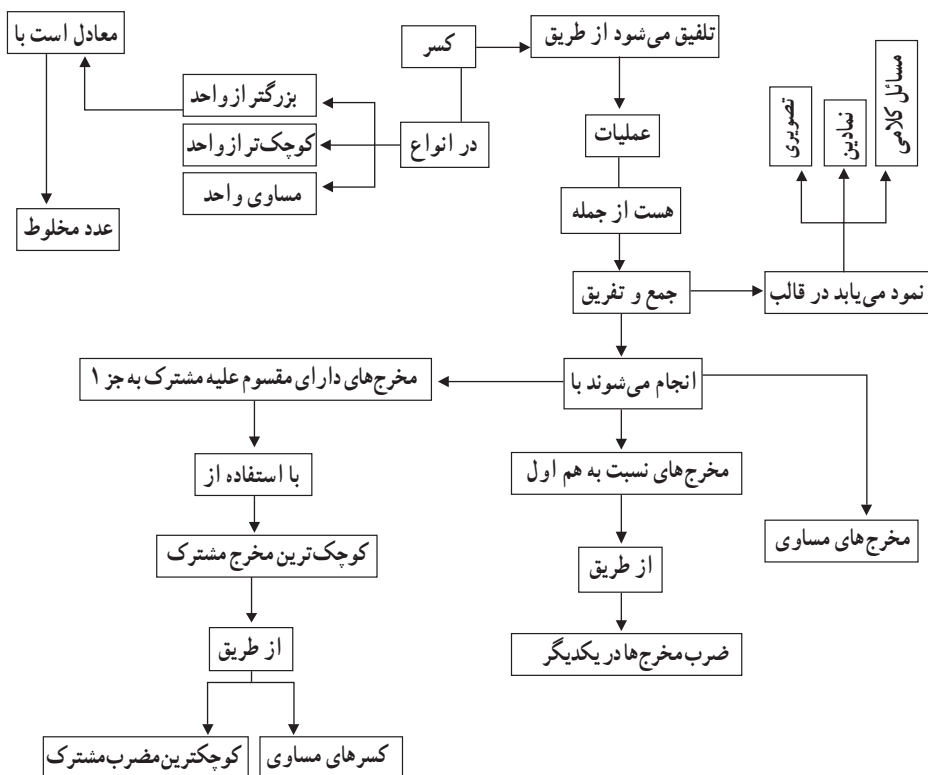


## جمع و تفریق کسرها

### اهداف

- ۱- یادآوری مفهوم واحد، کسر و عدد مخلوط
- ۲- یادآوری جمع و تفریق کسرها و اعداد مخلوط در حالات مختلف (مخرج‌های مساوی، مخرج یک کسر مضربی از مخرج دیگری و مخرج کسرها نسبت به هم اول)
- ۳- یافتن کوچک‌ترین مخرج مشترک در جمع و تفریق کسرهایی که مخرج آنها نسبت به هم اول نیست.

### نقشه مفهومی





## روش تدریس

## فعالیت (ص ۲۴)

**سؤال ۱-** هدف این فعالیت ایجاد ارتباط بین ریاضیات با دنیای واقعی و یادآوری کردن مفهوم کسر است. پیشنهاد می‌شود که برای انجام این فعالیت، دانش‌آموزان گروه‌های دو یا چند نفره تشکیل دهند و کاربردهای کسر در زندگی واقعی مانند تقسیم‌بندی‌های مختلف میوه، نان، شکلات، کیک، پیتزا و کاربرد آن در اندازه‌گیری را بیان کنند و در مورد آنها گفت‌وگو کنند. سپس نتایج کار گروه‌ها در کلاس مطرح شود. بحث کردن در مورد پاسخ‌های دانش‌آموزان می‌تواند باعث ایجاد انگیزه برای اهمیت شناخت و یادگیری کسرها در آنها شود.

**سؤال ۲-** هدف این فعالیت یادآوری مفهوم واحد، کسر بزرگ‌تر از واحد، عدد مخلوط و ارتباط بین آنها همراه با بازنمایی‌های مختلف تصویری و نمادین است. اینکه عدد مخلوط و کسر بزرگ‌تر از واحد دو نمایش مختلف از یک عدد هستند با انجام این سؤال به راحتی قابل درک است. برای انجام این فعالیت می‌توان روز قبل از دانش‌آموزان خواست تا شکل‌های هندسی موجود در جدول را با استفاده از طلق یا مقوا درست کرده و به کلاس بیاورند و فعالیت را با دست‌ورزی انجام داده و سپس جدول را کامل کنند. در سطر آخر این جدول دانش‌آموزان باید خودشان واحد دلخواهی را در نظر گرفته و مراحل بعدی را انجام دهند. دادن چنین اختیاراتی به دانش‌آموزان، سبب بالا بردن خلاقیت در آنها خواهد شد. پیشنهاد می‌شود که انجام این فعالیت نیز به گروه‌های دو نفری سپرده شود.

**سؤال ۳-** هدف این فعالیت یادآوری جمع و تفریق کسرهایی است که مخرج آنها ضربی از یکدیگر و یا نسبت به هم اول (مقسوم علیه مشترکی به جز ۱ ندارند) هستند.

## فعالیت (ص ۲۵)

هدف این فعالیت به دست آوردن کوچک‌ترین مخرج مشترک بین دو کسر با استفاده از کسره‌های مساوی است. برای انجام این فعالیت پیشنهاد می‌شود ابتدا در کلاس گروه‌بندی صورت گیرد، سپس معلم مسئله را روی تخته بنویسد و از گروه‌ها بخواهد بدون مراجعه به کتاب حاصل عبارت  $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$  را با یک یا چند روش به دست آورند. پس از مدتی از نمایندگان هر گروه خواسته شود تا راه حل‌هایشان را ارائه کنند و معلم جواب هر گروه را روی تخته بنویسد. انتظار می‌رود که دانش‌آموزان بتوانند با نوشتن کسره‌های مساوی با کسره‌های  $\frac{3}{4}$  و  $\frac{5}{6}$  مخرج مشترک کوچک‌تر از ۲۴ را برای دو کسر بیابند

و یا از روش‌های دیگری مانند رسم شکل و یا رسم محور با تقسیم‌بندی کمتر از ۲۴ جواب را پیدا کنند. در غیر این صورت معلم می‌تواند به عنوان راهنما نظر دانش‌آموزان را به سوی نوشتن کسرهای مساوی با این دو کسر سوق دهد و از آنها بخواهد که مخارج‌های مشترک بین آنها را ذکر کنند. سپس در مورد اینکه با انتخاب کدام مخرج مشترک می‌توان سریع‌تر به جواب رسید و یا تقسیم‌بندی‌های روی شکل یا محور را راحت‌تر انجام داد بحث و گفت‌وگو نموده تا دانش‌آموزان خودشان به این نتیجه برسند که برای انجام سریع‌تر محاسبات باید کوچک‌ترین مخرج مشترک را انتخاب نمایند. پس از انجام این بحث و گفت‌وگوها دانش‌آموزان به راحتی قادر به حل فعالیت کتاب هستند.

### بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

کار در کلاس ص ۲۶ :

هدف این کار در کلاس به‌دست آوردن کوچک‌ترین مخرج مشترک با استفاده از کوچک‌ترین مضرب مشترک بین مخرج‌ها است. می‌توان با انجام گفت‌وگویی مشابه با گفت‌وگوی زیر به هدف کار در کلاس رسید.

معلم : می‌خواهیم حاصل  $\frac{5}{18} + \frac{1}{12}$  را به‌دست آوریم، به نظر شما برای به‌دست آوردن مخرج مشترک باید چه کاری انجام دهیم؟

دانش‌آموزان : کوچک‌ترین مخرج مشترک بین ۱۲ و ۱۸ را انتخاب کنیم.

معلم : چگونه؟

دانش‌آموزان : کسرهای مساوی با هر کسر را می‌نویسیم. مثلاً :

$$\frac{5}{18} = \frac{10}{36} = \frac{15}{54}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{2}{24} = \frac{3}{36} = \frac{4}{48}$$

پس کوچک‌ترین مخرج مشترک ۳۶ است.

معلم : بین مخرج کسرهای مساوی با مخرج کوچک‌ترین کسر، چه رابطه‌ای می‌بینید؟

دانش‌آموزان : ضربی از مخرج کسر کوچک هستند.

معلم : آیا برای پیدا کردن کوچک‌ترین مخرج مشترک نیازی به صورت کسرها هست؟

دانش‌آموزان: خیر فقط به ضرایب مخرج‌ها نیاز داریم.  
 معلم: با توجه به مطالبی که گفته شد چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟  
 دانش‌آموزان: می‌توانیم از اول مضرب مخرج‌ها را بنویسیم و از بین آنها اولین مضرب مشترک یا کوچک‌ترین مضرب مشترک بین آنها را انتخاب کنیم.  
 مثلاً:

مضرب‌های ۱۸: ۱۸، ۳۶، ۵۴، ...

مضرب‌های ۱۲: ۱۲، ۲۴، ۳۶، ...

چون کوچک‌ترین مضرب مشترک ۳۶ است پس به عنوان مخرج مشترک در نظر گرفته می‌شود.

## فعالیت‌های پیشنهادی

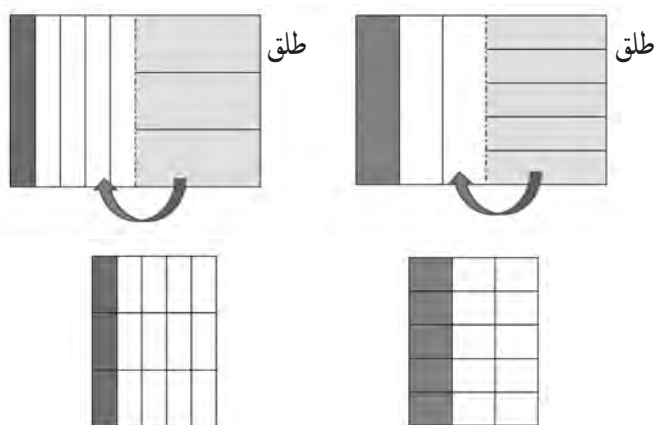
### فعالیت ۱:

برای یادآوری عدد مخلوط و چگونگی تبدیل آن به کسر بزرگ‌تر از واحد می‌توان از نوارهای کاغذی استفاده کرد. ابتدا دانش‌آموزان به گروه‌های دو نفری تقسیم‌بندی می‌شوند و از هر کدام از گروه‌ها خواسته می‌شود که با تقسیم‌بندی‌های مناسب و رنگ زدن نوارها اعداد مخلوط خواسته شده را بسازند و سپس آنها را به کسر بزرگ‌تر از واحد تبدیل کنند. مثلاً ابتدا با استفاده از ۴ نوار کاغذی  $3\frac{1}{4}$  را درست کنند یعنی ۳ نوار کامل را نگه داشته و نوار چهارم را نصف کرده و آنها را رنگ کنند. سپس از آنها خواسته می‌شود که هر واحد را به ۲ قسمت مساوی تقسیم کنند و مقدار کسر شناخته شده را بگویند. با بریدن هر نوار به دو قسمت مساوی ۷ تکه  $\frac{1}{4}$  ساخته می‌شود که می‌شود  $\frac{7}{4}$ . همچنین می‌توان از دانش‌آموزان خواست که با کنار هم قرار دادن این تکه‌ها دوباره عدد مخلوط اولیه را بسازند تا رابطه بین عدد مخلوط و کسر بزرگ‌تر از واحد را به طور عمیقی درک کنند. با این کار دانش‌آموزان می‌فهمند که کسر بزرگ‌تر از واحد و عدد مخلوط در واقع دو نمایش مختلف برای یک عدد هستند.

### فعالیت ۲:

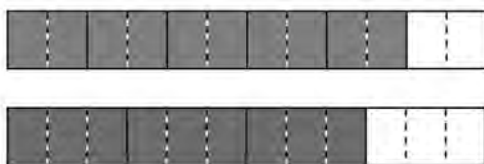
جهت یادآوری جمع و تفریق اعداد کسری و همچنین برای یادآوری کسرهای مساوی می‌توان از دست‌ورزی زیر بهره گرفت. از دانش‌آموزان می‌خواهیم که یک کاغذ و یک طلق شیشه‌ای هم‌اندازه را از کنار به هم بچسبانند. مثلاً برای انجام عبارت  $\frac{1}{5} + \frac{1}{3}$  ابتدا  $\frac{1}{3}$  را روی یک مقوا با تقسیم‌بندی‌های

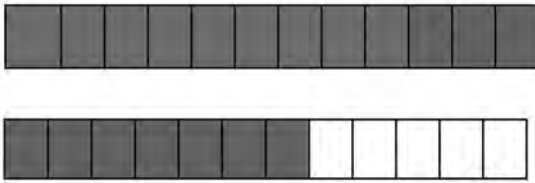
عمودی نمایش دهند و سپس با توجه به مخرج کسر دیگر طلق چسبیده به آن را به طور افقی به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنند تا با تا شدن طلق و قرار گرفتن روی کاغذ  $\frac{1}{3}$  به  $\frac{5}{15}$  تبدیل شود، همین کار را برای  $\frac{1}{5}$  انجام دهند تا به  $\frac{3}{15}$  تبدیل شود.



### فعالیت ۳ :

برای انجام این فعالیت به ۴ نوار سفید یکسان، مدادهای رنگی مختلف، قیچی و خطکش نیاز است. ابتدا عبارت  $\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$  روی تخته نوشته می‌شود و از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا هر کدام از کسرهای را روی یک نوار نشان دهند، سپس آنها را بریده و روی نوارهای سفید دیگری کنار هم بچسبانند. اما برای انجام این کار چون تقسیم‌بندی‌ها یکسان نیست ابتدا دانش‌آموزان باید نوارها را به قسمت‌های مساوی تقسیم‌بندی کنند. برای تقسیم‌بندی کمتر و راحتی کار با راهنمایی و گفت‌وگوی معلم نظر دانش‌آموزان به سوی نوشتن کسرهای مساوی جلب می‌شود. پس از نوشتن کسرهای مساوی و پیدا کردن کوچک‌ترین مخرج مشترک از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا نوارها را تقسیم‌بندی کنند. پس از اینکه دانش‌آموزان هر نوار را به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم کردند، باید قسمت‌های رنگی را بریده و روی دو نوار کاغذی سفید دیگر کنار هم بچسبانند و جواب عبارت را به دست آورند.





### حل بعضی از تمرینات کتاب (ص ۲۷)

۳- هدف این سؤال به دست آوردن جواب به طور دقیق نیست بلکه دانش آموزان باید بتوانند با درک عمیق تری کسرها را تقریب بزنند و سریع به جواب برسند. مثلاً  $\frac{۹۹}{۱۰۰}$  به  $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$  یعنی ۱ و  $\frac{۵}{۸}$  به  $\frac{۴}{۸}$  یا  $\frac{۵}{۸}$  نزدیک اند، پس جواب به  $\frac{۱}{۵}$  نزدیک است.

۵- در این سؤال یکی از بدفهمی‌هایی که برخی از دانش آموزان در جمع کردن کسرها دارند ارائه شده است. گاهی دانش آموزان در جمع دو کسر با صورت‌های مساوی، یکی از صورت‌ها را نوشته و مخرج کسرها را با یکدیگر جمع می‌کنند. در واقع این دانش آموزان قانونی را که برای جمع کردن کسرها با مخرج‌های یکسان درست است را به طور اشتباه به جمع کسرها با صورت‌های یکسان تعمیم می‌دهند. این دانش آموزان هنوز به درک عمیقی از مفهوم کسر نرسیده‌اند. گفتمان و بحث کلاسی روی این سؤال و همچنین کمک گرفتن از دست‌ورزی کمک شایانی به از بین رفتن و اصلاح شدن آن خواهد کرد.

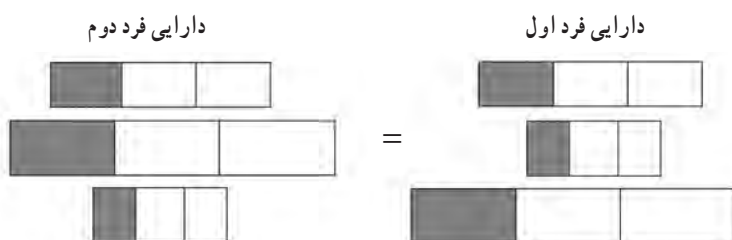
۶- هدف این سؤال طرح مسئله توسط دانش آموزان است. طرح مسئله باعث کشف و خلق مسئله‌های جدید و متنوع می‌شود و فرصتی برای بروز افکار و درک دانش آموزان راجع به مفاهیم مختلف ایجاد می‌کند. برای بررسی جواب‌های دانش آموزان می‌توان با گروه‌بندی کردن مناسب، به دانش آموزان فرصت بررسی و اصلاح مسئله‌ها و یادگیری مسائل جدید در گروه را داد. در زیر به ذکر چند نمونه از سؤالات پیشنهادی پرداخته می‌شود. قابل ذکر است که معلم به هیچ عنوان طرح کننده مسئله نیست و فقط دانش آموزان مسئله را طرح می‌کنند و مسئله‌های زیر فقط به عنوان نمونه آورده شده‌اند.

نمونه ۱) اگر نلگین دیروز  $\frac{۵}{۱۲}$  ساعت و امروز  $\frac{۷}{۱۰}$  ساعت تمرین ریاضی انجام داده باشد، او در مجموع چند ساعت تمرین ریاضی انجام داده است؟

نمونه ۲) برای درست کردن دو نوع شیرینی به  $\frac{۵}{۱۲}$  کیلوگرم آرد برای نوع اول و  $\frac{۷}{۱۰}$  کیلوگرم آرد برای نوع دوم، نیاز است. روی هم چه مقدار آرد لازم است؟

۷- در این تمرین ممکن است برخی از دانش‌آموزان به دلیل عدم درک صحیح مفهوم واحد و خاصیت عملگر بودن کسرها، کسرها را به صورت مجزا ببینند و به این دلیل که کسرها با هم مساوی هستند جواب نادرستی را به مسئله بدهند.

جواب این سؤال خیر است، زیرا مبالغ اهدا شده توسط این دو نفر ممکن است با هم متفاوت باشد. مثلاً ممکن است دارایی فرد اول ۳۰۰۰۰۰۰۰ تومان و فرد دوم ۶۰۰۰۰۰۰۰ تومان باشد که  $\frac{1}{3}$  دارایی فرد اول می‌شود ۱۰۰۰۰۰۰۰ تومان و  $\frac{1}{3}$  دارایی فرد دوم می‌شود ۲۰۰۰۰۰۰۰ تومان. می‌توان با استفاده از راهبرد رسم شکل نیز به راحتی این سؤال را حل نمود.



### توصیه‌های آموزشی

۱- معلمان دقت کنند که در طرح کردن سؤال برای جمع و تفریق کسرها اعدادی که در مخرج قرار می‌گیرند نباید خیلی بزرگ و نامعقول باشند زیرا هدف، انجام محاسبات سنگین نیست بلکه آموزش راه درست است.

۲- ایجاد فرصتی برای گفتمان در کلاس می‌تواند به درک بهتر مفاهیم ریاضی کمک بسیار زیادی کند. گفت‌وگوی دانش‌آموزان با معلم و گفت‌وگوی آنها با یکدیگر چه انفرادی و چه به صورت گروهی و توضیح دادن تفکرات و دفاع از ایده‌ها و قضاوت و ارزیابی در مورد ایده‌های ریاضی دانش‌آموزان دیگر و نیز نقد و بررسی راه‌حل‌های یک مسئله در کلاس درس، بخش‌های بسیار مهمی از فرایند گفتمان ریاضی به شمار می‌روند.

### بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

۱- برخی از دانش‌آموزان بین دو تفریق  $7 - 3\frac{1}{5}$  و  $5\frac{2}{3} - 1$  تفاوتی قائل نیستند. مثلاً در  $7 - 3\frac{1}{5}$  قسمت‌های صحیح را از هم کم می‌کنند و  $4\frac{1}{5}$  را به دست می‌آورند.

در واقع این دانش‌آموزان بخش کسری را در تفریق نادیده می‌گیرند. یکی از دلایل این بدفهمی این است که دانش‌آموزان قاعده‌ای راجع به جمع اعداد مخلوط که «قسمت‌های صحیح با هم و کسرها با هم» را به طور نادرست برای انجام تفریق و یا حتی برای انجام ضرب اعداد مخلوط تعمیم می‌دهند.

۲- بدفهمی رایج دیگر این است که در جمع و تفریق کسرها مثلاً هنگامی که می‌خواهند حاصل عبارت  $3\frac{1}{2} + \frac{5}{7}$  را به دست آورند وقتی می‌خواهند مخرج کسرها را با هم برابر کنند فقط مخرج‌ها را در یک عدد ضرب می‌کنند و صورت‌ها را به همان شکل اولیه باقی می‌گذارند و عبارت را به صورت  $3\frac{1}{14} + \frac{5}{14}$  نوشته و حاصل را به دست می‌آورند. دلیل این بدفهمی درک نادرستی از کسرهای مساوی است.

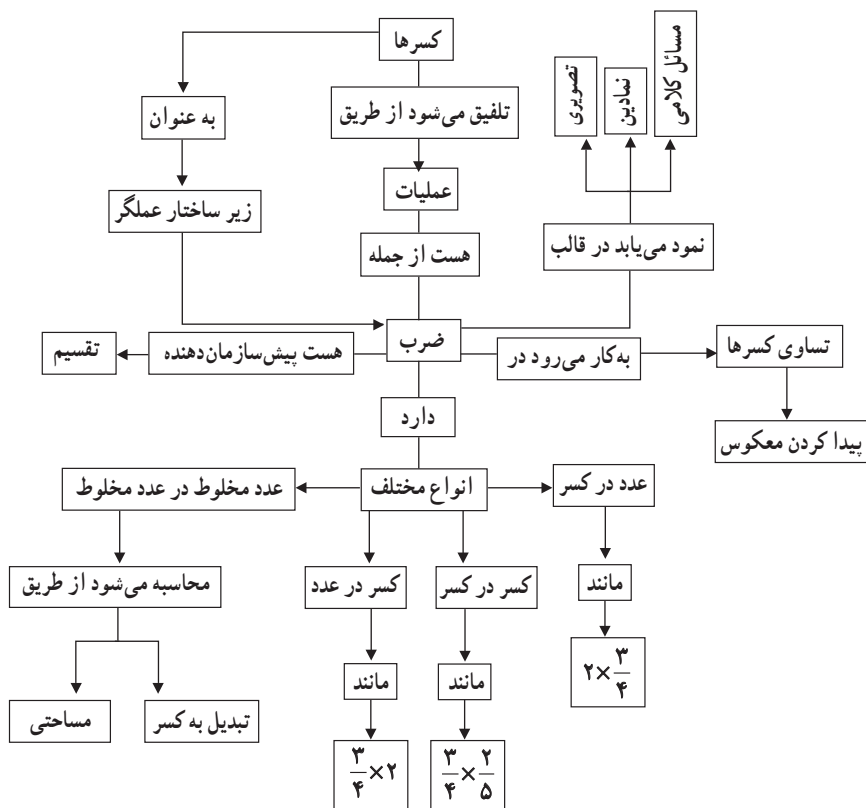


## ضرب کسرها

### اهداف

- ۱- یادآوری ضرب کسرها و اعداد مخلوط
- ۲- به دست آوردن معکوس هر عدد غیر صفر
- ۳- روش دیگری برای یافتن جزء مجهول در تساوی کسرها بدون ساده کردن آنها

### نقشه مفهومی





## روش تدریس

## فعالیت ۱ صفحه ۲۸

هدف این فعالیت یادآوری ضرب کسرها است که در جدول به طور خلاصه به انواع آن (کسر در عدد صحیح، عدد صحیح در کسر و کسر در کسر) پرداخته شده است. در قسمت پایین جدول دانش‌آموزان باید مسئله‌ای را در مورد ضرب کسرها طرح و آن را حل کنند. طرح مسئله یکی از راه‌هایی است که منجر به ارتقاء خلاقیت دانش‌آموزان و بالا بردن قدرت تصمیم‌گیری و برقراری ارتباطات ذهنی می‌گردد و با استفاده از آن می‌توان به بسیاری از مشکلات دانش‌آموزان پی برد.

## فعالیت ۲ صفحه ۲۸

این فعالیت مقدمه‌ای است برای معرفی «مفهوم معکوس» که در کادر آبی صفحه ۲۹ آورده شده است. در این فعالیت دانش‌آموزان باید هر دو عدد از جدول که با ضرب کردن آنها در یکدیگر عدد ۱ حاصل می‌شود را انتخاب کنند.

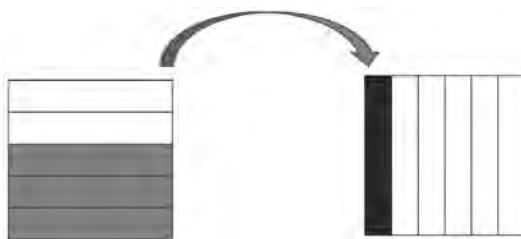
## فعالیت صفحه ۲۹

۱- هدف، یادآوری کسرهای مساوی است که پیش‌زمینه‌ای برای به‌دست آوردن جزء مجهول در دو کسر مساوی است.

۲- برای به‌دست آوردن جزء مجهول در  $\frac{\square}{3} = \frac{2}{24}$  چون ۳ در ۸ ضرب می‌شود که ۸ از تقسیم ۲۴ بر ۳ به‌دست آمده است، بنابراین باید ۲ هم در ۸ که همان  $\frac{24}{3}$  است ضرب شود یعنی  $\square = 2 \times \frac{24}{3}$  که برابر است با  $\square = \frac{2 \times 24}{3}$ . این قاعده را می‌توان با انجام گفت‌وگویی با دانش‌آموزان برای آنها مفهوم‌سازی نمود تا مفهوم آن را چیزی جدا از مفهوم تساوی کسرها نبینند.

## فعالیت‌های پیشنهادی

فعالیت ۱) برای یادآوری و مفهوم‌سازی ضرب کسر در کسر می‌توان از دست‌ورزی زیر استفاده نمود. برای این کار یک کاغذ و یک طلق شیشه‌ای و ماژیک مورد نیاز است. مثلاً برای نشان دادن  $\frac{3}{5} \times \frac{1}{6}$  از دانش‌آموزان می‌خواهیم که کسر  $\frac{1}{6}$  را روی کاغذ و کسر  $\frac{3}{5}$  را روی طلق نمایش دهند و بعد طلق را روی کاغذ بیندازند، سپس با توجه به آن جواب را پیدا کنند. اگر به جای کاغذ و طلق از دو طلق استفاده کنند می‌توانند هر بار با پاک کردن آنها ضرب‌های بیشتری را نیز انجام دهند.



## بازی

فعالیت ۲ صفحه ۲۸ را می‌توان در قالب یک بازی به صورت زیر اجرا نمود. ابتدا از روی جدول زیر در اندازه بزرگ‌تر به تعداد نصف دانش‌آموزان کلاس پرینت گرفته و دانش‌آموزان را در گروه‌های ۲ نفره قرار داده و برگه‌های پرینت گرفته شده را به آنها می‌دهیم و از افراد هر گروه می‌خواهیم تا تمامی آنها را برش دهند و از هم جدا کنند.

$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{7}$	۵	$\frac{1}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{2}{3}$	۲	$\frac{6}{27}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{36}{8}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{5}$	۴	$\frac{5}{3}$

سپس از آنها می‌خواهیم که کارت‌های ردیف بالا را بین خود تقسیم کنند و کارت‌های ردیف پایین را در وسط بگذارند. سپس هر کدام از دانش‌آموزان که توانست سریع‌تر کارت خود را روی جواب بگذارد هر دو کارت مال او می‌شود و ۱ امتیاز به او تعلق می‌گیرد. هر کس که امتیاز بیشتری به دست آورد برنده بازی است و توسط دیگر گروه‌ها تشویق می‌شود.

## حل بعضی از تمرینات کتاب (صفحه ۳۰)

۲- در این سؤال دانش‌آموزان ابتدا باید ضرب را انجام دهند سپس جواب آن را تقریب بزنند.

$$\frac{1}{4} \times 21 = \frac{21}{4} \rightarrow \frac{20}{4} = 5$$

$$\frac{2}{5} \times 6 = \frac{12}{5} \rightarrow \frac{10}{5} = 2$$

$$9 \times \frac{3}{4} = \frac{27}{4} \rightarrow \frac{28}{4} = 7$$

۷- برای اینکه حاصل ضرب دو کسر بیشترین مقدار شود باید کوچک‌ترین اعداد را برای مخرج‌ها انتخاب نمود و به دلیل اینکه بین کسرهای علامت ضرب وجود دارد فرقی ندارد که ۱ و ۲ در مخرج کدام یک از دو کسر قرار بگیرند.

$$\frac{4}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\text{یا } \frac{4}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

۸- در این سؤال نیز برای اینکه حاصل جمع دو کسر بیشترین مقدار شود باید کوچک‌ترین اعداد را برای مخرج‌ها انتخاب نمود. دانش‌آموز باید به تفاوت این سؤال با سؤال بالا دقت کند و مخرج کوچک‌تر را برای صورت بزرگ‌تر قرار دهد تا عدد بزرگ‌تری حاصل شود.

$$\frac{4}{1} + \frac{3}{2} = 5\frac{1}{2}$$

### توصیه‌های آموزشی

باید دقت شود که هنگام معرفی یک مفهوم جدید چه تعریفی به کار برده می‌شود، مثلاً اگر معکوس فقط به عنوان جابه‌جایی صورت و مخرج با یکدیگر معرفی شود ممکن است سبب ایجاد این بدفهمی شود که بعضی از دانش‌آموزان معکوس  $\frac{2}{3}$  را به صورت  $2\frac{3}{2}$  بنویسند. اما با تعریفی که در کتاب درسی از معکوس آورده شده است دیگر این بدفهمی برای دانش‌آموزان به وجود نمی‌آید.

### بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

۱- برای ضرب اعداد مخلوط در یکدیگر، برخی از دانش‌آموزان اعداد مخلوط را به کسر تبدیل نکرده و بخش‌های صحیح را در هم و بخش‌های کسری را نیز در هم ضرب می‌کنند. مثلاً می‌نویسند  $5\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{8} = 15\frac{1}{24}$

۲- بدفهمی دیگر در ضرب اعداد مخلوط این است که گاهی جزء صحیح هر عدد مخلوط را در صورت کسر ضرب می‌کنند، مثلاً می‌نویسند  $5\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{8} = \frac{5}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

## اهداف

- ۱- تقسیم دو کسر با مخرج‌های مساوی بر هم
- ۲- تقسیم دو کسر با مخرج‌های نامساوی بر هم

[illegible]

## روش تدریس

## فعالیت ۱: (صفحه ۳۲)

در درس سوم قرار است تقسیم کسر بر کسر با مخرج‌های مساوی و نامساوی آموزش داده شود. بر این اساس، هدف از این فعالیت آموزش تقسیم کسر بر کسر با مخرج‌های مساوی است. دانش‌آموزان در کلاس پنجم، ضرب عدد صحیح در کسر، کسر در عدد صحیح و کسر در کسر را آموزش دیده‌اند. از آنجا که مفهوم ضرب، پیش نیاز مفهوم تقسیم است، در این فعالیت برای ارائه مفهوم تقسیم از مفهوم ضرب عدد صحیح در کسر که پیش دانسته دانش‌آموزان است استفاده می‌شود. سیر بررسی این فعالیت در کتاب از چپ به راست یعنی شروع با مفهوم ضرب و رسیدن به مفهوم تقسیم است. در کلاس درس، معلم چندین ضرب عدد صحیح در کسر را ارائه می‌نماید و از دانش‌آموزان می‌خواهد برای آنها شکل و محور مناسب بکشند. پس از انجام این کار توسط دانش‌آموزان از آنها می‌خواهیم مسیر رفته را برگردند. مثلاً در ضرب  $\frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$  پس از رسم شکل یا محور از دانش‌آموزان می‌خواهیم با توجه به شکل بگویند در  $\frac{8}{3}$  چند تا  $\frac{2}{3}$  وجود دارد؟ بعد از پاسخ کلامی دانش‌آموزان، از آنها می‌خواهیم آنچه گفته شده را با نمادهای ریاضی مناسب نمایش دهند. بعد از انجام این فعالیت با ضرب‌های مختلف و بررسی کتاب درسی از دانش‌آموزان انتظار می‌رود که پس از بحث و گفت‌وگو نتیجه‌گیری مناسب داشته باشند و قاعده را کشف نمایند.

## فعالیت ۲: (صفحه ۳۳)

هدف از این فعالیت که در قالب حل مسئله می‌باشد، آموزش تقسیم کسرها با مخرج‌های نامساوی است. در این فعالیت از مطلب آموخته شده در فعالیت قبل یعنی تقسیم کسرها با مخرج‌های مساوی به عنوان پیش سازمان‌دهنده استفاده می‌شود و تقسیم کسرها با مخرج‌های نامساوی آموزش داده می‌شود. برای اجرای این فعالیت در کلاس، معلم بهتر است بدون رجوع به کتاب درسی، مسئله را روی تخته بنویسد و از دانش‌آموزان بخواهد به مسئله پاسخ دهند. چه خوب است که دانش‌آموزان بدون راهنمایی معلم از راهبرد رسم شکل برای حل مسئله کمک بگیرند. در غیر این صورت معلم می‌تواند آنها را به استفاده از این راهبرد تشویق کند. انتظار می‌رود قسمت «الف» این مسئله برای دانش‌آموزان با کمک قاعده تقسیم کسرها با مخرج‌های مساوی به راحتی قابل حل باشد. در قسمت «ب» این مسئله که هدف اصلی است، انتظار می‌رود دانش‌آموزان با کمک رسم شکل یا محور اعداد و یکی کردن مخرج‌ها و استفاده از قاعده آموخته شده در فعالیت قبلی به حل مسئله نائل شوند و قاعده

درست را با بحث و گفتمان کلاسی مناسب کشف کنند. در غیر این صورت معلم نقش راهنما دارد و با مطرح کردن پرسش‌هایی نظیر «آیا قاعدهٔ آموخته شده برای تقسیم کسرها با مخرج‌های مساوی به شما کمکی می‌کند؟»، «برای استفاده از این قاعده باید کسرها چه ویژگی داشته باشند؟» و ... می‌تواند دانش‌آموزان را به مسیر درست و کشف قاعده رهنمون سازد. پس از بررسی این مسئله در کتاب درسی و تکمیل جاهای خالی، دانش‌آموزان سؤال ۲ همین فعالیت که برای تثبیت قاعدهٔ آموخته شده ارائه شده است را پاسخ می‌دهند.

### فعالیت ۳: (صفحه ۳۴)

هدف از این فعالیت، ارائهٔ روشی دیگر برای تقسیم کسرها با مخرج‌های نامساوی است. دانش‌آموزان در کلاس پنجم، تقسیم عدد صحیح بر عدد صحیح، کسر بر عدد صحیح و عدد صحیح بر کسر را آموزش دیده‌اند. از این پیش دانستهٔ دانش‌آموزان و آموختهٔ آنها در درس ضرب کسرها در پایهٔ ششم یعنی «معکوس یک عدد» استفاده می‌شود تا روش دیگری برای تقسیم کسرها ارائه گردد. در این فعالیت گفتمان بین معلم و دانش‌آموزان و دانش‌آموزان با یکدیگر نقش بسزایی دارد. معلم تقسیم‌های مختلفی از تقسیم عدد صحیح بر عدد صحیح، کسر بر عدد صحیح و عدد صحیح بر کسر را روی تخته می‌نویسد و از دانش‌آموزان می‌خواهد تا به آنها پاسخ دهند. معلم برای اینکه دانش‌آموزان را به مسیر درست هدایت کند سؤالاتی را مطرح می‌نماید.

— معلم: تقسیم‌ها را چگونه انجام دادید؟

— دانش‌آموزان: عدد اول را نوشته، تقسیم به ضرب تبدیل می‌شود و عدد دوم معکوس می‌شود.

— معلم: در مورد تقسیم روبه‌رو چه حدسی می‌زنید؟  

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} =$$
 (پس از انجام گفتمان ما بین دانش‌آموزان)

— دانش‌آموزان: همانند تقسیم‌های قبلی، عدد اول را نوشته، تقسیم به ضرب تبدیل می‌شود و عدد دوم معکوس می‌شود.

— معلم: می‌توانید درستی حدس خود را بررسی نمایید؟ (راهنمایی: از روش مساوی کردن مخرج‌ها در تقسیم با مخرج‌های مساوی و خاصیت جابه‌جایی در ضرب کسرها کمک بگیرید).

### بررسی بعضی از سؤالاتی که در کلاس

هدف از سه کار در کلاس این درس، تثبیت قاعدهٔ آموخته شده در فعالیت پیش از آن است.

## فعالیت‌های پیشنهادی

### فعالیت ۱ :

برای آموزش تقسیم کسرها با مخرج‌های مساوی می‌توان از این فعالیت بهره برد. معلم از دانش‌آموزان می‌خواهد نوار کاغذی درست کنند. سپس این نوار را به ۷ قسمت مساوی تقسیم و ۶ قسمت از آن را رنگ کنند.

– معلم : چه کسری از نوار شما رنگی است؟



– دانش‌آموزان :  $\frac{6}{7}$

– معلم : حالا شما نوارتان را  $\frac{2}{7}$ ،  $\frac{2}{7}$  تقسیم نمایید و با قیچی ببرید. چه حدسی می‌زنید؟ هدف چیست؟

– دانش‌آموزان : می‌خواهیم ببینیم در  $\frac{6}{7}$  چند تا  $\frac{2}{7}$  وجود دارد؟



– معلم : بچه‌ها وقتی  $\frac{6}{7}$  را تقسیم کردید چند تا  $\frac{2}{7}$  به وجود آمد؟

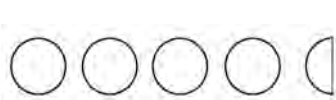
– دانش‌آموزان : ۳ تا

– معلم : کاری که انجام دادید را به ریاضی بنویسید.

– دانش‌آموزان : 
$$\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} = 3$$

### فعالیت ۲ :

برای آموزش تقسیم کسرها با مخرج‌های نامساوی می‌توان از این فعالیت پیشنهادی نیز استفاده کرد. معلم به هر دانش‌آموز یک کلوچه می‌دهد و آنها را در گروه‌های ۵ نفره تقسیم می‌کند. سپس از آنها می‌خواهد  $4\frac{1}{3}$  کلوچه را برای خود نگه دارند و باقی را در بشقاب روی میز معلم قرار دهند.



– معلم :  $4\frac{1}{3}$  کلوچه یعنی چند تا کلوچه؟

– دانش‌آموزان : یعنی ۴ کلوچه و نصف یک کلوچه

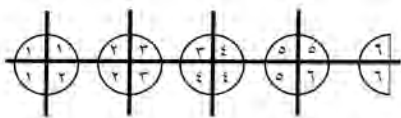
– معلم : اگر بخواهیم، این کلوچه‌ها را بین چند نفر تقسیم کنیم که به هر نفر  $\frac{3}{4}$  کلوچه برسد، به

چند نفر کلوچه می‌رسد؟

— دانش‌آموزان: در واقع می‌خواهیم ببینیم در  $\frac{1}{4}$  چند تا  $\frac{3}{4}$  وجود دارد؟  
 — معلم: درسته، حالا باید چکار کنیم؟  
 — دانش‌آموزان: باید هر کلوچه را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنیم و ببینیم چند تا  $\frac{3}{4}$  کلوچه داریم.

— معلم: حالا که هر کلوچه را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کردید چه کسری کلوچه دارید؟

— دانش‌آموزان:  $\frac{18}{4}$



— معلم: چند تا  $\frac{3}{4}$  کلوچه دارید و به چند نفر کلوچه می‌رسد؟

— دانش‌آموزان: ۶ تا و به ۶ نفر

— معلم: کاری که انجام داده‌اید را به ریاضی بنویسید.

— دانش‌آموزان:  $\frac{1}{4} \div \frac{3}{4} = \frac{9}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{18}{4} \div \frac{3}{4} = 6$

### حل بعضی از تمرینات کتاب: (صفحه ۳۵)

در سؤال‌های ۲، ۴، ۵ و ۶ که مسائلی از دنیای واقعی هستند، دانش‌آموزان می‌توانند کاربرد انواع تقسیم کسرها (عدد صحیح بر کسر، کسر بر عدد صحیح و کسر بر کسر) را در پیرامون و دنیای اطراف خود ببینند و ریاضی را با زندگی واقعی خود پیوند زنند.

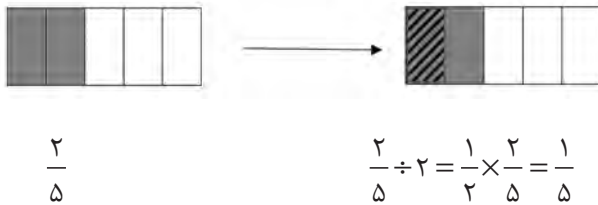
سؤال‌های ۳ و ۹ این تمرین سؤال‌های باز پاسخی‌اند که با مبحث تقسیم در ارتباط هستند. این سؤال‌ها بی‌شمار جواب درست دارند. در سؤال ۳ دانش‌آموزان با یک تساوی و در سؤال ۹ با یک نامساوی سروکار دارند. بهتر است پاسخ‌های متفاوت در کلاس مطرح شود و روی تخته کلاس نوشته شود و دانش‌آموزان در رابطه با درستی و احیاناً نادرستی پاسخ‌های دوستان‌شان بحث کنند و بدفهمی و خطاهای احتمالی دانش‌آموزان در جریان این گفتمان مرتفع گردد. دانش‌آموزان می‌توانند برای حل این سؤال‌ها از راهبرد حدس و آزمایش استفاده کنند. در این سؤال‌ها دانش‌آموزان باید به علامت تقسیم توجه داشته باشند. برای راحتی کار می‌توانند از ضرب استفاده کنند و پس از زدن حدس،



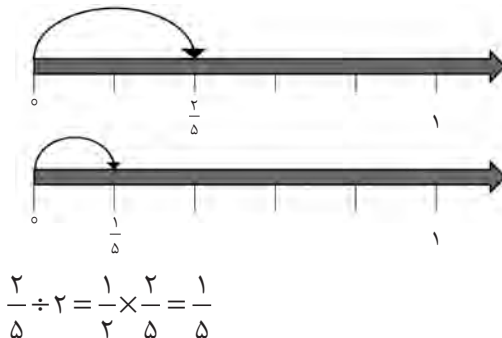
بررسی آن و یافتن جواب درست، معکوس کسر دوم را در جای خالی بنویسند. البته فاصله این راهکار پیشنهادی نباید توسط معلم در کلاس درس ارائه شود. باید به دانش‌آموزان فرصت تفکر داد تا راهکارها توسط آنان مطرح شود. در این سؤال‌ها ممکن است دانش‌آموزان از یک رویه غیر معمول در تقسیم کسرها استفاده کنند. به عبارتی ممکن است صورت‌ها و مخرج‌ها را جداگانه بر هم تقسیم نمایند. مثلاً در تقسیم داده شده این گونه عمل کنند:  $\frac{8}{9} \div \frac{4}{3} = \frac{8 \div 4}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$ . این رویه، غیر معمول و در عین حال درست می‌باشد. پر کردن دو تا از جاهای خالی کاملاً اختیاری است ولی دو جای خالی دیگر باید با حدس‌های منطقی و سپس بررسی و آزمایش جواب‌ها تکمیل گردد تا آنها به سمت پاسخ‌های صحیح هدایت شوند. معلم می‌تواند با پرسیدن اینکه «تعداد پاسخ‌های ممکن برای این سؤال چند تا است؟» دانش‌آموزان را به چالش بکشانند و پاسخ‌های بیشتری را از آنان جویا شود.

در سؤال ۷، تقسیم کسر بر عدد صحیح ( $\frac{2}{5} \div 2$ ) داده شده و از دانش‌آموزان خواسته شده است، برای آن شکل بکشند. در این سؤال هم از شکل و هم از محور می‌توان استفاده کرد. دانش‌آموزان باید نصف  $\frac{2}{5}$  را بیابند که همان کسر  $\frac{1}{5}$  است. نمونه‌ای از شکل‌های کشیده شده توسط دانش‌آموزان در اینجا ارائه می‌شود.

نمونه ۱، با شکل:



نمونه ۲، با محور:



در سؤال ۸ این تمرین دانش‌آموزان باید برای تقسیم داده شده، مسئله طرح کنند. طرح مسئله ایده جدیدی در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی است. این ایده به افزایش خلاقیت در دانش‌آموزان کمک می‌نماید. از طرفی معلم می‌تواند بفهمد که دانش‌آموزان مفهوم تقسیم را به درستی درک کرده‌اند یا نه. همچنین بدفهمی‌ها و مشکلات دانش‌آموزان در خلال طرح مسئله به خوبی آشکار می‌گردد. معلم باید اجازه دهد دانش‌آموزان در کلاس مسائل طرح کرده را بخوانند و در خلال بحث‌های کلاسی، دانش‌آموزان نظرات خود را در رابطه با درستی یا نادرستی مسائل مطرح کنند و بدفهمی‌های احتمالی آنها در این روند مرتفع گردد. نمونه‌ای از مسائل مطرح شده توسط دانش‌آموزان در اینجا ذکر می‌گردد.

نمونه ۱: اگر نیم کیلوگرم پسته را میان ۵ نفر تقسیم نماییم به هر نفر چه کسری از یک کیلوگرم، پسته می‌رسد؟

نمونه ۲: خانم فاتح نیمی از باغچه خود را به کاشت سبزی ریحان، تره، شاهی، جعفری و پیازچه، اختصاص داده است. او می‌خواهد در ۵ ردیف این سبزی‌ها را بکارد. سهم هر ردیف چه کسری از باغچه است؟

نمونه ۳: سبحان نیمی از کتاب داستان خود را خوانده است. او قصد دارد بقیه کتاب داستان را در ۵ روز آینده بخواند. او در هر روز باید چه کسری از کل کتاب داستان را بخواند؟

## توصیه‌های آموزشی

۱- در این درس توجه به پیش دانسته‌های دانش‌آموزان در شکل‌گیری مفهوم تقسیم و ارتباط آن با دانش جدید بسیار اساسی است. در عین حال مفهوم جدید می‌تواند خود پیش‌سازمان‌دهنده‌ای برای ارائه مطلب جدید باشد. مثلاً در ارائه مفهوم تقسیم کسر با مخرج‌های مساوی از پیش‌سازمان‌دهنده ضرب عدد صحیح در کسر استفاده شده است. در عین حال یکی از پیش دانسته‌های دانش‌آموزان برای تقسیم کسر با مخرج‌های نامساوی، رویه تقسیم کسر با مخرج‌های مساوی است. معلمان باید به ارتباط میان مفاهیم آموزشی مختلف و نقش آنها در شکل‌گیری مفاهیم جدید توجه ویژه‌ای داشته باشند.

۲- استفاده از بازنمایی‌های مختلف و برقراری ارتباط میان این بازنمایی‌ها جنبه‌های مختلف مفهوم پیچیده‌ای مانند تقسیم کسر را آشکار ساخته و یادگیری را آسان می‌کند. ارائه رویه تقسیم به تنهایی منجر به سطحی شدن درک دانش‌آموزان، بدفهمی و خطای تقسیم کسر می‌گردد. در مقابل

ارائه تقسیم کسرها با به کارگیری مدل‌های ملموس، استفاده از شکل و محور، کلام، زبان و نمادهای نوشتاری و پیوند این بازنمایی‌های مختلف با یکدیگر منجر به درک عمیق و مفهومی دانش‌آموزان می‌شود.

### بdfهمی‌های رایج دانش‌آموزان:

۱- بdfهمی‌های مبتنی بر الگوریتم تقسیم: این دسته از اشتباهات از کاربرد نادرست الگوریتم تقسیم کسرها ناشی می‌شود. ممکن است دانش‌آموزان مراحل مختلفی که باید طی کنند را به یاد نیاورند یا ناقص به یاد آورند. مثلاً فراموش کنند که کسر دوم را باید معکوس نمایند، بنابراین به جای تقسیم، عمل ضرب را انجام دهند. دلیل اصلی این دسته از بdfهمی‌ها، عدم درک مفهومی الگوریتم تقسیم است. در این موارد غالباً مراحل الگوریتم به صورت گام‌های بی‌معنی حفظ شده‌اند و اگر یک مرحله فراموش شود، دانش‌آموزان قادر به یادآوری دوباره آن نیستند.

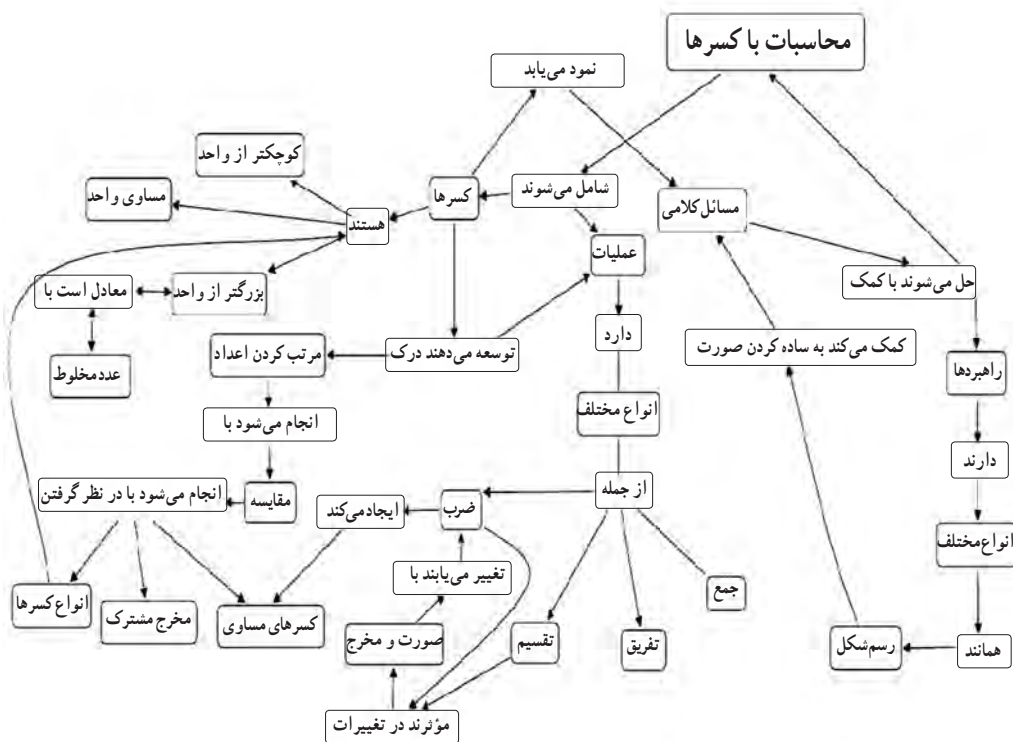
۲- بdfهمی‌های مبتنی بر درک شهودی: درک دانش‌آموزان از اعداد صحیح برای آنها باورهای ساختی که آنها را به کسرها تعمیم می‌دهند. در اعداد صحیح همیشه حاصل تقسیم (خارج‌قسمت) از مقسوم کوچک‌تر می‌شود. همین باور سبب می‌شود به‌دست آوردن جوابی بزرگ‌تر از عدد اول برای دانش‌آموزان نامعقول به‌نظر برسد. همچنین در تقسیم اعداد صحیح همواره مقسوم‌علیه از مقسوم کوچک‌تر است. تعمیم نادرست این مطلب به تقسیم کسرها سبب می‌شود که دانش‌آموزان عدد بزرگ‌تر را به عدد کوچک‌تر تقسیم نمایند.

۳- بdfهمی‌های مبتنی بر دانش رسمی: این بdfهمی‌ها ناشی از درک نادرست مفهوم کسرها و دانش محدود در زمینه خواص عملیات ریاضی است. دانش‌آموزان فکر می‌کنند تقسیم نیز مانند ضرب خاصیت جابه‌جایی دارد.

## اهداف

- ۱- پیدا کردن حاصل عبارت کسری زمانی که بالا و پایین خط کسری از دو یا چند عمل جمع، تفریق، ضرب یا تقسیم حاصل شده باشد
- ۲- به کارگیری روش‌های مختلف در مقایسه اعداد
- ۳- استفاده از راهبرد رسم شکل در حل مسائل

## نقشه مفهومی



## روش تدریس

## فعالیت ۱: (صفحه ۳۶)

یکی از اهداف پیگیری شده در درس چهارم، انجام محاسبات پیچیده‌تر با کسرها است. درک مفهوم کسر و انجام عملیات با کسرها زمینه را برای انجام محاسبات با اعداد گویا و به تبع آن، انجام محاسبات جبری در دوره متوسطه آماده می‌سازد. در این فعالیت نیز قرار است انجام این نوع محاسبات مفهوم‌سازی گردد تا الگوریتم محاسبات به صورت گام‌های بی‌معنی حفظ نشوند، تا به کارگیری و یادآوری آنها در آینده برای دانش‌آموزان تسهیل گردد. هدف از این فعالیت که در قالب حل مسئله می‌باشد، مفهوم‌سازی محاسبات با کسرها است. برای اجرای این فعالیت در کلاس، معلم بهتر است بدون رجوع به کتاب درسی، مسئله را روی تخته بنویسد و از دانش‌آموزان بخواهد به مسئله پاسخ دهند. پس از اینکه دانش‌آموزان به مسئله پاسخ دادند و پاسخ‌های آنان در کلاس بررسی شد، دانش‌آموزان خوب است با هدایت معلم به کتاب درسی مراجعه کنند. معلم از آنها می‌خواهد تا در گروه‌ها با هم مشورت کنند و بگویند چرا برای به دست آوردن پاسخ مسئله باید حاصل عبارت  $1 + \frac{1}{2} + 3\frac{3}{5}$  را به دست آورند. انتظار می‌رود که دانش‌آموزان این ارتباط‌ها را درک کنند و بفهمند

که در این نوع محاسبات باید عبارت‌های صورت و مخرج را جداگانه محاسبه نمایند و در نهایت حاصل صورت را بر مخرج تقسیم نمایند، چرا که خط کسری به منزله تقسیم است.

## فعالیت ۲: (صفحه ۳۷)

مقایسه و مرتب کردن در درک کسرها به عنوان عدد مؤثر است. دانش‌آموزان معمولاً در مقایسه از مخرج مشترک استفاده می‌کنند بدون آنکه درک درستی از کسرها داشته باشند و آنها را به عنوان عدد درک کنند. در این فعالیت سعی شده است بر این مهم تأکید گردد که دانش‌آموزان با درک درست و مفهومی کسرها نیازی به یکسان کردن مخرج تمام کسرها ندارند و به راحتی با روش‌های خلاقانه و مفهومی نیز می‌توانند مقایسه را انجام دهند. معلم خوب است این سؤال را روی تخته بنویسد و از دانش‌آموزان بخواهد اعداد را مرتب کنند. پس از آنکه دانش‌آموزان مسئله را حل کردند، نوبت به بررسی پاسخ‌های آنان است. معلم با دو دسته پاسخ‌های درست و نادرست دانش‌آموزان روبه‌رو است. پاسخ‌های درست از این حیث با اهمیت است که از روش‌های مختلف و خلاقانه‌ای حاصل

شده است. این روش‌ها باید در کلاس بررسی گردند و دانش‌آموزان ارائه‌کننده این روش‌ها مورد تشویق قرار گیرند چرا که ناشی از تفکر خلاقانه آنان است. پاسخ‌های نادرست نیز با ارزش هستند چرا که ناشی از بدفهمی‌ها و عدم درک درست کسرها توسط آنان است. بررسی این نوع پاسخ‌ها و گفتمان پیرامون آنها می‌تواند به اصلاح و رفع این بدفهمی‌ها و پندارهای نادرست منجر شود. پس از اینکه این موارد در کلاس بررسی شد معلم به کتاب درسی رجوع می‌کند و حل این مسئله را با کمک دانش‌آموزان در کتاب دنبال می‌کند. روش ارائه شده در این فعالیت به این صورت است که اعداد صحیح را به عنوان مرجع مقایسه در نظر می‌گیرد. این اعداد را در سه دسته اعداد کوچک‌تر از «۱»، اعداد بین «۱» و «۲» و اعداد بزرگ‌تر از «۲» دسته‌بندی می‌کند. سپس با کمک محور اعداد به مقایسه اعداد هر دسته می‌پردازد.

### فعالیت ۳: (صفحه ۳۸)

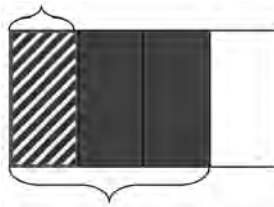
از آنجا که راهبرد رسم شکل در ساده‌سازی صورت مسئله و برقراری ارتباط بین داده‌ها و مجهول مسئله نقش بسزایی دارد، می‌توان در حل بسیاری از مسائل کسر که برگرفته از دنیای واقعی هستند، از آن بهره برد. هدف این فعالیت نشان دادن تأثیر و کمک بسزای این راهبرد در حل مسائل کسر است. معلم بهتر است بدون رجوع به کتاب، مسئله مطرح شده را روی تابلو بنویسد و از دانش‌آموزان بخواهد تا آن را حل نمایند. حل این مسئله با توجه به ویژگی‌های آن برای دانش‌آموزان دشوار و چالش برانگیز است. بعد از حس دشواری مسئله و درک آن برای دانش‌آموزان، در گام بعدی معلم می‌تواند از آنان بخواهد برای مسئله شکلی رسم کنند و با کمک آن، مسئله را ساده نمایند تا بتوانند آن را حل کنند. انتظار می‌رود دانش‌آموزان با توجه به توصیه استفاده از این راهبرد در سال‌های گذشته، بتوانند شکل مناسب را رسم کنند. در غیر این صورت معلم با راهنمایی‌هایی که به فراخور کلاس انجام می‌دهد می‌تواند این مهم را تحقق بخشد. انجام گفتمان کلاسی در خلال حل مسئله، میان معلم و دانش‌آموزان و دانش‌آموزان با یکدیگر بهتر می‌تواند تأثیر استفاده از این راهبرد در حل مسائل را برای دانش‌آموزان برجسته نماید.

### بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

در کار در کلاس سوم صفحه ۳۸، در راستای هدف فعالیت، دو مسئله مطرح شده است. در مسئله اول، برای ساده‌سازی و ترغیب دانش‌آموزان به استفاده از شکل، شکلی رسم شده که ناقص است. دانش‌آموزان باید آن را تکمیل نمایند و به حل مسئله بپردازند. در مسئله دوم، تنها صورت

مسئله داده شده است و باید دانش‌آموزان خود برای مسئله شکل بکشند و با کمک آن، مسئله را حل کنند. برای این مسئله می‌توان چنین شکلی را رسم کرد.

$\frac{1}{3}$  تعداد دانش‌آموزان شرکت کرده در مسابقات



$4 \times 8 = 32$  = تعداد دانش‌آموزان کلاس

$\frac{3}{4}$  تعداد دانش‌آموزان کل کلاس

### فعالیت‌های پیشنهادی

#### بازی مقایسه کسر ها:

هدف این بازی درک ارزش عددی کسر و مقایسه کسر ها است. این بازی از این حیث مفید است که گفتمان‌هایی که بین بازیکنان در خلال بازی، در رابطه با کوچک‌تری یا بزرگ‌تری یک کسر اتفاق می‌افتد می‌تواند در رفع بدفهمی‌ها و درک بهتر ارزش عددی کسر ها مؤثر واقع شود. این بازی دو نفره انجام می‌شود. در جدول زیر خط چین‌ها را برش دهید و  $40^\circ$  کارت موجود در جدول را از هم جدا نمایید. این کارت‌ها را زیر و رو نمایید. سپس  $20^\circ$  تا از کارت‌ها را به بازیکن اول و  $20^\circ$  تای دیگر را به بازیکن دوم بدهید. هر دو بازیکن به‌دلخواه و هم‌زمان با هم یک کارت را روی میز قرار می‌دهند. بازیکنی برنده است که عدد روی کارت او بزرگ‌تر باشد. هر دو کارت روی میز به بازیکن برنده تعلق می‌گیرد. اگر اعداد روی دو کارتی که بازیکنان ارائه می‌کنند با هم مساوی باشند آن دو کارت روی میز باقی می‌ماند و باید کارت‌های بعدی را روی آنها قرار دهند. تا زمانی که اعداد روی دو کارت متفاوت باشند، این کار ادامه می‌یابد. بازیکن برنده هر چند کارت که روی میز قرار دارد را از آن خود می‌کند. این بازی به همین شکل ادامه می‌یابد تا  $30^\circ$  کارت به یک بازیکن تعلق گیرد. آنگاه او برنده بازی است.

$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{11}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{4}{7}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{8}{3}$

### حل بعضی از تمرینات کتاب

سؤال ۲ تمرین صفحه ۳۹ به بدفهمی رایج دانش آموزان در جمع کسرها اشاره دارد. این بدفهمی از تعمیم نادرست رویه جمع کسرها با مخرج‌های مساوی به جمع کسرها با صورت‌های مساوی نشأت می‌گیرد. در سؤال ۳ که به کسرهای مساوی اشاره دارد، به غیر از کسر  $\frac{15}{35}$  بقیه کسرها با کسر  $\frac{5}{7}$  مساوی هستند. در سؤال ۷ انتظار می‌رود روش‌های مختلف برای مقایسه و مرتب کردن اعداد توسط دانش آموزان در کلاس مطرح و بررسی گردد.

در سؤال ۸، کسر به عنوان عملگر مطرح شده است که می‌تواند روی یک واحد اعمال شود و مقدار جدیدی را حاصل کند. در این سؤال دو کسر داده شده عملگر هستند که روی واحدی مثل پول عمل می‌کنند. میزان پول در مقایسه اهمیت دارد. اگر مثلاً میزان پول ما ۳۰۰۰۰ تومان و پول دوستان ۱۰۰۰۰ باشد، واضح است که  $\frac{1}{3}$  پول ما ۱۰۰۰۰ تومان و نصف پول دوستان ۵۰۰۰ تومان می‌شود. پس ثلث پول ما از نصف پول دوستان بیشتر است با اینکه ثلث کمتر از نصف است. پس وابسته به میزان پول هر دو نفر، ثلث پول ما می‌تواند مساوی، کمتر یا بیشتر از نصف پول دوستان باشد. در این سؤال از رسم شکل نیز می‌توان برای مقایسه استفاده کرد.

در سؤال ۹ شکل داده و از دانش آموزان خواسته شده است با توجه به آن مسئله‌ای طرح کنند. دانش آموزان می‌توانند این مستطیل را چیزهای مختلفی مثل تعداد صفحات یک کتاب، مساحت یک باغچه، میزان پول یک نفر، ساعات اوقات فراغت و ... در نظر بگیرند و با توجه به آن مسئله‌ای مناسب برگرفته از دنیای واقعی را طرح نمایند.



## توصیه‌های آموزشی

۱- انجام محاسبات با کسر، زمینه را برای انجام محاسبات اعداد گویا در دوره متوسطه آماده می‌سازد. آموزش رویه‌ای الگوریتم‌ها، یادآوری آنها را برای دانش‌آموزان در آینده دشوار می‌سازد. بنابراین معلمان باید علاوه بر درک رویه‌ای بر درک مفهومی دانش‌آموزان از انجام محاسبات تأکید داشته باشند و نحوه انجام این محاسبات را در ذهن آنان عمق بخشند و ماندگار نمایند.

۲- معلمان باید دانش‌آموزان را بر روش‌های مختلف مقایسه ترغیب نمایند. زیرا این روش‌ها از یک سو حاکی از درک درست کسرها و در نظر گرفتن آنها به عنوان عدد می‌باشد. از طرف دیگر، تفکر، استدلال و خلاقیت دانش‌آموزان در مقایسه و مرتب کردن کسرها را نشان می‌دهد.

۳- دانش‌آموزان می‌توانند راهبردهای مختلفی را در حل مسائل ریاضی برگزینند. راهبرد رسم شکل یکی از این راهبردها است که در درک و ساده‌سازی مسائل کسر نقش بسزایی دارد. برای کشیدن شکل به اشکال دقیق و واقعی نیازی نیست؛ کافی است با داده‌ها، اطلاعات و خواسته‌های مسئله ارتباط داشته باشد. این راهبرد به دلیل داشتن مزایای مختلف در آموزش ریاضی و برنامه‌درسی ریاضی دوره ابتدایی از اهمیت بسزایی برخوردار است. این مزایا عبارتند از: ۱- به دانش‌آموزان کمک می‌کند موقعیت را تجسم کنند.<sup>۱</sup> ۲- مدل ساخته شده، تصویری ملموس از یک موقعیت مجرد را فراهم می‌کند. ۳- یادگیری دانش‌آموزان را از طریق دیدن و انجام دادن ارضا می‌کند. ۴- کلمات را به تصاویر قابل تشخیص برای ذهن‌های نارس تبدیل می‌کند.

## بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

$$۱- \text{دانش‌آموزان در محاسباتی مانند } \frac{1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}}{1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}} \text{ به اشتباه اعداد صورت را با اعداد}$$

مخرج ساده می‌نمایند. این بدهمی ناشی از تعمیم نادرست ساده کردن کسرها در ضرب به جمع یا تفریق کسرها است.

۲- دانش‌آموزان در مقایسه کسرها، صورت و مخرج کسرها را جداگانه در نظر

می‌گیرند و با هم مقایسه می‌کنند. مثلاً در مقایسه  $\frac{3}{8}$  با  $\frac{1}{2}$  چون فکر می‌کنند ۳ از

۱ بزرگ‌تر و ۸ از ۲ بزرگ‌تر است، پس نتیجه می‌گیرند که  $\frac{3}{8}$  از  $\frac{1}{2}$  بزرگ‌تر است. یا در مقایسه فکر می‌کنند از دو کسر با صورت مساوی کسری بزرگ‌تر است که مخرج بزرگ‌تری داشته باشد. مثلاً فکر می‌کنند  $\frac{4}{7}$  کوچک‌تر از  $\frac{4}{5}$  است، چون ۵ از ۷ کوچک‌تر است. این بدفهمی‌ها ناشی از عدم درک درست کسرها و عدم درک کسر به عنوان عدد و تعمیم نادرست مقایسه اعداد صحیح به کسرها است.

## مرور فصل

### فرهنگ نوشتن

سؤال ۲ و ۳ این قسمت به بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان اشاره دارد. معلمان می‌توانند با زدن مثال‌های متفاوت و ناقض این بدفهمی‌ها، این اشتباهات را در ذهن دانش‌آموزان اصلاح نمایند.

### حل بعضی از تمرین‌ها

سؤال ۵: به یادآوری محاسبه محیط و مساحت می‌پردازد که ممکن است دانش‌آموزان در محاسبه آن همچنان مشکل داشته باشند. معلمان می‌توانند با دست‌ورزی مناسب، مشکلات احتمالی آنان را برطرف نمایند. این دست‌ورزی مجسم می‌تواند به دانش‌آموزان در درک این موضوع که ضلع مشترک مستطیل و مثلث در محاسبه محیط کل شکل تأثیری ندارد، کمک نماید. بنابراین، محیط کل شکل با مجموع محیط‌های مثلث و مستطیل برابر نیست.

سؤال ۶: این سؤال چگال بودن کسرها و اینکه بین دو عدد صحیح بی‌شمار عدد کسری وجود دارد را بیان می‌کند. این مسئله می‌تواند به دانش‌آموزان در درک کسرها به عنوان عدد کمک شایانی نماید.

سؤال ۷: در این سؤال بخشی از یک مسئله داده شده و از دانش‌آموزان خواسته شده است با توجه به آن، مسئله‌ای طرح کنند. دانش‌آموزان باید مسائل متفاوت را طرح کنند و در کلاس بخوانند. دانش‌آموزان با نظارت معلم باید اشکالات احتمالی در مسائل مطرح شده توسط دوستانشان را برطرف نمایند.

سؤال ۸: در این سؤال مجموع سطرها، ستون‌ها و قطرهای باید برابر با  $\frac{1}{2}$  یا  $\frac{15}{30}$  شود.

دانش‌آموزان می‌توانند با زدن حدس‌های مختلف و بررسی آنها جواب درست را پیدا کنند.

$\frac{۲}{۳۰}$	$\frac{۹}{۳۰}$	$\frac{۴}{۳۰}$
$\frac{۷}{۳۰}$	$\frac{۵}{۳۰}$	$\frac{۳}{۳۰}$
$\frac{۶}{۳۰}$	$\frac{۱}{۳۰}$	$\frac{۸}{۳۰}$

$\frac{۱}{۱۵}$	$\frac{۳}{۱۰}$	$\frac{۲}{۱۵}$
$\frac{۷}{۳۰}$	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۱۰}$
$\frac{۱}{۵}$	$\frac{۱}{۳۰}$	$\frac{۴}{۱۵}$

سؤال ۱۱: چون شکل داده شده  $\frac{۴}{۳}$  واحد یا ۴ تا  $\frac{۱}{۳}$  واحد یا  $\frac{۱}{۳}$  واحد را نشان می‌دهد پس سه قسمت از این شکل یک واحد را می‌سازد.



### معما و سرگرمی

اگر مخزن «ب» از ۱۲ قسمت مساوی، مخزن «آ» از ۴ و مخزن «ج» از ۳ قسمت مساوی تشکیل شده باشد، سه مخزن روی هم از ۱۹ قسمت مساوی ساخته شده‌اند. اگر گنجایش آب کل سه مخزن را بر ۱۹ تقسیم کنیم هر قسمت ۹ لیتر آب می‌گیرد. بنابراین، در مخزن «آ»، «ب» و «ج» به ترتیب ۳۶، ۱۰۸ و ۲۷ لیتر آب جای می‌گیرد.

ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب
آ	آ	آ	آ									
ج	ج	ج										

برای حل این معما می‌توان از جدول تناسب زیر نیز بهره برد.

مخزن ج	۳	۲۷
مخزن آ	۴	۳۶
مخزن ب	۱۲	۱۰۸
مخزن آب	۱۹	۱۷۱
	×۹	

$$\frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۱۲}$$

$$\frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۱۲}$$

# فصل سوم



## اعداد اعشاری

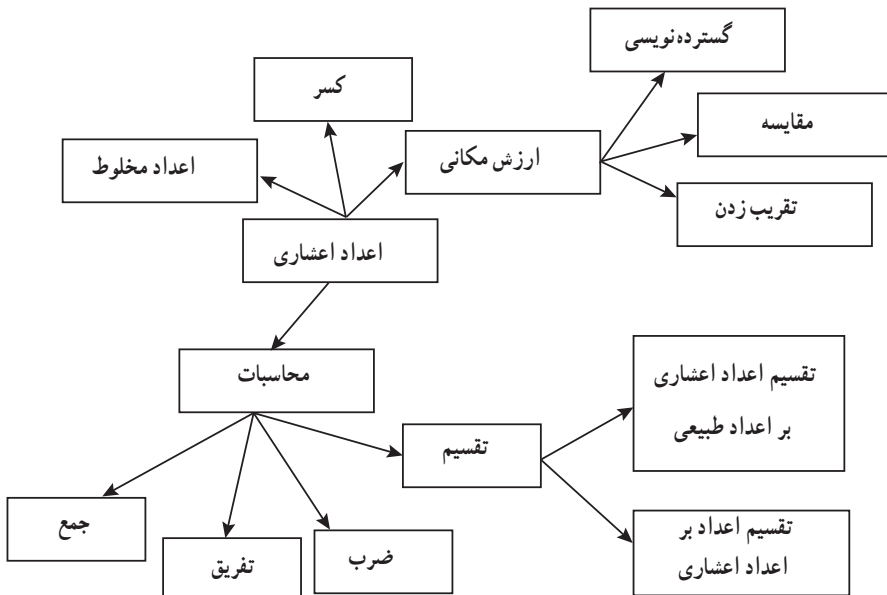


## نگاه کلی به فصل



این فصل شامل ۴ درس است. درس اول به یادآوری مفاهیم مرتبط با اعداد اعشاری پرداخته است که دانش آموزان در پایه چهارم و پنجم فراگرفته‌اند. در این درس، بازنمایی‌های مختلف اعداد اعشاری و همچنین نحوه توسعه جدول ارزش مکانی برای نمایش این اعداد مرور شده است. در درس دوم عملیات‌های جمع، تفریق و ضرب با اعداد اعشاری یادآوری شده است. این مفاهیم و مهارت‌ها را نیز دانش آموزان در پایه‌های چهارم و پنجم آموخته‌اند. درس سوم و چهارم به آموزش تقسیم اعداد اعشاری اختصاص داده شده است. به این صورت که در درس سوم تقسیم اعداد اعشاری بر اعداد طبیعی و در درس چهارم تقسیم یک عدد بر اعداد اعشاری آموزش داده شده است. دانش آموزان با کسب تسلط کامل روی مفاهیم دو درس قبلی قادر خواهند بود الگوریتم تقسیم اعداد اعشاری و مفاهیم مرتبط با آن را به خوبی درک کنند.

### شبکه مفهومی



## تصویر عنوانی

همان‌طور که در تصویر عنوانی نشان داده شده است بسیاری از اندازه‌ها در زندگی روزمره با اعداد اعشاری بیان می‌شود چرا که با استفاده از این اعداد دقت اندازه‌گیری‌ها افزایش می‌یابد. برای مثال با کمک اعداد اعشاری اندازه‌هایی مانند  $4/5$  m معنادار و قابل بیان می‌شود. بنابراین یکی از کاربردهای مهم اعداد اعشاری در اندازه‌گیری است و ضروری است دانش‌آموزان برای فهم این اندازه‌ها اعداد اعشاری را بشناسند و درک کنند.

## دانستنی‌های معلم

به‌طور ساده می‌توان گفت اعداد اعشاری یک نمایش دیگری از کسرهایی با مخرج  $10^0, 10^1, 10^2, \dots$  است و از طریق تعمیم جدول ارزش مکانی محقق می‌شود. وقتی که جدول ارزش مکانی از چپ با الگوی  $10 \times$  گسترش می‌یابد، امکان نمایش اعداد خیلی بزرگ فراهم می‌شود. با تعمیم جدول ارزش مکانی از راست با الگوی  $10 \div$  نیز این جدول قابلیت نمایش اعداد خیلی کوچک را پیدا می‌کند. هم نمایش کسری و هم نمایش اعشاری بسیار ارزشمند است و دانش‌آموزان زمانی در به‌کارگیری اعداد اعشاری توانمند می‌شوند که به‌طور کامل ارتباط این دو نمایش با یکدیگر را درک کرده باشند.

یکی از دشواری‌های درک رابطه اعداد اعشاری و کسرها این است که در نمایش اعشاری، مخرج کسرها پنهان است و دانش‌آموزان باید از روی معنای عدد و درک ارزش مکانی رقم‌های آن، مخرج کسرها را پیدا کنند. برای مثال  $7/3$  در واقع عدد  $7\frac{3}{10}$  است که مخرج  $10$  در نمایش اعداد اعشاری عدد دیده نمی‌شود. لذا ضروری است در فرایند توسعه جدول ارزش مکانی، از ابزار و مدل‌های بصری استفاده شود تا دانش‌آموزان نحوه تعمیم جدول ارزش مکانی را به‌طور کامل درک کنند و رابطه هر ستون جدول را با واحد جدول (یعنی واحدی که به‌عنوان یکی در ستون یکان استفاده می‌شود) بیان کنند. تنها در این صورت است که می‌توان مطمئن بود دانش‌آموزان رابطه بین نمایش اعشاری و کسری اعداد را فراگرفته‌اند.

### نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

۱- ارزش مکانی عدد ۳ را در هریک از اعداد زیر بنویسید.

۵/۲۳۱

۲۳۰/۱۴

۹۵/۷۵۳

۲۴/۰۳۴۰

۲- عددهای اعشاری را با حروف بنویسید.

۳/۶۵

۷۰/۰۷

۴/۰۰۰۷

۳۰/۰۴

۲۵/۰۱۴

۱۲/۰۰۰۵

۳- عددهای اعشاری را به کسر تبدیل کنید و تا حد امکان ساده کنید.

۳/۴۸

۰/۰۳۸

۰/۵۴

۲۵/۴

۰/۲

۰/۵۰

۴- کسره‌های زیر را به صورت اعداد اعشاری نمایش دهید (بنویسید)

$$\frac{۱۴۵}{۱۰۰}$$

$$\frac{۳۰۲}{۱۰۰}$$

$$\frac{۶۵۲}{۱۰}$$

$$\frac{۲۱۴}{۱۰۰۰}$$

$$\frac{۵۴}{۱۰}$$

$$\frac{۶۷۵}{۱۰۰۰}$$

$$\frac{۷۴}{۱۰۰۰۰}$$

۵- خواندن اعدادی مانند ۳/۰۵ و ۰/۳۵ مشابه یکدیگر است امتحان کنید چه روشی برای جلوگیری از این اشتباه وجود دارد.

۶- ۳ عدد اعشاری بنویسید که بین ۱۲/۱۳ و ۱۲/۱۴ قرار بگیرد.

۷- مانند نمونه جاهای خالی را کامل کنید.

۵ دهم برابر است با ۵۰ صدم پس ۰/۵ = ۵۰/۱۰۰

۱۴ دهم برابر است با ..... صدم پس ۱/۴ = ۱۴۰/۱۰۰

۶۰ صدم برابر است با ..... هزارم  $\frac{60}{100} = \dots\dots\dots$

۵ هزارم برابر است با ..... ده هزارم  $\frac{5}{1000} = \dots\dots\dots$

۸- با توجه به عددهای داده شده جدول را کامل کنید.

	$\frac{143}{100}$			$\frac{9}{4}$	به اعشار
		$\frac{52}{100}$			به کسر
			$2\frac{34}{1000}$		به عدد مخلوط
یک و سیصد و چهارده هزارم					به حروف

۹- هریک از عبارت‌های مقابل را به صورت یک عدد اعشاری بنویسید.

$$3 + \frac{2}{1000} + \frac{4}{10} + \frac{5}{100}$$

$$200 + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000}$$

$$6 + \frac{5}{10} + \frac{4}{10000}$$

۱۰- عددهای اعشاری را مانند نمونه به صورت گسترده بنویسید.

$$156/23 = 100 + 50 + 6 + \frac{0}{10} + \frac{0}{100} + \frac{3}{1000}$$

$$542/04 =$$

$$24/2065 =$$

$$52/4 =$$

$$2/0409 =$$



۱۱- عبارت‌های جمع و تفریق زیر را روی محور نمایش دهید.

$$\frac{2}{4} + \frac{3}{6} =$$

$$\frac{5}{4} - \frac{1}{6} =$$

۱۲- محسن یک جعبه سیب به وزن  $\frac{23}{14}$  کیلوگرم از بازار خرید. او پس از مصرف سیب‌ها متوجه شد وزن جعبه خالی  $\frac{2}{9}$  کیلوگرم می‌باشد. حساب کنید وزن خالص سیب‌ها چقدر بوده است؟

۱۳- با توجه به نمادها تساوی‌های زیر را کامل کنید ( $\square, \triangle, \circ$ )

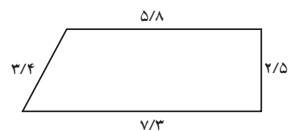
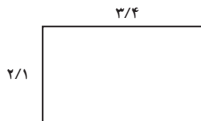
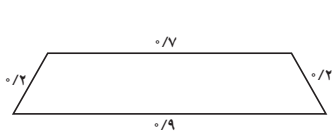
$$\square - \triangle = \circ$$

$$\circ + \triangle = \square$$

$$\square - \circ = \triangle$$

$$\triangle + \circ = \square$$

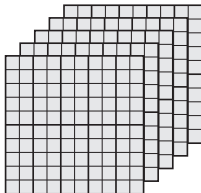
۱۴- محیط شکل‌های مقابل را به دست آورید.



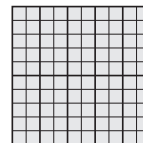
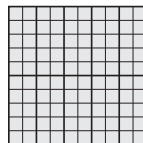
۱۵- با توجه به واحد مشخص شده برای هر شکل ضرب بنویسید.

□□□□□□□□□□

□□□ □□□ □□□ — × — = —



□□ □□ □□ □□ — × — = —



— × — = —

۱۶- طول یک ضلع مربعی  $2/14$  متر است مساحت و محیط آن را حساب کنید.

۱۷- حاصل عبارت‌های زیر را به دو روش (کسر، بدون در نظر گرفتن ممیز) انجام دهید.

$$5/3 \times 2/4 =$$

$$0/24 \times 0/2 =$$

$$0/5 \times 0/08 =$$

۱۸- حاصل ضرب مقابل را به صورت مساحتی به دست آورید. (رسم شکل)

$$3/4 \times 2/6 =$$

۱۹- کتابی ۴۰۰ صفحه‌ای داریم که ضخامت هر برگ آن  $0/05$  میلی متر است ضخامت این کتاب

چند میلی متر است؟

۲۰- یک موتور آب در هر ساعت  $0/5$  لیتر گازوئیل مصرف می کند. اگر داخل مخزن سوخت این

موتور  $3^0$  لیتر گازوئیل وجود داشته باشد این موتور چند ساعت روشن خواهد ماند؟

۲۱- حاصل تقسیم‌های زیر را به دو روش محاسبه کنید.

$$5/4 \div 0/9 =$$

$$6/3 \div 0/07 =$$

۲۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{3}{5} \times 0/4 \div 0/12 =$$

$$5 - \left( \frac{3}{4} \times 3/2 \right) =$$

۲۳- محیط دایره‌ای  $\frac{1}{884}$  متر است شعاع دایره چند سانتی متر است؟

۲۴- مجموع دو عدد  $\frac{32}{42}$  و اختلاف آنها  $\frac{8}{28}$  می باشد عدد بزرگ تر چند است؟

۲۵- شکل اعشاری عبارت مقابل را نوشته سپس حاصل جمع را به دست آورید؟

$$\frac{45}{100} + \frac{342}{10} + \frac{4}{200} + \frac{5}{40} =$$

۲۶- سیم مفتولی به طول  $50/5$  سانتی متر را ۴ برش مساوی زده ایم طول هر قسمت را حساب کنید؟

۲۷- باقی مانده تقسیمی  $65/0$ ، خارج قسمت آن ۴۲ و مقسوم علیه آن  $8/6$  می باشد. مقسوم چه عددی است؟

۲۸- مقسوم و مقسوم علیه تقسیمی را در  $100$  ضرب کرده ایم، پس از انجام تقسیم باقی مانده برابر با  $4/0$  شد. باقی مانده واقعی را محاسبه کنید؟

۲۹- مسئله ای طراحی کنید که پاسخ آن  $6/42$  باشد.

۳۰- اگر عددی را ۷ برابر کنیم  $84/0$  به آن اضافه می شود. اختلاف عدد اصلی با  $5/0$  چقدر است؟

۳۱- میانگین اعداد ۶ و  $3\frac{1}{4}$  و  $4/0$  و  $\square$  برابر  $5/2$  شده است.  $\square$  چه عددی است.

۳۲- برای حاصل عبارت مقابل عدد اعشاری بنویسید.

$$\frac{3}{4} + \frac{28}{16} + \frac{2}{5}$$

۳۳- با یک قطعه سیم، مربعی به ضلع  $\frac{4}{71}$  درست کرده‌ایم. اگر با همان سیم یک دایره درست می‌کردیم مساحت دایره را به دست آورید.

۳۴- محیط یک باغچه مستطیل شکل  $\frac{23}{2}$  متر است. اگر طول آن  $\frac{1}{8}$  متر بیشتر از عرض باشد مساحت باغچه چند متر مربع است؟

۳۵- محیط چرخ جلوی یک دوچرخه  $\frac{1}{3}$  متر است. این چرخ در طول زمین فوتبال  $8^\circ$  دور و در عرض زمین فوتبال  $5^\circ$  دور کامل می‌زند مساحت این زمین چند متر مربع است؟

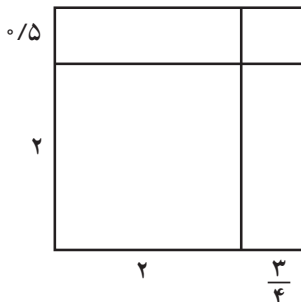
۳۶- مساحت مستطیلی به طول  $\frac{7}{2}$  متر برابر با  $\frac{22}{32}$  متر مربع است. محیط مستطیل را به دست آورید.

۳۷- پاره خطی به طول ۴ سانتی متر را با چهار نقطه به پاره خط‌های مساوی تقسیم کرده‌ایم. طول هر پاره خط کوچک به دست آمده چند سانتی متر است.

۳۸- مساحت مربعی  $\frac{64}{10}$  متر مربع است و ضلع آن چند متر است؟

۳۹- حاصل عبارت  $\frac{2/75 \times 7/5}{2/5 \times 0/25}$  را به دست آورید.

۴۰- مساحت شکل مقابل را به دست آورید.



۴۱- قد محسن  $۱/۲۶$  متر و قد پدرش  $۱/۵$  برابر قد او  $۰/۲۷$  متر کم است. قد پدر محسن چقدر است؟

۴۲- یک بسته کاغذ  $۴۰۰$  صفحه‌ای،  $۰/۲۵$  دسی متر ضخامت دارد، ضخامت هر برگ از کاغذ چقدر است؟

۴۳- کسر مساوی با  $۴/۳۹۳۹۳۹\dots$  بنویسید.

۴۴- وزن هریک شکلات‌های یک بسته سال گذشته  $۴/۷۵$  گرم بود. امسال  $۳/۹۰$  گرم شد، اگر در یک جعبه شکلات  $۳۰۰$  شکلات باشد، بسته شکلات نسبت به سال گذشته چقدر سبک‌تر شده است.

۴۵- عدد اعشاری  $۳/۲۰۷۹$  با کدام گزینه برابر است؟

- (۱)  $۰/۲ + ۰/۰۷ + ۰/۰۰۹$  (۲)  $۳ + ۰/۲ + ۰/۰۰۷ + ۰/۰۰۹$   
(۳)  $۳ + ۰/۰۰۷ + ۰/۲ + ۰/۰۰۰۹$  (۴)  $۳ + ۰/۲ + ۰/۰۰۹ + ۰/۰۷$

۴۶- سه عدد بین  $۰/۷$  و  $۰/۸$  بنویسید.

۴۷- حاصل عبارت  $((۷۵/۰ - ۲/۳) - ۸/۰۵) - ۱۲/۵۶$  را به دست آورید.

۴۸- پس از انجام یک تقسیم، خارج قسمت  $۳/۴۷$  و باقی مانده  $۱۳/۰$  شده است. اگر مقسوم و مقسوم علیه این تقسیم را ضربدر  $۱۰$  کنیم، خارج قسمت و باقیمانده تقسیم جدید را به دست آورید.

۴۹- محیط چرخ بزرگ یک تراکتور  $۱/۳۸۶$  متر و محیط چرخ کوچک آن  $۰/۹۲۴$  متر است. اگر چرخ بزرگ در هر دقیقه  $۹۰$  دور بزند چرخ کوچک چند دور خواهد زد.

۵۰- معکوس عدد  $\frac{3}{5}$  کدام است.

$$\frac{35}{10} \quad (4)$$

$$3\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$\frac{2}{7} \quad (2)$$

$$\frac{7}{2} \quad (1)$$

۵۱- عدد اعشاری مربوط  $\frac{3}{50} + \frac{1}{250}$  را بنویسید.

### معرفی منابع

۱- کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات، رابرت، ای، ریس، مرلین، ن، سایدام و مری مونتگومری لینگکوئیست، ترجمه مسعود نوروزیان، ۱۳۹۱، انتشارات مدرسه، چاپ ششم.

2- Elementary and Middle School Mathematics, John A. Van de Walle, Karen S. Karp, Jennifer M. Bay-Williams, 2010, Seven Edition.

3- Structured Activities for Intelligent Learning, Richard Skemp, 1994.

### رابطه طولی مفاهیم از پایه اول تا پنجم

#### اعداد/اعشاری در پایه چهارم

- ۱- گسترش جدول ارزش مکانی تا مرتبه دهم
- ۲- خواندن، نوشتن به حروف و رقم، گسترده نویسی و مقایسه اعداد اعشاری تا مرتبه دهم
- ۳- تعمیق رابطه بین اعداد اعشاری تا مرتبه دهم، کسر و اعداد مخلوط و تبدیل آنها به یکدیگر
- ۴- جمع و تفریق اعداد اعشاری تا مرتبه دهم

#### اعداد/اعشاری در پایه پنجم

- ۱- گسترش جدول ارزش مکانی تا مرتبه هزارم
- ۲- خواندن، نوشتن به حروف و رقم، گسترده نویسی و مقایسه اعداد اعشاری تا مرتبه هزارم
- ۳- تعمیق رابطه بین اعداد اعشاری تا مرتبه هزارم، کسر و اعداد مخلوط و تبدیل آنها به یکدیگر
- ۴- جمع، تفریق و ضرب اعداد اعشاری تا مرتبه هزارم

## جدول انتظارات عملکردی:

## جدول انتظارات عملکردی فصل سوم ریاضی ششم

ردیف	عملکرد	مقیاس	بسیار خوب	خوب	قابل قبول	نیازمند تلاش
۱	نحوه گسترش جدول ارزش مکانی برای نمایش اعداد اعشاری را درک کرده است و رابطه بین ستون‌های جدول ارزش مکانی را می‌داند.					
۲	اعداد اعشاری را می‌خواند، به رقم و به حروف می‌نویسد و گسترده‌نویسی می‌کند.					
۳	رابطه بین اعداد اعشاری، کسرها و اعداد مخلوط را درک کرده است و این اعداد را به یکدیگر تبدیل می‌کند.					
۴	اعداد اعشاری را به صورت تقریبی روی محور اعداد مشخص می‌کند.					
۵	جمع و تفریق با اعداد اعشاری را به درستی انجام می‌دهد.					
۶	الگوی تغییر محل ممیز با ضرب و تقسیم در توان‌های $۱۰$ را درک کرده است.					
۷	ضرب اعداد اعشاری را به درستی محاسبه می‌کند.					
۸	الگوریتم تقسیم اعداد اعشاری بر اعداد طبیعی را درک کرده است و به درستی این تقسیم‌ها را انجام می‌دهد.					
۹	رابطه بین خارج قسمت و باقیمانده تقسیم وقتی مقسوم و مقسوم‌علیه در عددی ضرب شوند را درک کرده است و می‌تواند به کمک این مفهوم اعداد اعشاری را بر اعداد اعشاری تقسیم کند.					
۱۰	تقسیم‌های ساده اعشاری با باقیمانده صفر را به درستی به صورت ذهنی محاسبه می‌کند.					
۱۱	با تبدیل اعداد اعشاری به کسر می‌تواند دو عدد اعشاری را برهم تقسیم کند.					
۱۲	مسائل ضرب و تقسیم در زمینه اعداد اعشاری را درک می‌کند و می‌تواند با انجام محاسبات موردنیاز، آنها را حل کند.					

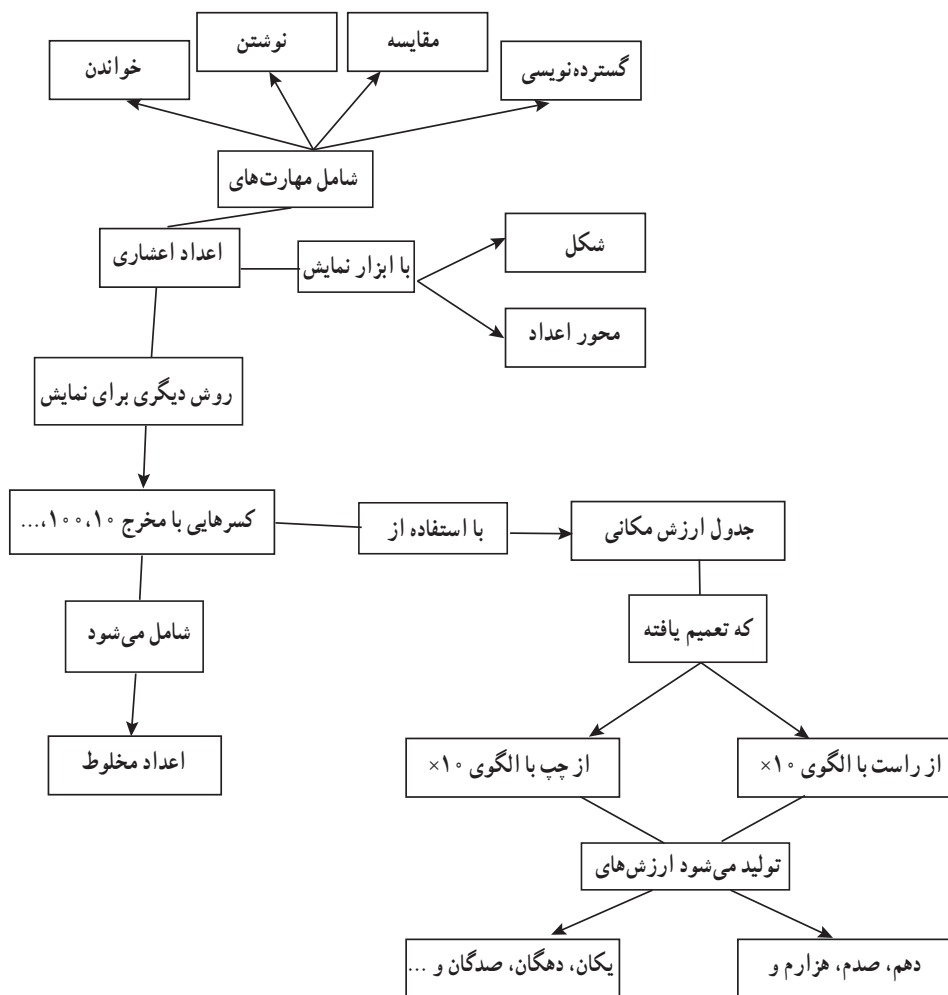


## یادآوری

## اهداف

- ۱- یادآوری عددنویسی، گسترده‌نویسی و جدول ارزش مکانی اعداد اعشاری
- ۲- یادآوری جمع و تفریق اعداد اعشاری
- ۳- یادآوری تبدیل کسر به اعشار و برعکس.

## شبکه مفهومی





## روش تدریس

**فعالیت ۱ صفحه ۴۴ :** دانش آموزان تاکنون با عددهای اعشاری تا مرتبه هزارم آشنا شده‌اند و با توجه به آموخته‌های قبلی انتظار می‌رود بتوانند عددهای اعشاری را در داخل جدول ارزش مکانی قرار داده و آن را بخوانند و به حروف بنویسند و همچنین قادر خواهند بود کسرها را به صورت عدد اعشاری و بالعکس نمایش دهند.

— هدف این فعالیت یادآوری آموخته‌های دانش آموزان در ارتباط با عددهای اعشاری و تأکید بر ضرورت و کاربرد آن در زندگی روزمره می‌باشد.

— در انجام سؤالات ۲ و ۳ دانش آموزان باید به واحدهای قرار داده شده در سمت چپ صفحه توجه نموده و مانند نمونه‌های داده شده عمل نمایند.

**سؤال ۴ :** هدف از این سؤال اشاره به نقش صفر در سمت راست عددهای اعشاری می‌باشد. این فعالیت می‌تواند به رفع یکی از بدفهمی‌های رایج دانش آموزان در مقایسه عددهای اعشاری کمک نماید. به طور مثال اغلب دانش آموزان ارزش عدد  $\frac{1}{10}$  را از  $\frac{1}{100}$  بیشتر می‌دانند که در این فعالیت دانش آموزان متوجه خواهند شد که صفر سمت راست عدد اعشاری ارزشی نداشته و در نتیجه  $\frac{1}{10} = \frac{1}{100}$  خواهد بود.

**فعالیت ۲ صفحه ۴۵ :** هدف از این فعالیت این است که دانش آموزان درک بهتری از عددهای اعشاری و ارزش مکانی آن داشته باشند.

در این قسمت از دانش آموزان خواسته شده به کمک ۵ کارت از کارتهایی که آماده کرده‌اند عددی درست کنند که نزدیک‌ترین عدد ممکن به عدد  $\frac{1}{10}$  باشد و از آنجایی که خواسته شده در سمت چپ ممیز عدد  $\frac{1}{10}$  را قرار دهند لذا دانش آموزان باید علاوه بر کارت  $\frac{1}{10}$  سه کارت دیگر را انتخاب نمایند و به کمک آنها عددی را بسازند که به  $\frac{1}{10}$  نزدیک‌ترین باشد. و در ادامه نیز با توجه به آزادی در انتخاب کارت‌ها نزدیک‌ترین عدد ممکن به  $\frac{1}{10}$  را می‌سازند.

**قسمت ب صفحه ۴۵ (هدف درک بهتر ارزش مکانی اعداد و نقش آن در مقایسه اعداد اعشاری):** در این قسمت از دانش آموزان خواسته شده ۵ کارت را به دلخواه انتخاب نمایند و با قرار

دادن کارت‌ها در جدول ارزش مکانی، بزرگترین و کوچک‌ترین عدد ممکن که می‌توان با کارت‌های انتخاب شده ساخت را بسازند و سپس به حروف و رقم بنویسند.

توجه: ممکن است دانش‌آموزان کارت‌های متفاوتی نسبت به یکدیگر انتخاب نمایند، بنابراین اعداد به دست آمده متفاوت خواهد بود. (باز پاسخ)

به طور مثال

دانش‌آموزان الف: کارت‌های انتخابی ۳، ۵، ۴، ۱،

بزرگ‌ترین ۵۴۳۱۰ (پنجاه و چهار هزار و سیصد و ده)

کوچک‌ترین ۱۳۴۵۰ (هزار و سیصد و چهل و پنج ده هزارم)

دانش‌آموزان ب: کارت‌های انتخابی ۴، ۱، ۳، ۸، ۹،

بزرگ‌ترین ۹۸۴۳۱ (نود و هشت هزار و چهارصد و سی و یک)

کوچک‌ترین ۱۳۴۸۹ (یک ممیز سه هزار و چهارصد و هشتاد و نه ده هزارم)

قسمت پ صفحه ۴۶: در این قسمت دانش‌آموزان با حدس و آزمایش به پاسخ مورد نظر خواهند رسید. فقط باید توجه داشت که از کارت‌هایی که در عبارت جمع استفاده شده نمی‌توان در عبارت تفریق استفاده کرد.

اهداف مورد نظر در این قسمت: (۱- یادآوری محاسبات جمع و تفریق اعداد اعشاری ۲- مقایسه اعداد اعشاری ۳- درک بهتر اعداد اعشاری (بزرگی و کوچکی اعداد اعشاری))

### فعالیت‌های پیشنهادی

با توجه به اینکه اکثر دانش‌آموزان در انجام محاسبات ذهنی بر روی اعداد اعشاری با مشکل مواجه هستند. پیشنهاد می‌شود قبل از انجام، سؤال ۵ کار در کلاس ص ۴۶ این فعالیت انجام شود. سعی کنید موارد ذکر شده را به ترتیب انجام دهید.

ابتدا از نمونه‌های ساده‌تر استفاده کنید به طوری که اعداد ارزش مکانی یکسانی داشته باشند به طور مثال

$$= 5/4 + 0/0$$

$$= 12/0 + 3/0$$

$$= 3/00 + 24/0$$

از دانش‌آموزان بخواهید موارد بالا را به صورت کلامی بیان کنند «بیان کلامی به درک بهتر

دانش‌آموزان از انجام محاسبات ذهنی کمک زیادی می‌کند»

پس، از نمونه‌هایی استفاده کنید که ارزش مکانی (مرتبه) متفاوتی داشته باشند مثل :

$$۰/۳ - ۰/۰۲ = \quad ۰/۴ + ۰/۰۷ =$$

در این قسمت دانش‌آموزان باید عدد  $۰/۴$  یا  $۰/۳$  را به صورت صدمی بیان کنند. قبلاً در پایه پنجم با این چنین مواردی آشنا شده‌اند به طور مثال  $\frac{۰/۲}{۰/۰۲}$  را  $\frac{۰/۲}{۰/۰۲}$  بیست صدم هم بیان کرده‌اند پس در این قسمت بیان می‌شود  $۰/۴$  (چهاردهم) برابر است با  $۰/۴$  (چهل صدم) پس چهل صدم + هفت صدم می‌شود چهل و هفت صدم.

و یا در مورد عبارت  $۰/۳ - ۰/۰۲ =$  بیان می‌شود  $۰/۳$  (سه دهم) برابر است با  $۰/۳۰$  (سی صدم) پس بیان می‌شود «اگر از سی صدم دو صدم کم شود ۲۸ صدم باقی می‌ماند» و با تکرار این موارد دانش‌آموزان درک بهتری از محاسبات ذهنی پیدا خواهند کرد.

با توجه به مواردی که اشاره شد اکنون به نمونه‌هایی از عبارت‌های نوشته شده در سؤال ۵ ص ۴۶ اشاره می‌شود.

$$\frac{۲}{۷} + \frac{۰}{۸} = \frac{۳}{۵}$$

سی و پنج دهم = هشت دهم + بیست و هفت دهم

$$\frac{۱}{۷} - \frac{۰}{۸} = \frac{۰}{۹}$$

نه دهم = هشت دهم - هفده دهم

### بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

**سؤال ۲ کار در کلاس صفحه ۴۵ :** در این سؤال دانش‌آموزان عددهای اعشاری را به صورت کسری و یا عدد مخلوط نوشته و تا حد امکان ساده می‌کنند. در نتیجه با معادل اعشاری کسرهای پرکاربرد مانند  $\frac{۱}{۴}$ ،  $\frac{۱}{۲}$ ،  $\frac{۳}{۴}$  آشنا شده و در حل مسائل مختلف از آن بهره خواهند برد.

**سؤال ۳ کار در کلاس صفحه ۴۵ :** در سال گذشته دانش‌آموزان نوشتن کسرهایی با مخرج  $۱۰$  و یا مضارب  $۱۰$  را به صورت اعشاری فرا گرفته‌اند، اما با توجه به اینکه بعضی از کسرهای آورده شده در این سؤال مخرج غیر از  $۱۰$  و مضارب آن را دارند دانش‌آموزان برای اولین بار با چنین مواردی روبرو می‌شوند. لذا توصیه می‌شود پیش از انجام این سؤال آموزش‌های لازم ارائه گردد.

**سؤال ۲ کار در کلاس صفحه ۴۶ :** یکی از چالش‌ها و بدفهمی‌هایی که در این سؤال ممکن است دانش‌آموزان با آن مواجه شوند عبارت  $\frac{۲}{۳۵۴}$  می‌باشد که اغلب دانش‌آموزان در حل آن مشکل دارند برای رفع این مشکل پیشنهاد می‌شود از جدول ارزش مکانی استفاده گردد.

**سؤال ۵ صفحه ۴۶ :** انجام محاسبات ذهنی یکی از مهارت‌هایی است که دانش‌آموزان باید فراگیرند و برای اینکه بتوانند محاسبات خواسته شده را به صورت ذهنی انجام دهند باید درک و تصور درستی از اعداد داشته باشند. در صورتی که متوجه شدید دانش‌آموزان در انجام محاسبات ذهنی عبارت‌های داده شده مشکل دارند به قسمت فعالیت‌های پیشنهادی همین درس مراجعه نمایید.

### حل بعضی از تمرین‌های کتاب

**سؤال ۱ تمرین صفحه ۴۷ :** در این سؤال باید دانش‌آموزان ابتدا نقاط مشخص شده روی محور را به صورت کسر و عدد مخلوط نوشته، سپس به عدد اعشاری تبدیل کنند.

**سؤال ۳ تمرین صفحه ۴۷ :** در مقایسه کسرها کسر  $\frac{1}{4}$  به عنوان کسر طلایی کاربرد فراوان دارد لذا در مقایسه اعداد اعشاری نیز می‌توان از معادل اعشاری کسر  $\frac{1}{4}$  یعنی  $0.25$  استفاده نمود.

**سؤال ۹ تمرین صفحه ۴۷ :** این سؤال باز پاسخ بوده و تعداد بی‌شمار عدد اعشاری می‌توان در جای خالی نوشت و اگر از اعداد طبیعی استفاده شود ۵ عدد می‌توان نوشت (۱، ۲، ۳، ۴، ۵)

### توصیه‌های آموزشی

با توجه به اینکه تمرین، توسط دانش‌آموزان در منزل انجام خواهد شد به همکاران عزیز توصیه می‌شود از قبل به سؤالات تمرین دقت داشته باشند که در صورت لزوم راهنمایی‌های لازم جهت دانش‌آموزان انجام گیرد. گاهی اوقات بعضی از تمرین‌ها نیاز به انجام فعالیت و آموزش در کلاس دارد.

**توصیه در ارتباط با قسمت «پ» فعالیت صفحه ۴۶ :** توصیه می‌شود در صورت امکان این فعالیت به صورت گروهی انجام شود تا دانش‌آموزان به بحث و تبادل نظر با یکدیگر بپردازند و در پایان گروه‌ها اعداد به دست آمده را در پای تخته نوشته و پاسخ‌ها را مقایسه نمایند.

### بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

۱- یکی از بدهمی‌هایی که ممکن است برای دانش‌آموزان به وجود آید تعمیم دادن ویژگی‌های اعداد قبل از ممیز به اعداد بعد از ممیز است. برای مثال در اعداد قبل از ممیز، هر چه تعداد رقم‌ها بیشتر باشد عدد بزرگ‌تر است، در حالی که برای اعداد بعد از

ممیز این ویژگی برقرار نیست. عدد  $\frac{5}{10}$  بزرگ‌تر از اعداد  $\frac{2341}{10}$  است، درحالی که تعداد رقم‌های آن کمتر است. یک ویژگی دیگر این است که در اعداد قبل از ممیز (قسمت صحیح عدد)، صفرهایی که در سمت چپ عدد قرار می‌گیرند تغییری در اندازه و معنای عدد ایجاد نمی‌کنند. در حالی که در اعداد بعد از ممیز (قسمت اعشاری عدد)، صفرهایی که در سمت راست عدد قرار می‌گیرند این ویژگی را دارند. با این بدفهمی دانش‌آموزی ممکن است دو عدد  $\frac{6}{10}$  و  $\frac{6}{100}$  را مساوی در نظر بگیرد. همه این اشتباهات ناشی از توجه نکردن به ساختار جدول ارزش مکانی و نحوه توسعه این جدول برای نمایش اعداد اعشاری است. لذا برای رفع این بدفهمی‌ها ضروری است توجه دانش‌آموزان را به جدول ارزش مکانی جلب کرد و این مفاهیم را برای آنها مرور کرد.

۲- بدفهمی رایج دیگر یکسان گرفتن معنای خط ممیز در اعداد اعشاری با خط کسری در اعداد کسری است. برای مثال دانش‌آموزان  $\frac{3}{7}$  را معادل  $\frac{3}{7}$  در نظر می‌گیرند. رسم شکل و ارتباط برقرار کردن با معنای این اعداد در رفع این بدفهمی کمک خواهد کرد.

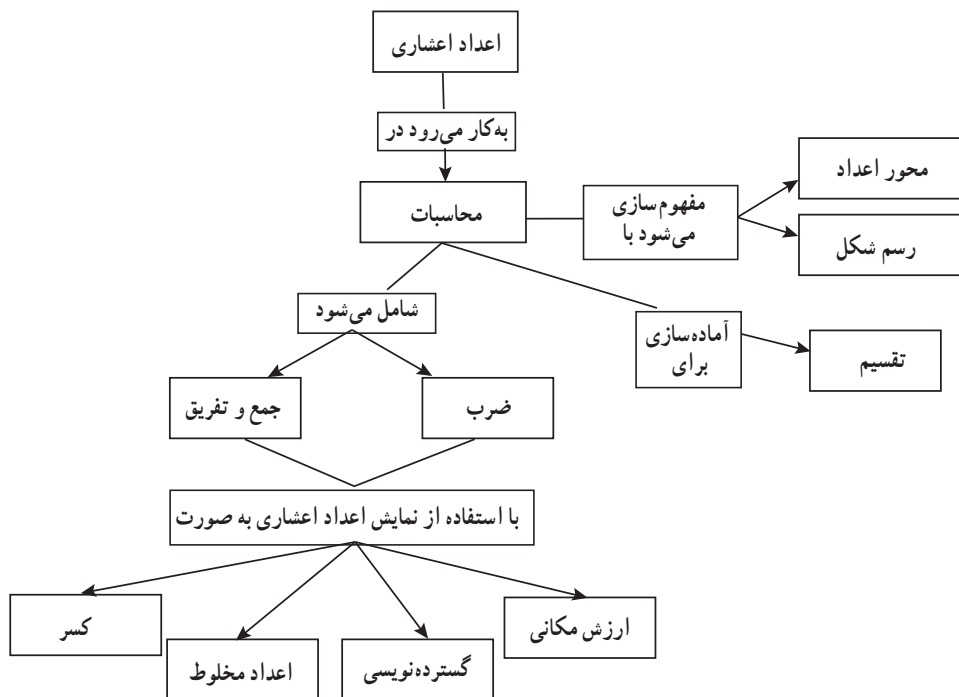


## یادآوری ضرب و تقسیم

### اهداف

- ۱- یادآوری ضرب اعداد اعشاری
- ۲- یادآوری الگوی تغییر محل ممیز با ضرب و تقسیم در توان‌های  $10^0$
- ۳- آموزش محاسبه تقسیم عددهای اعشاری برطبیعی به صورت ذهنی

### شبکه مفهومی



## روش تدریس

## فعالیت ۱ صفحه ۸۴

**سؤال ۱:** دانش‌آموزان در پایه پنجم با عملیات جمع و تفریق و ضرب بر روی عددهای اعشاری آشنا شده‌اند در این فعالیت هدف یادآوری و آماده‌سازی جهت ورود به آموزش تقسیم بر روی عددهای اعشاری می‌باشد دانش‌آموزان در این فعالیت مشاهده می‌کنند که عددهای اعشاری به چند روش از جمله:

تبدیل کردن به کسر یا عدد مخلوط، با استفاده از جدول ارزش مکانی، زیر هم نویسی، محاسبات از چپ به راست، و همچنین به صورت کلامی جمع و تفریق شده‌اند و همچنین برای ضرب عددهای اعشاری از روش‌هایی مانند: نوشتن عدد اعشاری به صورت کسر، ضرب نمودن بدون در نظر گرفتن ممیز، و همچنین ضرب به صورت مساحتی استفاده شده است که لازم است تمام روش‌ها برای دانش‌آموزان بیان شده و دانش‌آموزان مهارت لازم را کسب نمایند.

**سؤال ۲ فعالیت ص ۴۸:** با انجام این فعالیت دانش‌آموزان به یک رویه (قاعده) خواهند رسید و متوجه خواهند شد که وقتی عدد اعشاری در یک عدد طبیعی مثل  $10^{\circ}$  و یا توان‌های  $10^{\circ}$  ضرب می‌شود فقط ممیز به سمت راست حرکت می‌کند و اعداد تغییری نمی‌کنند و بالعکس وقتی عدد اعشاری در یک عدد اعشاری ضرب می‌شود ممیز به سمت چپ حرکت می‌کند. (پیشنهاد فعالیت در قسمت فعالیت‌های پیشنهادی)

## فعالیت ۲ ص ۴۹

**سؤال ۱:** هدف آموزش تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی می‌باشد. (البته عددهایی که بر هم بخش‌پذیر بوده و باقی‌مانده صفر می‌باشد)

پیشنهاد می‌شود قبل از ورود به این فعالیت، فعالیت‌های مشابهی در قالب دست‌ورزی و کلامی در کلاس انجام شود تا دانش‌آموزان با آمادگی بیشتری این سؤال را انجام دهند. توجه داشته باشید بیان کلامی و گفت‌وگو در کلاس به درک این موضوع کمک زیادی خواهد کرد.

به‌طور مثال در مورد اولین تصویر از سمت راست ( $3 \div 0.9 = 3.333...$ ) ابتدا دانش‌آموزان  $0.9$  را در قالب  $9$  تا یک صدمی باید ببینند پس باید این چنین بیان شود اگر  $9$  تا یک صدمی را بین  $3$  نفر تقسیم کنیم به هر شخص چه قدر می‌رسد. پاسخ  $3$  تا یک صدمی یا سه صدم ( $0.3$ )

**سؤال ۲ فعالیت ص ۴۹ :** هدف این سؤال آموزش تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی به روش تبدیل عدد اعشاری به کسر می باشد.

در سال گذشته دانش آموزان چگونگی تقسیم کسر بر عدد صحیح و عدد صحیح بر کسر را فرا گرفته اند و می دانند که می توان در تقسیم کسر بر عدد صحیح و بالعکس با معکوس کردن عامل دوم و تبدیل علامت تقسیم به ضرب حاصل را به دست آورد به طور مثال  $\frac{2}{3} \div 4 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12}$  در این فعالیت نیز دانش آموزان عدد اعشاری را به صورت کسر نوشته و به کمک ضرب، حاصل را به دست می آورند و در پایان حاصل به دست آمده را به صورت عدد اعشاری می نویسند.

**سؤال ۳ فعالیت ص ۴۹ :** هدف از این فعالیت آماده سازی جهت آموزش تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی با باقی مانده می باشد.

بیان کلامی و گفتمان در کلاس به درک بهتر دانش آموزان از نحوه حل مسئله ذکر شده کمک زیادی می کند.

در این نوع عبارت نویسی به جای علامت تقسیم از خط کسری استفاده شده و بیان کلامی آن مطابق فعالیت های قبلی خواهد بود.

به طور مثال عبارت  $\frac{0}{2} / 842$  اینگونه نوشته شده و بیان کلامی آن این چنین است.

کلامی: ۸۴۲ تا ۰/۰۰۱ تقسیم بر ۲

**توضیح:** در عبارت مقابل ۸۴۲ بر ۲ ساده شده ۰/۴۲۱  $\frac{0}{2} / 842 = \frac{421}{1} \times \frac{0}{1000} = 421 \times 0/001 = 0/421$  و عدد ۴۲۱ به جای ۸۴۲ نوشته می شود در ادامه

پس از انجام این فعالیت و تأکید بر گفتمان و بیان کلامی راه حل ارائه شده، دانش آموزان قادر خواهند بود تقسیم های داده شده در پایین صفحه ۴۹ را به صورت ذهنی پاسخ دهند.

**فعالیت شماره ۳ ص ۵۰ :** هدف از این فعالیت آماده سازی جهت ورود به آموزش تقسیم اعشاری می باشد.

این فعالیت کاملاً مشابه فعالیت شماره ۲ ص ۴۸ می باشد با این تفاوت که عملیات تقسیم جایگزین عملیات ضرب شده است.

در این قسمت از دانش آموزان خواسته می شود که به کمک ماشین حساب حاصل عبارت های داده شده را به دست آورند و در مقابل هر عبارت بنویسند. از دانش آموزان بخواهید به عدد (عامل اول) و



حاصل به دست آمده توجه نمایند و در ارتباط با آنچه می بینند برداشت خودشان را بیان کنند. با توجه به پاسخ های به دست آمده دانش آموزان متوجه خواهند شد که عدد (عامل اول تقسیم) تکرار شده و فقط جای ممیز تغییر کرده و به سمت چپ حرکت کرده است. در نهایت به یک رویه خواهند رسید و پس از آن دانش آموزان به کمک رویه ای که کشف نموده اند تقسیم عددهای اعشاری بر  $10$  و مضارب  $10$  را به صورت ذهنی و مطابق رویه به دست آمده انجام خواهند داد.

### فعالیت های پیشنهادی

**فعالیت ۱:** پیشنهاد می شود قبل از ورود به سؤال ۲ فعالیت ص ۴۸ و انجام آن توسط دانش آموزان فعالیت زیر را انجام دهید تا دانش آموزان با آمادگی بیشتری به این سؤال ورود پیدا کنند.

چند عبارت مشابه به عبارت های زیر به دانش آموزان بدهید.

$$0/254 \times 100 = \quad 4/12 \times 100 = \quad 0/42 \times 10 =$$

و از آنها بخواهید به کمک ماشین حساب و یا به روش های دیگر حاصل عبارت ها را به دست آورند که در واقع پاسخ به دست آمده عبارت است از:

$$0/254 \times 100 = 25/4 \quad 4/12 \times 100 = 412 \quad 0/42 \times 10 = 4/2$$

از دانش آموزان خواسته می شود به دقت به عامل اول و پاسخ به دست آمده توجه نمایند و رابطه بین دو عدد را بیان کنند. پس از بحث و گفت و گو در نهایت به این نتیجه می رسند که عدد عامل اول تکرار شده و علامت ممیز به سمت راست حرکت کرده و به یک رویه ثابت خواهند رسید، که اگر عدد اعشاری در  $10$  یا  $100$  و مضارب آن ضرب شود به ازای هر صفر یک رقم ممیز به سمت راست جابه جا می شود و گاهی اوقات ممکن است عدد اعشاری تبدیل به یک عدد طبیعی گردد. در ادامه فعالیت دیگری را انجام می دهیم این بار عددهای اعشاری را در یک عدد اعشاری دیگر ضرب می کنیم مانند نمونه

$$253/2 \times 0/1 = \quad 41/2 \times 0/1 \quad 0/42 \times 0/1 =$$

مجدداً از دانش آموزان خواسته می شود حاصل عبارت ها را به دست آورند و مانند فعالیت قبل در پاسخ به دست آمده فکر کنند و رابطه عامل اول ضرب و پاسخ را کشف نمایند. این بار با توجه به پاسخ هایی که به دست می آید.

$$253/2 \times 0/1 = 2/532 \quad 41/2 \times 0/1 = 4/12 \quad 0/42 \times 0/1 = 0/42$$

متوجه می شوند که وقتی عدد اعشاری در یک عدد اعشاری دیگر ضرب می شوند ممیز به تعداد رقم های پشت اعشار عامل دوم به سمت چپ حرکت می کنند. پس از انجام این فعالیت ها که در حقیقت یک الگو و روند ثابتی است دانش آموزان فعالیت شماره ۲ ص ۴۸ را انجام می دهند که قطعاً درک بهتری از انجام این فعالیت خواهند داشت.

**فعالیت ۲:** قبل از ورود به فعالیت ص ۴۹ پیشنهاد می شود فعالیت هایی مشابه فعالیت ذکر شده به صورت دست ورزی انجام گیرد.

به کمک برگه یا مقوا کارت های  $\frac{1}{10}$  (یک دهمی) و یک صدمی ( $\frac{1}{100}$ ) درست کنید. ابتدا به هر دو دانش آموز ۴ تا کارت یک دهمی بدهید.

پس از دانش آموزان بخواهید ۴ تا کارت یک دهمی را بین خود و دوست هم میزی شان تقسیم کنند و به صورت کلامی توضیح بدهند که چه عملی را انجام داده اند. مثلاً اگر ۴ تا  $\frac{1}{10}$  (۴ تا یک دهمی) را بین ۲ نفر تقسیم کنیم به هر نفر ۲ تا یک دهمی ( $\frac{1}{10}$ ) می رسد یعنی سهم هر کس ۲ تا یک دهمی یعنی دو دهم می شود. چهار تا یک دهمی تقسیم بر ۲ می شود ۲ تا یک دهمی  $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$



در ادامه این بار  $\frac{8}{10}$  یعنی ۸ تا  $\frac{1}{10}$  (یک صدمی) به هر دو نفر می دهیم و از آنها می خواهیم عبارت آن را نوشته و به صورت دست ورزی بین خودشان تقسیم کنند و نتیجه را به صورت کلامی بیان نمایند.

دانش آموزان باید بگویند ما ۸ تا  $\frac{1}{10}$  (یک صدمی) را بین خودمان تقسیم کردیم به هر کدام از ما  $\frac{8}{10} \div 2 = \frac{4}{10}$  ، ۴ تا یک صدمی ( $\frac{1}{10}$ ) رسید پس  $\frac{8}{10}$  تقسیم بر ۲ می شود  $\frac{4}{10}$

همچنین در ادامه یک کارت یک دهمی و دو کارت یک صدمی در اختیار گروه دوفره قرار دهید پس از آنها بخواهید به طور مساوی کارت هایی که در اختیارشان قرار داده شده را بین خودشان تقسیم کنند. قطعاً دچار مشکل خواهند شد چرا که یک کارت یک دهمی را نمی توان بین دو نفر تقسیم کرد آنگاه با راهنمایی معلم کارت یک دهمی را باید تبدیل به ده کارت کوچک یک صدمی کنید پس از

انجام این مرحله حالا ۱۲ کارت یک صدمی در اختیار گروه می‌باشد. توجه داشته باشید بیان این موضوع در صورت کلامی توسط دانش‌آموزان بسیار مهم است. (اگر ۱۲ تا یک صدمی را بین ۲ نفر تقسیم کنیم به هر نفر ۶ تا ۰/۰۱ می‌رسد و عبارت آن می‌شود.  $0/12 \div 2 = 0/06$  پس از انجام این فعالیت دانش‌آموزان با آمادگی بیشتری قادر به انجام فعالیت ص ۴۹ خواهند بود.

### بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

کار در کلاس ص ۵۰ سؤال ۱ قسمت بالای صفحه

۱- در پاسخ به این سؤال بیان صورت مسئله (یا عبارت تقسیم) صورت کلامی بسیار کمک کننده است.

نمونه اول:  $\frac{3}{1} \leftarrow \frac{1}{3}$  (یک و سه دهم، یعنی ۱۳ تا یک دهمی تقسیم بر ۳ برابر است با ۴ تا یک دهمی که در قسمت خارج قسمت نوشته می‌شود، سپس حاصل ضرب خارج قسمت بر مقسوم علیه در زیر مقسوم نوشته شده و تفریق می‌شود).

نمونه دوم:

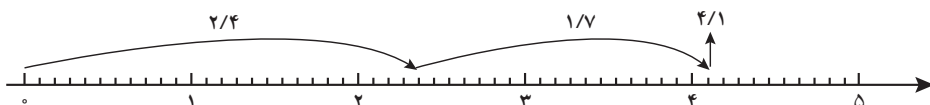
$$\begin{array}{r} \text{هشت تا یک هزارمی تقسیم بر ۳} \rightarrow 0/008 \overline{) 0/002} \rightarrow 2 \text{ تا یک هزارمی} \\ \underline{-0/006} \phantom{00} \\ 0/002 \rightarrow 2 \text{ تا یک هزارمی باقی می‌ماند} \end{array}$$

### حل بعضی از تمرین‌های کتاب

سؤال ۱ تمرین ص ۵۱: نمایش عبارت جمع و تفریق عددهای اعشاری روی محور مدنظر می‌باشد.

نکته: توجه داشته باشید دانش‌آموزان عامل اول و عامل دوم را روی محور نمایش داده و در نهایت پاسخ نمایش داده شده روی محور را بخوانند و در جلوی عبارت بنویسند.

$$\text{نمونه: } 2/4 + 1/7 =$$



### توصیه‌های آموزشی

**توصیه اول:** برای انجام محاسبات (جمع و تفریق و ضرب) به روش‌های مختلفی اشاره شده که لازم است دانش‌آموزان همه روش‌ها را فراگیرند و در کلاس در ارتباط با همه روش‌ها بحث و گفت‌وگو صورت گیرد، اما در ارزشیابی دانش‌آموزان مختارند به کمک هر کدام از روش‌های آموخته شده محاسبات را انجام دهند، پس اجباری در به کارگیری یک روش خاص در پاسخ دهی به سؤالات نیست.

**توصیه دوم:** گفتمان در کلاس درس منجر به افزایش مهارت‌های استدلال ریاضی و درک بهتر دانش‌آموزان از مباحث ریاضی خواهد شد. لذا به همکاران گرامی توصیه می‌شود در کلاس درس فرصت مناسب در اختیار دانش‌آموزان قرار گیرد تا بتوانند عبارات ریاضی را در قالب جملات و عبارات فارسی بیان کنند. به خصوص در آموزش تقسیم اعشاری بیان کلامی تأثیر به سزایی در درک بهتر و یادگیری دانش‌آموزان خواهد داشت.



## تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی

### اهداف

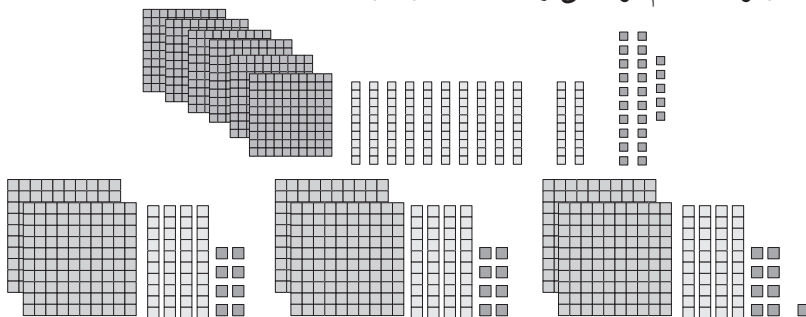
- ۱- یادآوری تقسیم در پایه چهارم براساس ارزش مکانی
- ۲- یادآوری گسترده نویسی اعداد
- ۳- یادآوری ضرب اعشاری در پایه چهارم و پنجم (مثال ۷ تا ۱/۰ می شود ۷/۰)
- ۴- چگونه در خارج قسمت ممیز بزنند.
- ۵- بتواند تقسیم را از راه خلاصه نویسی انجام دهد.
- ۶- چگونگی انجام یک تقسیم اعشاری را بیان کند.
- ۷- نقش صفر در مقسوم و خارج قسمت را بیان کند.

### روش تدریس

همکار محترم: در این درس حتماً فعالیت ۱ را به طور کامل و با ابزار مناسب و دقت زیاد انجام دهید.

### فعالیت ۱

با استفاده از جعبه کوئیزنر یا شکل هایی که صدتایی، ده تایی و یکی را که با پوشه مقوایی ساخته شده است در اختیار بچه ها قرار دهید، تا عدد ۷۴۵ را با شکل یا کوئیزنرها بسازند و شکل آن را در دفتر رسم کنند. از بچه ها بخواهید که کمک شکل ها (کوئیزنرها) ۷۴۵ را بر ۳ تقسیم کنند (دست ورزی) در صورت نیاز برای تقسیم کردن می توانند دسته ها را باز کنند.



در هر مرحله که با شکل ها یا کوئیزنرها کار می کنند شکل را رسم کنند (تصویری) چگونگی مراحل کار را توضیح دهند (کلامی) زیرا توضیح دادن باعث یادگیری بیشتر می شود و توانایی استدلال را بالا می برد.

شرح فعالیت: می‌خواهیم ۷۴۵ را بین ۳ نفر تقسیم کنیم. می‌دانیم که  $۷۴۵ = ۷۰۰ + ۴۰ + ۵$

تقریب زدن مقسوم و مقسوم علیه ملاک نیست براساس گسترده اعداد کار انجام دهید.

ابتدا ۷ تا ۱۰۰ تایی  $= ۷۰۰$  را بین ۳ نفر تقسیم می‌کنیم که به هر نفر ۲۰۰ تا صدتایی یا ۲۰۰ تا یکی می‌رسد و ۱۴۵ تا باقی می‌ماند. در مرحله دوم ۱۴۵ را بین ۳ نفر تقسیم که به هر نفر ۴۰ تا می‌رسد و ۲۵ تا باقی مانده که در مرحله سوم ۲۵ را بر ۳ تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} ۷۴۵ \overline{) ۲۰۰} \\ - ۶۰۰ \\ \hline ۱۴۵ \\ ۱۲۰ \\ \hline ۲۵ \end{array} \quad \begin{array}{r} ۷۴۵ \overline{) ۲۰۰} \\ - ۶۰۰ \\ \hline ۱۴۵ \\ ۱۲۰ \\ \hline ۲۵ \\ - ۲۴ \\ \hline ۱ \end{array}$$

۱ ← باقی مانده

این روش براساس گسترده اعداد بود.

روش خلاصه نویسی: ابتدا ۷ صدتایی را بین ۳ نفر تقسیم می‌کنیم، که به هر نفر ۲ صدتایی و ۱ صدتایی باقی می‌ماند. ۱ دسته صدتایی برابر ۱۰ تا ده تایی است که با ۴ ده تایی که از قبل داریم اکنون باید ۱۴ ده تایی را بین ۳ نفر تقسیم کنیم که به هر نفر ۴ ده تایی می‌رسد و ۲ ده تایی باقی می‌ماند. ۲ ده تایی یعنی ۲۰ تا یکی که ۵ یکی که داشتیم روی هم ۲۵ تا یکی داریم که به هر نفر ۸ تا یکی می‌رسد و یکی باقی می‌ماند.

$$\begin{array}{r} \begin{array}{c} \uparrow \text{یکی ده تایی} \\ \uparrow \text{صدتایی} \end{array} \quad \begin{array}{r} ۷۴۵ \overline{) ۲۰۰} \\ - ۶۰۰ \\ \hline ۱۴۵ \\ ۱۲۰ \\ \hline ۲۵ \\ - ۲۴ \\ \hline ۱ \end{array} \quad \begin{array}{r} ۲۳ \\ ۲ \quad ۴ \quad ۸ \\ ۹ \quad ۲ \quad ۵ \\ \hline ۲۳ \end{array} \\ \leftarrow \text{ده تایی} \quad \leftarrow ۲۰ \text{ تا یکی} \end{array}$$

کار در کلاس صفحه ۵۳: در سؤال ۲ کار در کلاس تقسیم  $۷۲۳۱ \overline{) ۲۳}$  انتظار می‌رود که

دانش آموز از خلاصه نویسی استفاده کند.

$$\begin{array}{r} ۷۲۳۱ \overline{) ۲۳} \\ - ۶۹۰۰ \\ \hline ۰۳۳۱ \\ ۲۳۰ \\ \hline ۱۰۱ \\ - ۹۲ \\ \hline ۰۹ \end{array}$$

۷ هزارتایی نمی توان به ۲۳ نفر داد به طوری که به هر نفر هزارتایی برسد پس هزارتایی را به صدتایی تبدیل می کنیم که ۷ هزارتایی = ۷۰ صدتایی که روی هم ۷۲ تا صدتایی داریم که به هر نفر ۳ تا صدتایی می رسد و ۳ صدتایی باقی می ماند. که ۳ تا صدتایی = ۳۰۰ تا ده تایی و که روی هم ۳۳ ده تایی داریم به هر نفر ۱ ده تایی می رسد و ۱۰ ده تایی باقی می ماند ۱۰ تا ده تایی یعنی ۱۰۰ تا یکی که روی هم ۱۰۱ یکی داریم که به هر نفر ۴ تا یکی و ۹ تا یکی باقی می ماند.

### فعالیت ۲ صفحه ۵۳

$$\frac{3}{6/28}$$

تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی

واحد چیزی است که ما قرارداد می کنیم در این تقسیم واحد ما، یک دسته ۱۰۰ تایی است یک بسته صدتایی از ۱۰ تا ۱۰ تایی و یک بسته ده تایی از ۱۰ تا یکی تشکیل می شود.

### توصیه آموزشی

تقسیم اعشاری با دقت و نظم بیشتری انجام شود. بهتر است خطی را به عنوان خط ممیز که جداکننده قسمت اعشاری از قسمت صحیح است تا پایین بکشیم. در زمان تقسیم هرگاه از مرز خط ممیز عبور کردیم آن را در خارج قسمت قرار می دهیم. با چند تقسیم که دانش آموزان انجام دادند، با مقایسه رقم های اعشاری خارج قسمت و باقی مانده رابطه بین تعداد رقم های اعشار خارج قسمت و باقی مانده را کشف کنند.

### فعالیت پیشنهادی

از بچه ها بخواهید یک نوار کاغذی به طول  $4\frac{3}{4}$  سانتی متر =  $4\frac{75}{100}$  را ببرند. حالا از آنها بخواهید آن را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنند. ابتدا حدس بزنید طول هر قسمت چقدر است. حالا نوار را با تا کردن به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنید. هر قسمت را اندازه بگیرند و طول آن را با سانتی متر بیان کنند (دست ورزی) شکل آن را رسم کنند (تصویری) نحوه انجام فعالیت خود را توضیح بدهند و بنویسند.

## فعالیت ۳

ابتدا خط ممیز را تا پایین می کشیم.  
به هر نفر ۲ واحد کامل می رسد.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 6 \overline{) 28} \\ \underline{600} \\ 28 \\ \underline{27} \\ 1 \end{array}$$

تعداد اعشاری خارج قسمت و باقی مانده ۰۱

در قسمت اعشاری ۰/۲ داریم که ۰/۲ را نمی توان به ۳ نفر داد ۰/۲ یعنی ۲۰ تا ۰/۰۱ پس روی هم ۲۸ تا ۰/۰۱ داریم که به هر نفر ۹ تا ۰/۰۱ می رسد.

توجه: اگر بخواهیم تقسیم را تا دو رقم اعشار به دست آوریم ابتدا تقسیم را انجام می دهیم اگر قبل از قرار گرفتن تعداد رقم اعشار خواسته شده در خارج قسمت ارقام مقسوم تمام شود به تدریج در سمت راست مقسوم صفر (تا دو رقم) قرار می دهیم و تقسیم را ادامه می دهیم تا تعداد رقم های اعشار در خارج قسمت تکمیل شود.

کار در کلاس ص ۶۳: در کار در کلاس ۱ مانند نمونه انجام داده شده انجام دهید.

در کار در کلاس ۲ تا دو رقم اعشار

$$\begin{array}{r} 3 \\ 100 \overline{) 33} \\ \underline{9} \\ 19 \\ \underline{9} \\ 1 \end{array}$$

تمرین ص ۵۵: تمرین ۳ ابتدا مفهوم سازی کنید:

یعنی ضخامت چند کتاب را اندازه گیری کنند و با ضخامت یک صفحه مقایسه کنند بعد به تقسیم

پردازید.

$$12/00 \overline{) 200}$$

میلی متر ۰۶

از طریق جدول تناسب هم

برگ	۲۰۰	۱
میلی متر	۱۲	





## تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری

### اهداف

- ۱- تقسیم اعشاری بر اعشاری را به کمک محور اعداد انجام دهد.
- ۲- با ضرب مقسوم و مقسوم در  $10^0$  و  $10^1$  خارج قسمت ثابت است.
- ۳- چگونه می تواند اعشاری قسمت مقسوم علیه را از بین برد.
- ۴- تفاوت باقی مانده اصلی و کمکی را درک و بنویسد.

### روش تدریس:

فعالیت ۱: در کتاب پنجم و فصل ۲ ششم تقسیم عدد بر کسر را روی محور دیده اید.

$$\text{مثال: } 4 \div \frac{1}{2} = 8$$



در این درس می خواهیم تقسیم اعشاری را روی محور نمایش دهیم. واحد چیزی است که ما قرارداد می کنیم بنابراین با توجه به این قرارداد، می توانیم واحد را به قسمت مناسب تقسیم کنیم. اگر مقسوم علیه را در عددی ضرب کنیم در خارج قسمت تقسیم تغییری ایجاد نمی شود.

### توصیه آموزشی

از دانش آموزان بخواهید با مقایسه ۳ محور داده به حرکت میزها و جواب تقسیم ها توجه کنند.

فعالیت ۱ فعالیت جهت افزایش مهارت در دانش آموزان

- ۱- کلاس را به گروه های ۳ نفری تقسیم کنید.
- ۲- از گروه ها می خواهیم که ۳ نوار کاغذی به طول  $4/5$  سانتی متر تهیه کنند (دست ورزی)
- ۳- واحد نوار اول را ۱ قرارداد کنند و هر واحد را به چهار قسمت  $2/5$  تایی تقسیم کنند (۱۸ قسمت  $2/5$  تایی)

- ۴- واحد نوار دوم را ۱۰ قرارداد کنند و هر واحد را به چهار قسمت ۲/۵ تایی تقسیم کنند (۱۸ قسمت ۲/۵ تایی)
- ۵- واحد نوار سوم را ۱۰۰ قرارداد کنند و هر واحد را به چهار قسمت ۲۵ تایی تقسیم کنند (۱۸ قسمت ۲۵ تایی)
- ۶- دانش‌آموزان در گروه با مقایسه ۳ نوار تا شده، حرکت ممیزها و جواب تقسیم‌ها (خارج قسمت) (کاوشگری)
- ۷- به کمک محور اعداد و نوشتن عملیات پاسخ تقسیم‌ها (خارج قسمت) را محاسبه و مقایسه کنند (تصویری)
- ۸- چگونگی انجام فعالیت و مراحل تقسیم و پاسخ تقسیم‌ها (خارج قسمت) را توضیح دهد (کلامی)

**تبدیل تقسیم عدد اعشاری بر عدد اعشاری به عدد اعشاری بر عدد طبیعی**

دانش‌آموزان با تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی آشنا هستند. پس از آنها می‌خواهیم یک نوع تقسیم را انجام دهند و با ضرب کردن اعداد اعشاری در ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ... (مانند صفحه ۵۸) می‌توانند ممیز را در اعداد اعشاری به جلو ببرند (یعنی به تعداد صفرها ممیز به سمت راست حرکت کند)

### توصیه آموزشی

در نوشتن عملیات بر کشیدن خط ممیز تأکید کنید و توجه دانش‌آموزان را به رابطه بین تعداد رقم‌های اعشاری در خارج قسمت و باقی‌مانده و تعداد صفرهایی که برای پیشروی تقسیم می‌گذارند، جلب کنید.

در فعالیت ۲ و ۳ و ۴ ضرب مقسوم و مقسوم‌علیه در یک عدد تا نشان دهد که خارج قسمت ثابت است.

### فعالیت ۵

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{l}
 \times 10 \\
 \text{---} \\
 4/3 \mid \text{---} \quad 43 \mid \frac{7}{6} \\
 \quad \quad \quad 42 \\
 \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad 01
 \end{array}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{l}
 \times \\
 \text{---} \\
 7/23 \mid \text{---} \quad 723 \mid \frac{11}{11}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 14/5 \quad | \quad \begin{array}{l} \circ / 19 \\ 76/3 \end{array} \\
 \hline
 \circ \circ 3
 \end{array}
 \quad \xrightarrow{\times 100} \quad
 \begin{array}{r}
 1450/ \quad | \quad 19 \\
 - 1330 \quad | \\
 \hline
 120 \quad | \\
 - 1120 \quad | \\
 \hline
 60 \quad | \\
 57 \quad | \\
 \hline
 0/3
 \end{array}
 \quad \xrightarrow{\div 100} \quad
 \begin{array}{r}
 14/5 \quad | \quad \begin{array}{l} \circ / 19 \\ 76/3 \end{array} \\
 \hline
 \circ \circ 3
 \end{array}$$

چرا مقسوم و مقسوم علیه در  $100$  ضرب شده است؟

برای این که اعشاری مقسوم علیه را از بین ببریم و تقسیم راحت تر انجام شود.

کار در کلاس: تقسیم با کمک ماشین حساب و تأکید روی امتحان آن می باشد.

فعالیت ص ۶۶: کسره های مساوی را چگونه به دست می آوریم. کسره های مساوی کسرهایی هستند که صورت و مخرج در یک عدد ضرب یا بر یک عدد تقسیم شده است.

$$\frac{2}{3} = \frac{20}{30} = \frac{200}{300} =$$

هر تقسیم را می توان به صورت کسر و هر کسر را می توان به صورت تقسیم نوشت. اگر صورت و مخرج کسر را در  $10$  ضرب کنیم می توان کسر مساوی با آن را به دست آورد.

$$2/7 \div 3/1 = \frac{2/7}{3/1} = \frac{27}{31}$$

با توجه به فعالیت ص ۶۶: هر تقسیم را می توان به صورت کسر و هر کسر را می توان به صورت

تقسیم نوشت.

$$2/7 \div 3/1 = \frac{2/7}{3/1} = \frac{27}{31} = 27 \div 31$$

نکته: برای از بین بردن اعشار مقسوم علیه می‌توانیم به یکی از دو روش بالا عمل کنیم یعنی:

۱- ضرب کردن مقسوم و مقسوم علیه تقسیم در یک عدد

۲- با تبدیل تقسیم به کسر و نوشتن کسر مساوی با آن طوری که مخرجش (مقسوم علیه تقسیم) عدد اعشاری نباشد.

کار در کلاس: تقسیم‌ها را مانند فعالیت از دو روش بالا انجام می‌دهیم.

در کار در کلاس ۲ یک بدفهمی است.

حل برخی از تمرین‌ها:

تمرین ۲: بدفهمی است که هر غلط است پاسخ:

$$70/7 \overline{) 10/1} \qquad 3/0.4 \overline{) 1/0.1}$$

تمرین ۳: مایع لازم است  $15575 \times 0/13 = 2024/75$

شیشه ۴  $2024/75 \div 650 = 3/115 \cong 4$

تمرین ۴:  $13/94 \times 1000 = 13940 \div 32/8 = 425$

تمرین ۶: چند جواب مختلف ...،  $0/9$  و  $0/8$  و  $0/4$  و  $0/3$  و  $0/2$

## مرور فصل

در فرهنگ نوشتن هدف تقویت ژرنال نویسی است و فرهنگ نوشتن بخشی از نقشه مفهومی را

بیان می‌کند.

تمرین ۲: مرور فصل کوچک‌ترین  $87/924$  بزرگ‌ترین  $103/924$

۴- سعی کنید از راه رسم شکل حل کنید.

## معما و سرگرمی

اگر الگو را بچه‌ها پیدا کنند سریع و راحت حل می‌شود.

به تعداد رقم جلو می‌رود و دوباره برمی‌گردد مثال:  $1/111 \times 1/111 = 1234321$

به تعداد رقم  $1/111$  که چهار رقم است جلو می‌رویم  $1234321$  و بعد دوباره برعکس حرکت تا به ۱ برسد.

در فرهنگ خواندن قدرت درک حل مسأله و تقویت واژگان و ارتباط با بخوانیم و معنا کردن واژگان را به دنبال دارد.

# فصل چهارم



## تقارن و مختصات



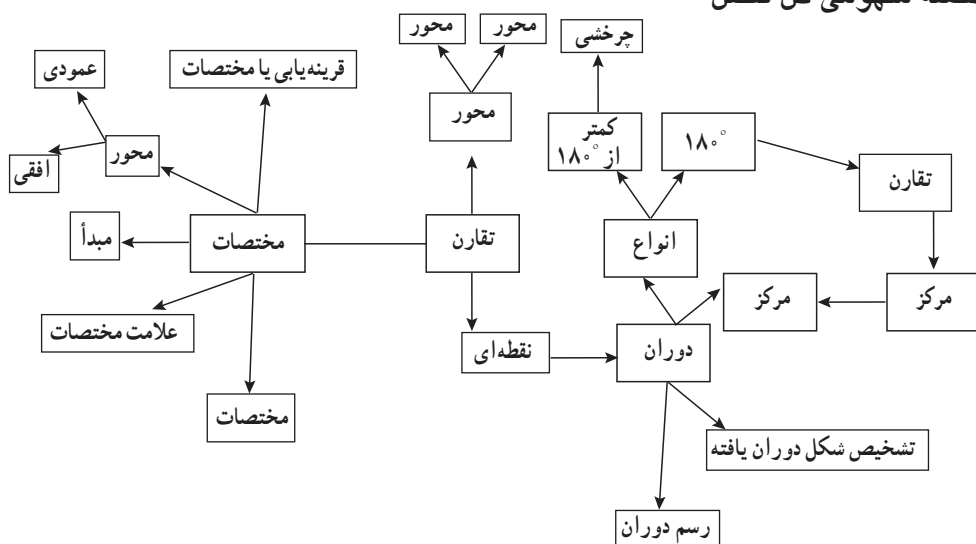
## نگاه کلی به فصل

این فصل شامل چهار درس است. درس اول با یادآوری مفهوم تقارن مرکزی و مرکز تقارن شروع می‌شود. دانش‌آموزان در سال پنجم با این مفاهیم بر روی کاغذ شطرنجی آشنا شده‌اند. در این درس توجه خاص به نقطه‌یابی شده است. وجود فعالیت‌های مناسب و استفاده از دست‌ورزی در روند تدریس و یادگیری موجب پویایی دانش‌آموزان در این درس است. این درس ارتباط خود را با ارائه اشکال مناسب، مربوط به جهان خارج از فضای ریاضی به خوبی برقرار کرده است. درس دوم به مفهوم تقارن چرخشی می‌پردازد. دانش‌آموزان چرخش  $180^\circ$  درجه را می‌شناسند و همچنین چرخش  $90^\circ$  درجه را درک کرده‌اند.

درس سوم آشنایی با محورهای مختصات است که برای اولین بار این درس ارائه می‌شود. این درس با ارتباط با درس جغرافی و جهت‌یابی شروع شده است. دانش‌آموزان در این درس یاد می‌گیرند که چگونه مختصات یک نقطه را روی صفحه شطرنجی پیدا کنند. درس چهارم ترکیب تقارن و مختصات است. در این درس دانش‌آموزان می‌توانند با استفاده از محورهای افقی و عمودی در صفحات مختصات تقارن یک شکل را به دست آورند. از طرفی درک مناسبی از مختصات یک نقطه و مختصات قرینه آن نقطه بیابند.

در شروع درس دوران و محورهای مختصات در ابتدا یک نمونه یا مثال قبل از فعالیت مطرح شده که با بحث بر روی آن موجب ایجاد انگیزه و ورود مناسب به درس است. استفاده از رنگ در کل این فصل به چشم می‌خورد. در روند تدریس این فصل کلاسی پویا انتظار می‌رود.

## نقشه مفهومی کل فصل



## تصویر عنوان

در صفحه عنوان، به منظور ملموس بودن درس از تصاویری چون مناسک حج و گل آفتابگردان استفاده شده است. همچنین تصویر گل آفتابگردان نشانه نظم و هماهنگی حساب شده خداست که دارای تقارن مرکزی است. گلبرگ‌های آفتابگردان نسبت به مرکز گل شکلی متقارن و زیبا را نشان می‌دهد. طواف حاجیان به دور کعبه نیز محیطی متقارن را یادآور شده است. همچنین متن نوشته شده در صفحه عنوان باعث آمادگی ذهنی دانش‌آموزان برای ورود به فصل می‌شود.

## دانستنی‌های معلم

**تقارن:** یکی از مفاهیم زیبا و در عین حال مهم و پرکاربرد در هندسه است. وجود تقارن در خارج از ریاضیات به خصوص در طبیعت اهمیت آن را دو چندان می‌کند. هنرمندان از طبیعت برای جذاب‌تر شدن فعالیت‌های هنری خود بهره می‌گیرند. هنر کاشی‌کاری اسلامی و سبدهبافی طرح‌هایی هستند که تقارن چرخش در آن به‌خوبی دیده می‌شود. ستاره دریایی در طبیعت تقارن چرخشی را به نمایش می‌گذارد، و گل آفتابگردان نوعی از تقارن چرخشی است که به دلیل دارا بودن ویژگی خاص نمونه‌ای عینی می‌باشد که دارای تقارن مرکزی است. وجود مرکز تقارن در اشکال و اشیاء همان مرکز ثقل و یا تعادل آنها می‌باشد که پیدا کردن این نقطه کار آسانی نیست.

**مختصات:** امروزه نقش مهم و کاربردهای فراوانی دارد. در فیزیک حرکت در نقشه‌های جغرافیایی و هر آنچه که به مکان‌یابی نیاز دارد، در علوم هوا و فضا و نجوم و همچنین در کاربردهای نظامی، نقش مختصات بی‌تردید نقشی اساسی است. در واقع مختصات اولین قدم برای نزدیک کردن هندسه و جبر است. محور مختصات که اولین بار توسط دکارت ریاضی‌دان فرانسوی به جهانیان معرفی شد از دو محور عمود بر هم تشکیل شده است. بدین ترتیب در صفحه ۴ قسمت را به وجود آورده در این فصل دانش‌آموزان با  $\frac{1}{4}$  اول دستگاه مختصات که آن را با نام ناحیه اول می‌شناسیم آشنا می‌شوند. محل برخورد دو محور را مبدأ مختصات و محورهای افقی و عمودی را طول و عرض در نظر می‌گیریم.



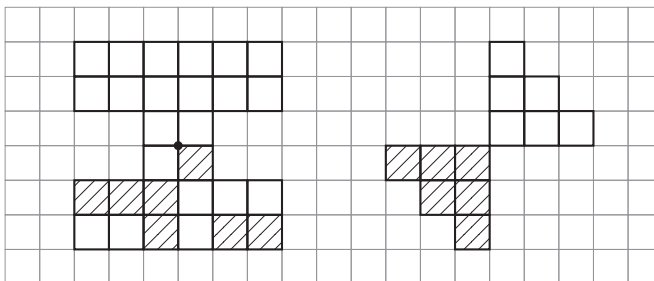
## توسعه مفاهیم

درس تقارن دانش آموزان در پایه ششم باید بتوانند قرینه اشکال را نسبت به محورهای تقارن و نسبت به مرکز تقارن رسم کند. این مفهوم می تواند به این صورت گسترش یابد که دانش آموزان دریابند که برای به دست آوردن تقارن مرکزی یک شکل می توانند ابتدا شکل را نسبت به محور عمودی و سپس نسبت به محور افقی قرینه کنند.

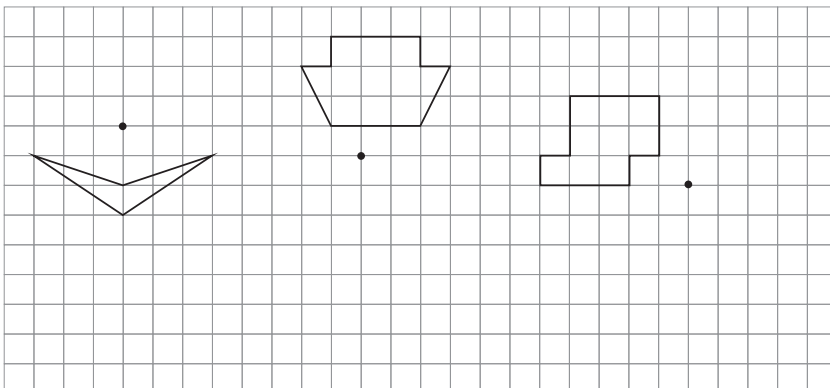
با استفاده از نقاله زاویه چرخش را برای اشکال دارای تقارن چرخشی به دست آورند مقدار انتقال را برای نقاط انتقال یافته روی صفحه مختصات به دست آورند. مختصات رأس های قرینه یک شکل را با توجه به محور تقارن بنویسند.

## نمونه سؤالات ارزشیابی

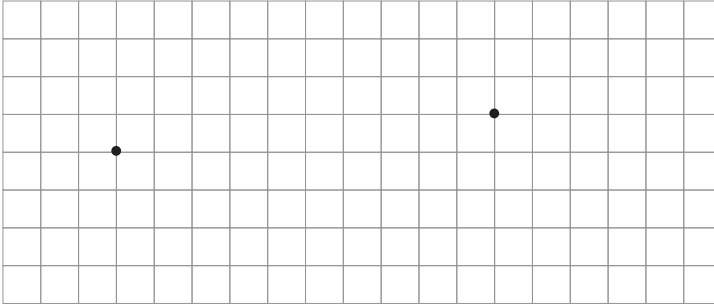
۱- شکل ها طوری رنگ کنید تا شکل تقارن مرکزی داشته باشد.



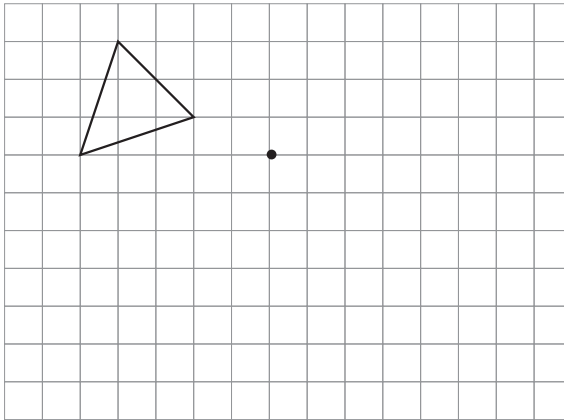
۲- قرینه شکل های زیر را نسبت به نقطه داده شده پیدا کنید.



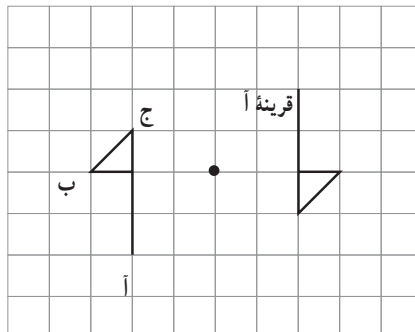
۳- شکل‌هایی را رسم کنید که نقاط داده شده مرکز تقارن آنها باشد.



۴- با توجه به زاویه داده شده، شکل را در جهت عقربه‌های ساعت، حول نقطه داده شده  $90^\circ$  درجه بچرخانید و سپس آن را رسم کنید.



۵- قرینه هر یک از نقاط داده شده را نسبت به مرکز تقارن پیدا و روی شکل مشخص کنید.



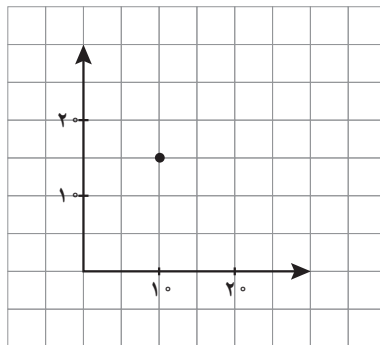
۶- وقتی شکلی به اندازه ..... حول نقطه‌ای بچرخد و روی خودش منطبق شود می‌گوییم شکل ..... دارد.

۷- وقتی شکلی را حول یک نقطه به اندازه  $180^\circ$  درجه و یا کمتر در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخانیم و شکل روی خودش می‌افتد می‌گوییم شکل ..... دارد.

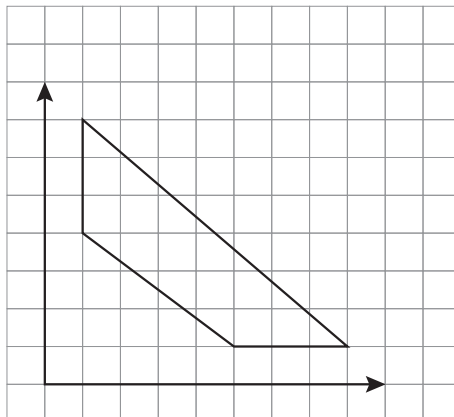
۸- در چه صورتی می‌توانیم بگوییم که یک شکل تقارن چرخشی دارند؟

۹- ۳ شکل نام ببرید که تقارن چرخشی دارند؟

۱۰- مختصات تقریبی نقطه داده شده را بنویسید.



۱۱- مختصات رأس‌های شکل زیر را بنویسید و مساحت شکل را به دست آورید.



۱۲- نقطه  $\begin{bmatrix} ۶ \\ ۰ \end{bmatrix}$  روی کدام محور در صفحه مختصات قرار دارد؟ محور طول‌ها، یا محور عرض‌ها؟

۱۳- نقطه  $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۵ \end{bmatrix}$  روی کدام محور در صفحه مختصات قرار دارد؟ محور طول‌ها یا محور عرض‌ها؟

۱۴- مختصات نقطه مشترک محور طول‌ها و عرض‌ها ..... است.

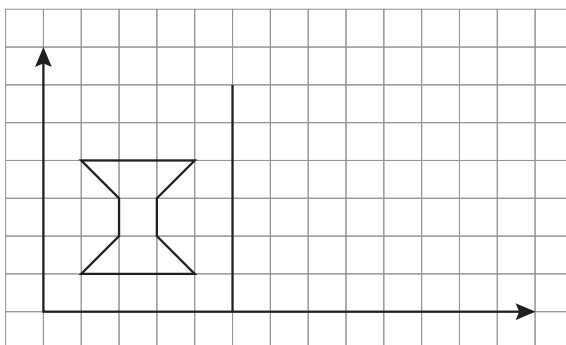
۱۵- کدام نقطه از ۲ محور به یک فاصله است؟

$\bigcirc \begin{bmatrix} ۵ \\ ۵ \end{bmatrix}$     
 $\bigcirc \begin{bmatrix} ۰ \\ ۲ \end{bmatrix}$     
 $\bigcirc \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix}$     
 $\bigcirc \begin{bmatrix} ۳ \\ ۷ \end{bmatrix}$

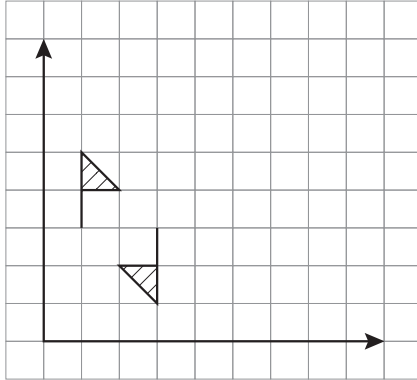
۱۶- اگر از مبدأ مختصات ۳ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت بالا حرکت کنیم به چه نقطه‌ای می‌رسیم؟

۱۷- اگر از نقطه  $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۰ \end{bmatrix}$ ، ۲ واحد به سمت بالا و ۵ واحد به سمت راست برویم به کدام نقطه می‌رسیم؟

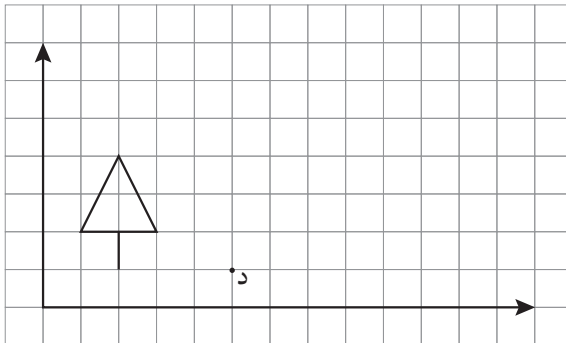
۱۸- مختصات رئوس شکل داده شده را بنویسید و قرینه شکل را نسبت به خط داده شده رسم کنید مختصات رئوس قرینه شکل را بنویسید.



۱۹- در شکل زیر مختصات مرکز تقارن را بنویسید.



۲۰- شکل زیر را حول نقطه «د» به اندازه  $90^\circ$  درجه در جهت عقربه‌های ساعت دوران دهید و مختصات رأس‌های شکل دوران یافته را بنویسید.



۲۱- اگر طول یک نقطه ۵ و عرض آن نقطه ۲ باشد، مختصات نقطه به صورت ..... است.

☐  $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$

☐  $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$

۲۲- کدام نقطه روی محورهای مختصات قرار ندارد؟

☐  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

☐  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

☐  $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$

☐  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

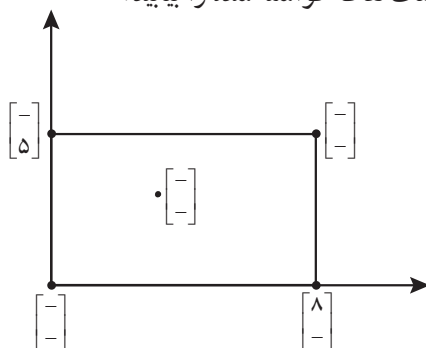
۲۳- اگر مختصات نقطه‌ای  $\begin{bmatrix} ۷ \\ ۳ \end{bmatrix}$  باشد ..... آن ۷ است. (طول - عرض)

۲۴- دوزنقه‌ای به مختصات زیر رسم کنید و مساحت آن را بیابید.

$$\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} \text{ و } \begin{bmatrix} ۴ \\ ۱ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۱ \\ ۴ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$$

۲۵- اگر یک مثلث به مختصات رأس‌های  $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix}$ ،  $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۴ \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۵ \end{bmatrix}$  را ۳ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت بالا رود، چه تغییری در مختصات رأس‌های این مثلث به وجود می‌آید؟

۲۶- در شکل زیر، مختصات نقاط خواسته شده را بیابید.

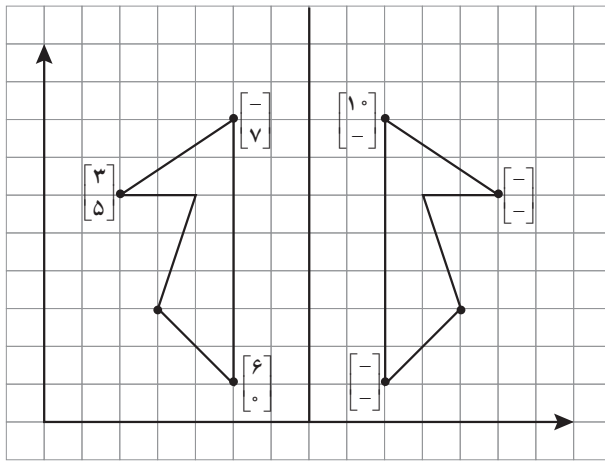


۲۷- مختصات رأس‌های یک شکل و قرینه آن داده شده است. با توجه به مختصات داده شده، چه ارتباطی بین مختصات شکل و قرینه آن می‌بینید؟ آیا می‌توانید با توجه به مختصات داده شده بگویید تقارن نسبت به خط افقی بوده است یا عمودی؟

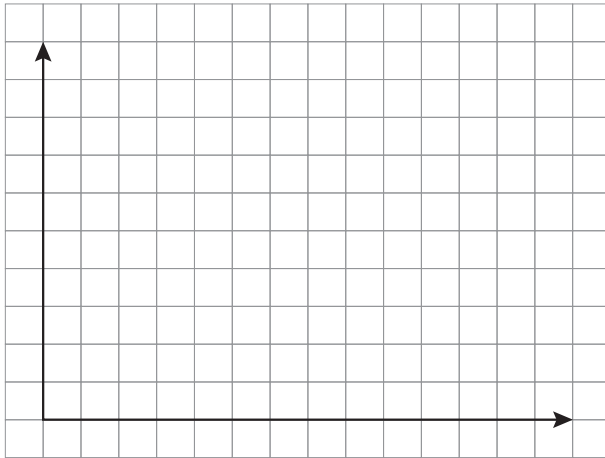
$$\text{مختصات شکل} \quad \begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۲ \\ ۶ \end{bmatrix}$$

$$\text{مختصات قرینه شکل} \quad \begin{bmatrix} ۶ \\ ۲ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۷ \\ ۳ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۶ \\ ۶ \end{bmatrix}$$

۲۸- در شکل زیر خط قرمز خط تقارن است، جاهای خالی را کامل کنید.



۲۹- یک مورچه از نقطه  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  شروع به حرکت کرد. مسیر حرکت این مورچه به صورت زیر بوده است:



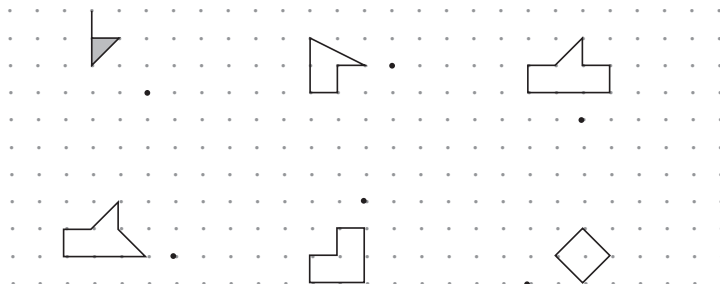
۵ واحد به بالا، ۲ واحد به سمت راست، ۲ واحد پایین، ۴ واحد به راست، یک واحد به بالا و در انتها ۳ واحد به چپ.

الف) مسیر حرکت مورچه را روی صفحه مختصات نمایش دهید.

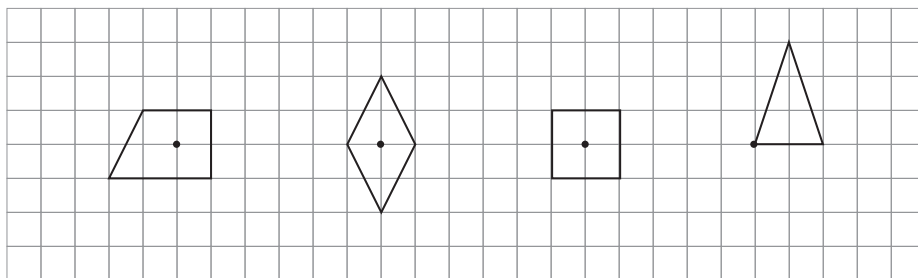
ب) مختصات نقاطی که تغییر مسیر می‌دهد را تعیین کنید.

ج) در انتها به چه نقطه‌ای می‌رسد؟

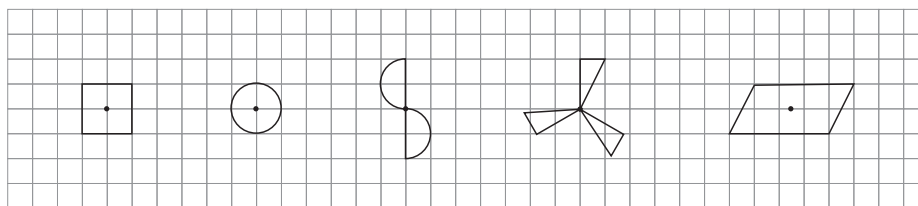
۳۰- قرینه هر یک از شکل های زیر را نسبت به نقطه داده شده رسم کنید.



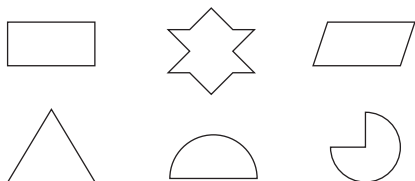
۳۱- قرینه هر شکل را نسبت به نقطه داده شده رسم کنید.



۳۲- در شکل های زیر آیا نقاط داده شده مرکز تقارن است؟



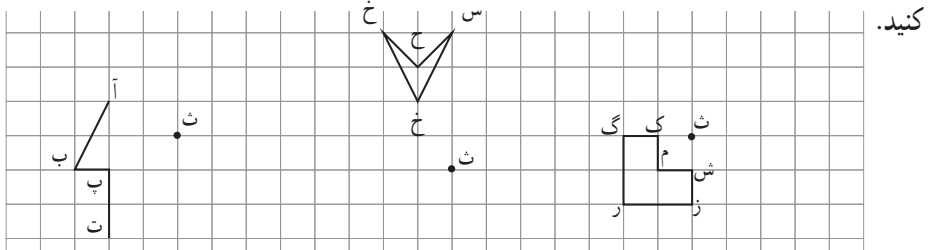
۳۳- در شکل های زیر محور تقارن را رسم کنید.



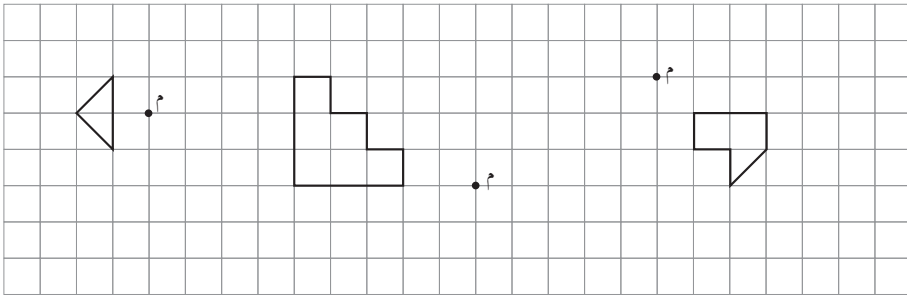
۳۴- کدام یک از شکل های بالا مرکز تقارن دارد؟



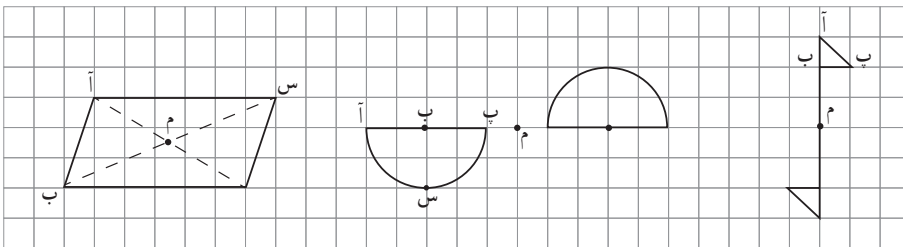
۳۵- با استفاده از خط کش قرینه شکل زیر را نسبت به نقطه «ث» به دست آورید و قرینه هر نقطه را مشخص کنید.



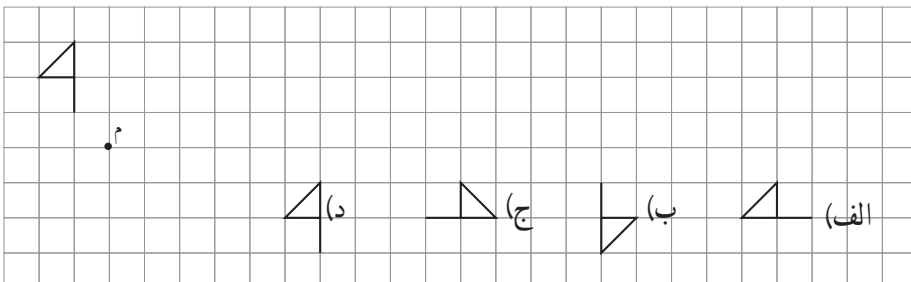
۳۶- قرینه هر یک از شکل های زیر را با رسم دو خط عمود رسم کنید.

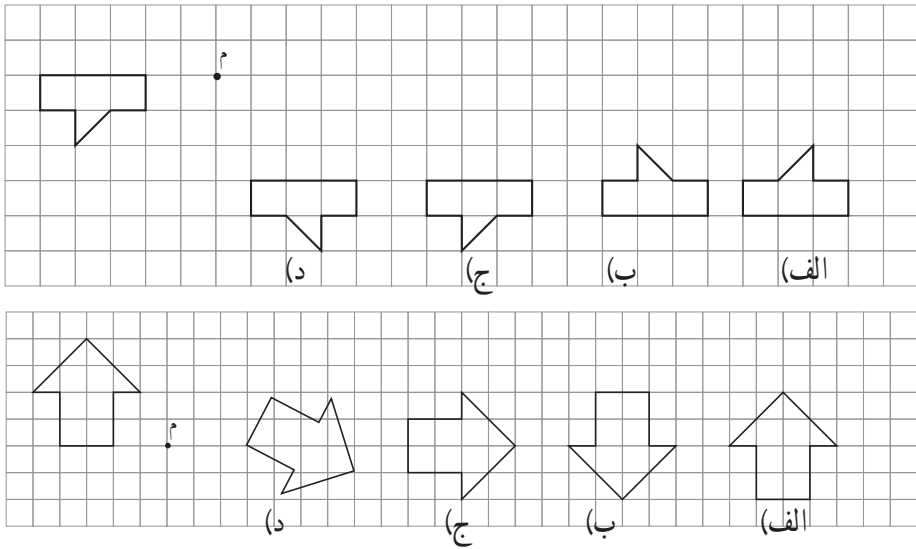


۳۷- قرینه هر یک از نقاط داده شده را نسبت به مرکز تقارن پیدا و روی شکل مشخص کنید.



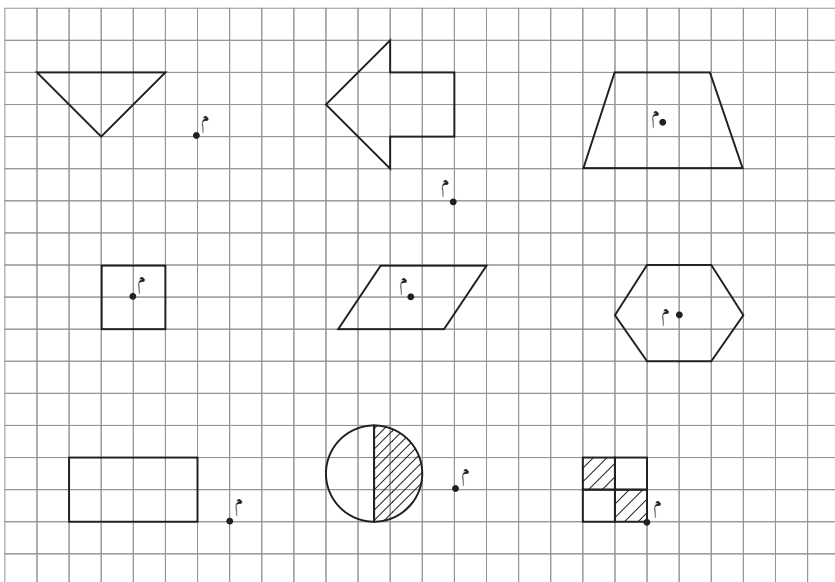
۳۸- قرینه شکل های داده شده را نسبت به نقطه «م» مشخص کنید.



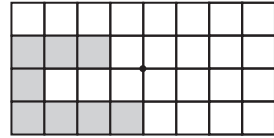
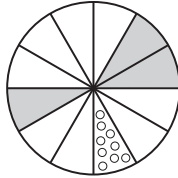
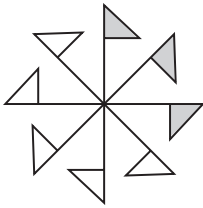


۳۹- قرینه‌های شکل‌های زیر را نسبت به نقطه «م» به اندازه  $90^\circ$  در جهت عقربه‌های ساعت







رسم کنید.



۴۰- شکل‌های زیر را طوری رنگ کنید که نسبت به نقطه مشخص شده قرینه باشند.



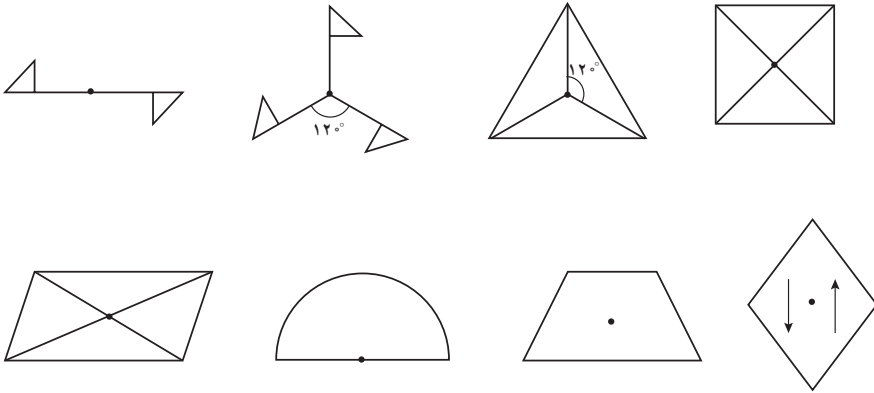
۴۱- جدول زیر را کامل کنید.

شکل						
مرکز تقارن						
محل برخورد قطرهای، مرکز تقارن است						
محور تقارن						
تعداد محورهای تقارن						

۴۲- به سؤالات زیر پاسخ دهید.

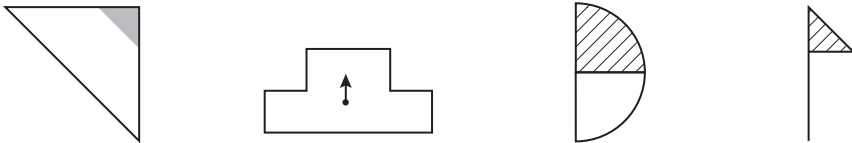
- الف) شکلی رسم کنید که مرکز تقارن دارد ولی محور تقارن ندارد.
- ب) شکلی رسم کنید که به تعداد اضلاعش محور تقارن دارد. آیا این شکل مرکز تقارن دارد؟
- ج) چهارضلعی رسم کنید که یک خط تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد.
- د) مثلی رسم کنید که سه محور تقارن دارد.

۴۳- کدام یک از شکل‌های زیر دوران چرخشی دارند؟

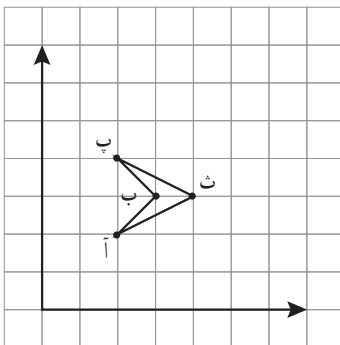


۴۴- هر کدام از شکل‌های زیر را طبق زاویه‌ای که خواسته دوران دهید.

بعد از  $36^\circ$    بعد از  $27^\circ$    بعد از  $18^\circ$    بعد از  $9^\circ$



۴۵- مختصات نقاط خواسته شده را بنویسید.



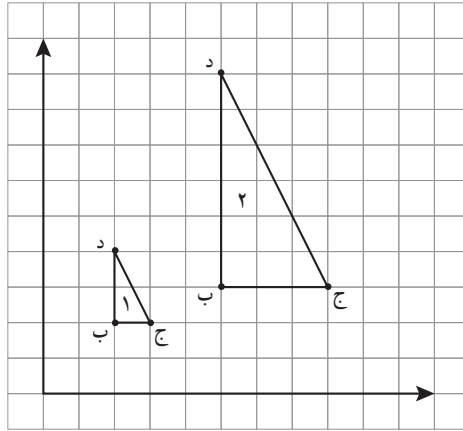
$$\text{آ} = [ \quad ]$$

$$\text{ب} = [ \quad ]$$

$$\text{پ} = [ \quad ]$$

$$\text{ث} = [ \quad ]$$

۴۶- الف) در شکل مقابل، مختصات رأس‌ها را در دو مثلث شماره ۱ و ۲ بنویسید.



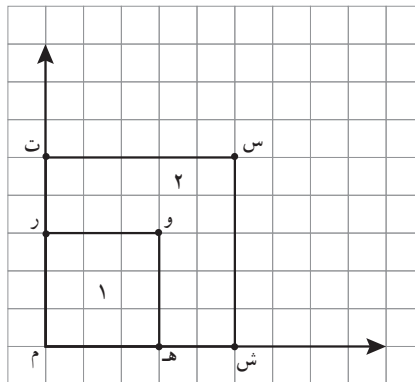
(شکل ۱)  $د = [ ]$   $ج = [ ]$   $ب = [ ]$

(شکل ۲)  $د = [ ]$   $ج = [ ]$   $ب = [ ]$

ب) چه رابطه‌ای بین مختصات نقاط نظیر هم، در ۲ مثلث وجود دارد؟

ج) مساحت مثلث ۲ چند برابر مساحت مثلث شماره (۱) است؟

۴۷- الف) مختصات رأس‌های شکل ۱ و ۲ را بنویسید.



ب) مساحت دو شکل را محاسبه کنید.

ج) مساحت دو شکل را با شمارش محاسبه کنید.

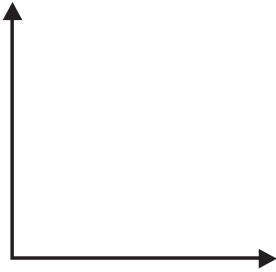
د) چه رابطه‌ای بین مساحت در شکل وجود دارد؟

(شکل ۱)  $[ ]$  و  $[ ]$  و  $[ ]$  و  $[ ]$

(شکل ۲)  $[ ]$  و  $[ ]$  و  $[ ]$  و  $[ ]$

۴۸- با استفاده از مختصات، نقاط داده شکل را رسم کنید.

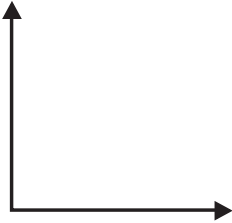
نام این چهارضلعی نیست  
مساحت آن را حساب کنید.



$$\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} \text{ و } \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ و } \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ و } \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

۴۸- با استفاده از مختصات نقاط داده شده، شکل را رسم کنید.

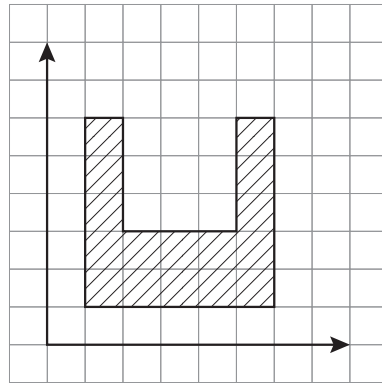
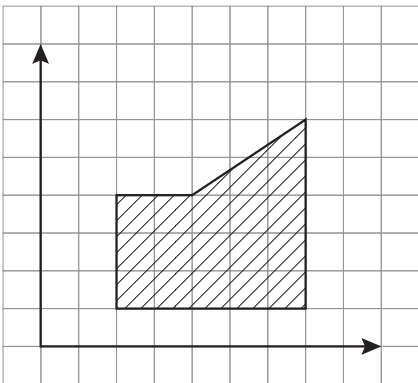
نام شکل را بنویسید.  
مساحت آن را محاسبه کنید.



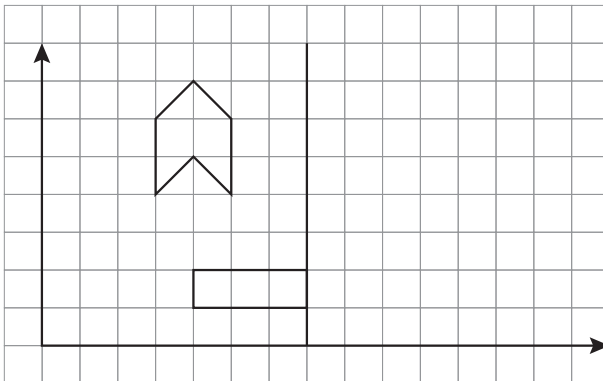
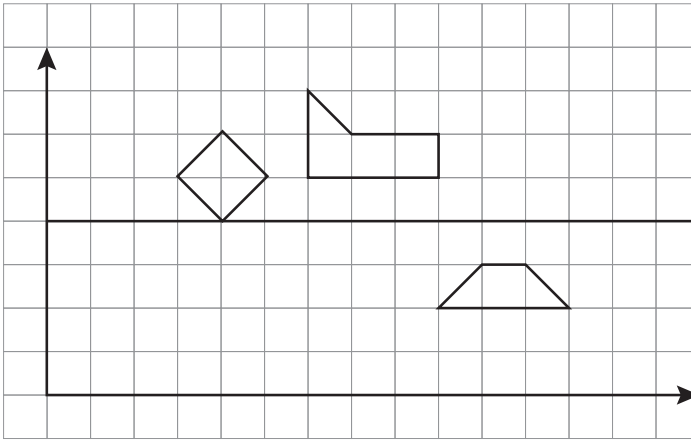
$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ و } \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ و } \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

۴۹- مختصات رأس‌های شکل‌های زیر را بنویسید.

مساحت آنها را به دست آورید.



۵۰- قرینه هر شکل را نسبت به خط مشخص شده رسم کنید.



۵۱- نقاط  $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$  مختصات سه رأس یک مستطیل است.

الف) این نقاط را روی صفحه مختصات مشخص کنید.

ب) مختصات رأس دیگر این مستطیل را بنویسید.  $\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$

۵۲- نقاط  $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$  سه رأس یک مستطیل هستند.

الف) این نقاط را روی صفحه مختصات مشخص کنید.

ب) مختصات رأس دیگر این مستطیل را بنویسید.  $\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$

۵۳- صفحه مختصات از دو محور — و — تشکیل شده است.

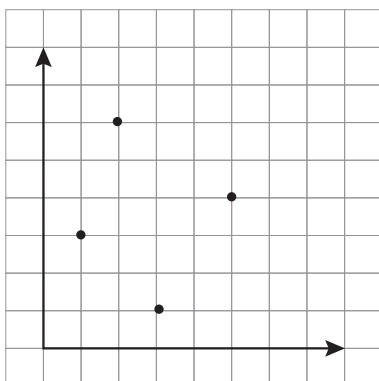
۵۴- به سؤالات زیر پاسخ دهید.

مختصات نقطه  $S$  کدام است؟

مختصات کدام نقطه  $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$  است؟

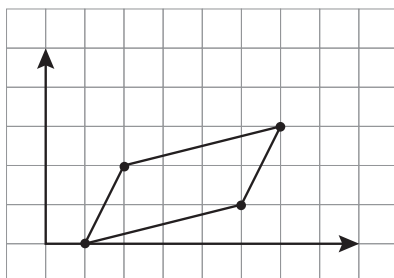
نقطه  $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۵ \end{bmatrix}$  به کدام محور نزدیک تر است؟

نقطه  $M$  روی کدام محور قرار دارد؟ مختصات آن را بنویسید.



نقطه  $\begin{bmatrix} ۵ \\ ۰ \end{bmatrix}$  روی کدام محور قرار دارد؟

۵۵- با توجه به شکل زیر مختصات رأس‌های شکل را بنویسید.



۵۶- چهارضلعی به مختصات  $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۱ \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۴ \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$  رسم کنید. نام این شکل چیست؟



۵۷- کدام شکل هندسی با مختصات  $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$  مطابقت دارد؟

- الف) مثلث متساوی الاضلاع ☐ (ب) مربع ☐  
 ج) متوازی الاضلاع ☐ (د) دوزنقه ☐

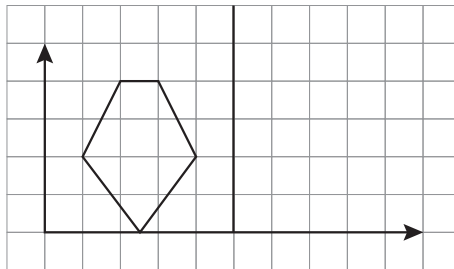
۵۸- اگر یک چهارضلعی به مختصات رأس‌های  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$  سه واحد به سمت راست و ۶ واحد به بالا برود، چه تغییری در مختصات رأس‌های این چهارضلعی به وجود می‌آید؟

۵۸- اگر یک سه ضلعی به مختصات رأس‌های  $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  را ۱ واحد به سمت راست و سپس ۴ واحد به سمت بالا ببرید، چه تغییری در مختصات رأس‌های چهارضلعی به وجود می‌آید؟

۵۹- مختصات شکل (۱) را بنویسید.

قرینه آن را نسبت به خط تقارن رسم کنید.

مختصات قرینه شکل (۱) را بنویسید.



## رابطه طولی مفاهیم تقارن از پایه اول تا پایه پنجم

### تقارن در پایه اول

- ۱- با استفاده از شابلون به وجود هر شکل در دو طرف پی می‌برد.
- ۲- با استفاده از شابلون می‌تواند شکل‌های متقارن بسازد.
- ۳- با وصل کردن دو نیمه مثل هم و رنگ کردن مانند هم به درک مفهوم تقارن می‌رسد.
- ۴- درک خط تقارن با استفاده از خط کش و کشیدن خطی که شکل را به دو نیمه مثل هم تبدیل کند.
- ۵- قرینه هر شکل را رسم کند.
- ۶- تقارن افقی و عمودی موجود در شکل را بیابد (خط تقارن موجود در شکل را رسم کند)

### تقارن در پایه دوم

- ۱- معرفی خط تقارن
- ۲- رسم کردن خط تقارن برای اشکال داده شده
- ۳- رسم قرینه یک شکل نسبت به خط تقارن آن شکل
- ۴- پیدا کردن اشکال چهار قسمتی (تقارن چهار قسمتی)
- ۵- تشخیص اینکه اشکال داده شده چند خط تقارن دارند

### تقارن در پایه سوم

- ۱- از خط تقارن برای شمارش سریع تر استفاده می‌کند.
- ۲- از خط تقارن در نوشتن عبارت ضرب استفاده می‌کند.
- ۳- به کاربرد تقارن در کاشی کاری پی می‌برد.

### تقارن در پایه چهارم

- ۱- محاسبه زاویه چرخش و مفهوم سازی برای تقارن چرخشی

### تقارن در پایه پنجم

- ۱- رسم قرینه یک نقطه نسبت به یک خط
- ۲- رسم قرینه یک شکل نسبت به یک خط

- ۳- رسم خط‌های تقارن اشکالی که بیش از یک خط تقارن دارند
- ۴- پیدا کردن خط تقارن در شکل‌های گسسته
- ۵- درک تغییر جهت شکل در تقارن محوری
- ۶- آشنایی با مفهوم تقارن مرکزی
- ۷- آشنایی با مفهوم مرکز تقارن
- ۸- به کارگیری تقارن در محاسبه مساحت

## جدول انتظارات عملکردی:

## جدول انتظارات عملکردی فصل چهارم ریاضی ششم

ردیف	عملکرد	مقیاس	بسیار خوب	خوب	قابل قبول	نیاز به تلاش
۱	قرینه شکل را نسبت به یک نقطه با استفاده از کاغذ شفاف رسم می کنند.					
۲	قرینه شکل را نسبت به محور عمودی تقارن رسم می کنند.					
۳	قرینه شکل را نسبت به محور افقی تقارن رسم می کنند.					
۴	برای رسم تقارن مرکزی از تقارن محوری استفاده می کنند.					
۵	قرینه شکل را نسبت به مرکز تقارن رسم می کنند.					
۶	شکل را با توجه به تقارن مرکزی رنگ آمیزی می کنند.					
۷	دوران یافته ( $90^\circ$ ، $180^\circ$ ، $270^\circ$ ، $360^\circ$ ) اشکال را رسم می کند.					
۸	زاویه چرخش را از روی اشکال بیان می کنند.					
۹	اشکال دارای تقارن را تشخیص می دهند.					
۱۰	مختصات نقاط داده شده را می نویسد.					
۱۱	با توجه به مختصات داده شده نقطه را روی صفحه شطرنجی پیدا می کند.					
۱۲	اشکال را با توجه به مختصات رئوس رسم می کند.					
۱۳	مساحت اشکال را روی صفحه شطرنجی به دست می آورد.					
۱۴	ارتباط بین مساحت اشکال با رئوس مشترک را می یابد.					
۱۵	رابطه بین مختصات یک نقطه و مختصات قرینه آن را می یابد.					
۱۶	در اشکال متقارن مختصات نقاط و مختصات قرینه آن را می نویسد.					

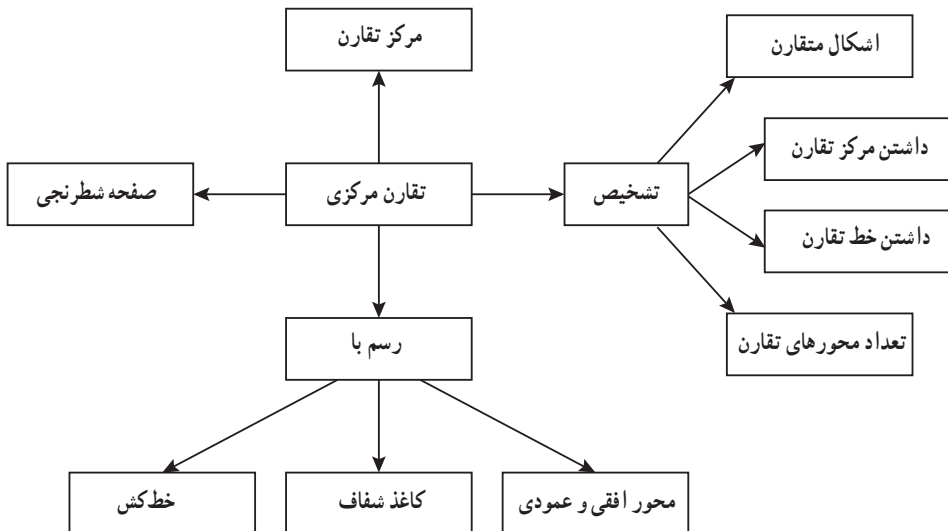


## مرکز تقارن و تقارن مرکزی

### اهداف

- ۱- چرخش  $180^\circ$  درجه
- ۲- درک مفهوم تقارن مرکزی
- ۳- ارتباط مفهوم تقارن مرکزی با تقارن‌های محوری (در حالت خاص)
- ۴- تشخیص اینکه آیا نقطه داده شده مرکز تقارن است یا نه.
- ۵- باز نمایی‌های مختلف از رسم قرینه شکل نسبت به یک نقطه
- ۶- پیدا کردن قرینه هر نقطه از شکل روی تصویر شکل نسبت به یک نقطه داده شده.
- ۷- توجه به جهت چرخش ساعت‌گرد یا پادساعت‌گرد.

### شبکه مفهومی



## روش تدریس

### فعالیت ۱ – صفحه ۶۴

دانش‌آموزان در سال‌های گذشته با زاویه  $۱۸۰^\circ$  درجه (نیم دور) و استفاده از کاغذ شفاف آشنا شده‌اند و می‌توانند قرینه یک شکل را با استفاده از کاغذ شفاف نسبت به یک نقطه در صفحه شطرنجی رسم کنند.

(ارجاع تقارن در درس پنجم) در این فعالیت از همان روش گذشته برای به‌دست آوردن قرینه یک شکل نسبت به نقطه استفاده شده است با این تفاوت که در کتاب ششم این همه کار روی صفحه نقطه‌ای انجام می‌شود. هدف از انجام این فعالیت درک کامل مفهوم تقارن مرکزی است و برای تدریس این صفحه پیشنهاد می‌شود دانش‌آموزان با استفاده از کاغذ شفاف یک به یک فعالیت را انجام دهند اما بهتر است یک نمونه آن توسط معلم به صورت دستی و با استفاده از تولید محتوا به دانش‌آموزان نشان داده شود.

### فعالیت ۳ صفحه ۶۴

هدف از انجام این فعالیت پایه‌ریزی درک مفهوم تقارن مرکزی با نقطه‌یابی است. رنگ‌آمیزی در این فعالیت نمودی است برای رسیدن به هدف گفته شده.

### فعالیت صفحه ۶۵

هدف از انجام این فعالیت این است که اگر شکلی دارای دو محور تقارن عمود بر هم باشد، نقطه تقاطع مرکز تقارن را نشان می‌دهد.

پیشنهاد می‌شود این فعالیت مرحله به مرحله طبق هدایت کتاب پیش برود و دانش‌آموزان در به‌دست آوردن قرینه شکل (۱) نسبت به دو خط داده شده آزاد هستند.

در تدریس سؤال ۳ بهتر است از دانش‌آموزان خواسته شود بدون توجه به دو سؤال قبل ابتدا محل قرار گرفتن قرینه شکل (۱) را نسبت به نقطه «م» حدس بزنند و سپس با استفاده از کاغذ پوستی حدس خود را بررسی کنند. حال فرصتی به دانش‌آموزان داده شود تا در مورد ارتباط بین سؤال ۱ و ۲ و سؤال ۳ بحث کنند و نتیجه را به صوت روشنی برای به‌دست آوردن قرینه یک شکل نسبت به یک نقطه بیان کنند.

### فعالیت صفحه ۶۶

هدف از این فعالیت درک مفهوم تقارن مرکزی است. پیشنهاد می‌شود دانش‌آموزان با استفاده از

کاغذ شفاف مرکز تقارن بودن نقاط مشخص شده را بررسی کنند و یا معلم با استفاده از تولید محتوا این دست‌ورزی را به دانش‌آموزان نشان دهد. توجه مهم در این فعالیت این است که به هیچ عنوان از دانش‌آموز خواسته نشود که مرکز تقارن را پیدا کند، بلکه همواره نقطه داده شود و مهارت او را در مرکز تقارن بودن آن بسنجد.

پیدا کردن نقطه مرکز تقارن یک شکل در حالت کلی، بسیار مسئله سختی است.

### فعالیت ۳ صفحه ۶۶ و ۶۷

هدف از این فعالیت باز نمایی‌های مختلف رسم قرینه هر نقطه از یک شکل نسبت به نقطه داده شده است. پیشنهاد می‌شود معلم با استفاده از تولید محتوا دست‌ورزی آن را به صورت شهودی به دانش‌آموزان نشان دهد. سپس از دانش‌آموزان بخواهد روش‌های گفته شده را با هم مقایسه کنند. بهتر است در حل قسمت (پ) از دانش‌آموزان خواسته شود در گروه‌های سه نفره قرار گیرند و هر کدام از این دانش‌آموزان شکل‌های موجود در این فعالیت را با روش متمایز از یکدیگر حل کنند.

### فعالیت صفحه ۶۸

در این فعالیت دانش‌آموزان می‌دانند که قرینه هر نقطه نسبت به مرکز تقارن برابر است با چرخش  $180^\circ$  درجه حول نقطه و هر نقطه و قرینه‌اش در امتداد یک خط قرار می‌گیرند. هدف از انجام این فعالیت پیدا کردن قرینه هر نقطه از شکل روی تصویر شکل است. بهتر است در سؤال ۱ ابتدا دانش‌آموز حدس بزند و سپس در صورت نیاز حدس خود را آزمایش کند. در سؤال ۲ می‌تواند از یکی از روش‌های گفته شده در فعالیت صفحه ۶۶ و ۶۷ استفاده کند اما بهتر است از آنها بخواهیم از روشی استفاده کنند که زودتر به جواب برسند.

### بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

۱- کار در کلاس صفحه ۶۵: تعداد دانش‌آموزانی که شکل (۱)، (۲)، (۳)، (۴)، (۵) را حدس زده‌اند بنویسید. از آنجایی که انتظار می‌رود بیشترین تعداد در شکل (۴) و (۵) باشد دلایل دانش‌آموزانی که شکل (۱)، (۲) و (۳) را حدس زده‌اند به چالش بکشید.

۲- سؤال ۱ کار در کلاس صفحه ۶۸: رنگ کردن گل آفتاب‌گردان به صورتی که دارای تقارن مرکزی باشد یک سؤال باز پاسخ است از دانش‌آموزان بخواهید به چند روش می‌توان این گل را رنگ‌آمیزی کرد به طوری که دارای تقارن مرکزی باشد.

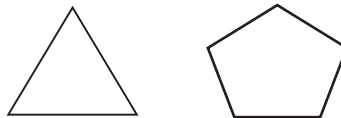
### فعالیت‌های پیشنهادی

در این درس پیشنهاد می‌شود معلم برای بعضی از فعالیت‌های اشاره شده در روش تدریس، تولید محتوا به همراه داشته باشد این کار به درک شهودی دانش‌آموزان کمک می‌کند. از دانش‌آموزان خواسته شود کاغذ شفاف، مداد رنگی و خط‌کش برای انجام دست‌ورزی به همراه داشته باشند.

برای ایجاد انگیزه با توجه به پیش دانسته‌های دانش‌آموزان از آنها خواسته شود تصاویر، اشیاء و هر آنچه که بتواند تقارن را نشان دهد به صورت کاردستی، نقاشی و یا عکس با خود به کلاس بیاورند.

### حل تمرین‌های کتاب

۱- سؤال ۴: شکلی رسم کنید که بیش از دو خط تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد.  
این سؤال یک سؤال باز پاسخ است و برای آن می‌توان همه اشکال منتظم که دارای تعداد اضلاع فرد هستند را مثال زد از جمله مثلث متساوی‌الاضلاع، پنج ضلعی منتظم و ... که به تعداد اضلاع دارای خط تقارن هستند اما مرکز تقارن ندارد.  
جواب تمرین:



(نکته: به اشکال هندسی که دارای اندازه‌ی اضلاع برابر و اندازه‌ی زاویه‌های برابر است شکل منتظم گفته می‌شود. مانند پنج‌ضلعی منتظم)

۲- سؤال ۵: شکلی رسم کنید که مرکز تقارن دارد ولی خط تقارن ندارد.  
متوازی‌الاضلاع چهارضلعی است که دارای مرکز تقارن است ولی خط تقارن ندارد.  
جواب تمرین:



محل برخورد قطرها در متوازی‌الاضلاع مرکز تقارن این شکل است.  
نکته‌ای که در پاسخ به این دو تمرین باید مورد توجه قرار گیرد رسم شکل است نه اینکه اسم شکل بیان شود البته دانستن اسم شکل خوب است اما در اولویت دوم قرار دارد.



## توصیه‌های آموزشی

- ۱- معلمان توجه داشته باشند به هنگام استفاده از تقارن مرکزی حتماً تأکید شود که مثلاً این شکل تقارن مرکزی دارد و یا در به کارگیری مرکز تقارن گفته شود این نقطه مرکز تقارن است تأکید در نسبت دادن این واژه‌ها به شکل یا به نقطه در رفع بد فهمی درک این دو مفهوم کمک می‌کند.
- ۲- برای ایجاد انگیزه از مثال‌های کاربردی و ابزاری که در دید دانش‌آموزان است استفاده شود تا این درس برایشان ملموس‌تر شود. بهتر است اجازه دهیم تا دانش‌آموزان خود مثال‌هایی را بیان کنند.
- ۳- دست‌ورزی نقش مهمی در یادگیری و تثبیت آن در این درس دارد.
- ۴- تولید محتوا در فعالیت‌های پیشنهادی در انجام صحیح دست‌ورزی به دانش‌آموزان کمک می‌کند.

## بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

- ۱- یکی از بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان به کارگیری در مفهوم تقارن مرکزی و مرکز تقارن به جای هم و یا یکی کردن آنها است. این بدفهمی به دلیل شباهت واژه‌ها و با اینکه مفهوم این دو به خوبی درک نشده است. برای رفع مشکل استفاده معلم از عبارات کلامی مناسب و نسبت دادن هر کدام از این دو مفهوم را به ترتیب به شکل و نقطه و همچنین استفاده از مثال‌ها به همراه دست‌ورزی می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند.
- ۲- بدفهمی دیگر این است که تصور می‌شود هر نقطه که در فضای داخلی شکل قرار گیرد مرکز تقارن است. این بدفهمی می‌تواند به دلیل مثال‌های کم و با استفاده نکردن از دست‌ورزی مناسب باشد. جهت رفع مشکل بهتر است شکلی که دارای تقارن مرکزی است در نظر بگیرید و نقاطی را نزدیک مرکز تقارن آن قرار دهید و از دانش‌آموز بخواهید با آزمایش کردن بگوید آیا آن نقطه مرکز تقارن است؟

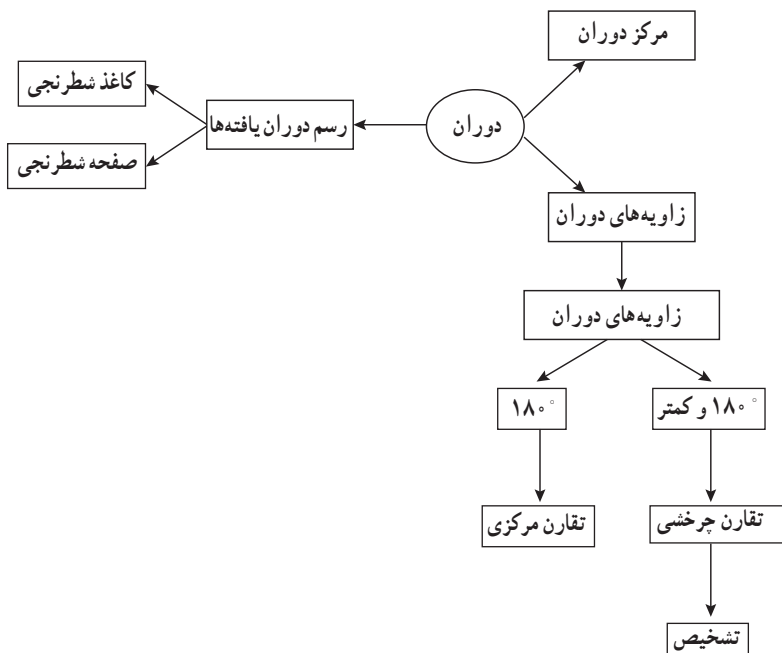


## دوران

### اهداف

- ۱- چرخش  $90^\circ$  درجه
- ۲- درک مفهوم دوران
- ۳- درک مفهوم مرکز دوران
- ۴- رسم دوران یافته شکل ها
- ۵- مفهوم تقارن چرخش
- ۶- تشخیص زاویه تقارن چرخشی بدون صفحه شطرنجی
- ۷- تشخیص اشکال دارای تقارن چرخشی

### شبکه مفهومی



## روش تدریس فعالیت‌ها

همان‌طور که مشاهده می‌کنید درس دوم با یک بخش پیش سازمان دهنده آغاز شده سپس وارد فعالیت شده است. از این بخش می‌توان در جهت ایجاد انگیزه و آمادگی ذهنی دانش‌آموزان برای ارتباط با مفهوم درس دوران استفاده کنید.

در این قسمت دو نمونه شکل آورده شده که در هر مرحله به اندازه مشخص دوران یافته و جهت فلش‌ها و جابه‌جایی رنگ‌ها بیانگر موضوع دوران است.

### فعالیت صفحه ۷۰

هدف این فعالیت این است که یادگیری به صورت مستقیم و مجسم توسط دانش‌آموزان صورت پذیرد. در این فعالیت دانش‌آموزان با استفاده از دست‌ورزی درک می‌کنند که تصویر شکل پس از دوران بر روی شکل منطبق می‌شود.

پیشنهاد می‌شود قبل از انجام این فعالیت از دانش‌آموزان بخواهند تا صفحه‌ای شطرنجی تهیه کرده به همراه طلق‌های شفاف به کلاس بیاورند و فعالیت بالا را با دقت انجام دهند. از این ابزار در حل کار در کلاس بعدی نیز می‌توانند استفاده کنند.

### فعالیت صفحه ۷۱

**فعالیت ۱-** هدف این فعالیت آشنایی با دوران  $180^\circ$  درجه (تقارن مرکزی) می‌باشد (در سال پنجم دانش‌آموزان با عبارات تقارن مرکزی و مرکز تقارن آشنا شده‌اند).

انتظار می‌رود دانش‌آموزان چون در فعالیت قبلی دوران  $90^\circ$  درجه را به خوبی آموخته‌اند با دوبار دوران  $90^\circ$  درجه ( $180^\circ$ ) به راحتی مفهوم تقارن مرکزی را درک کنند.

در این فعالیت نیز مانند فعالیت قبلی یادگیری با دست‌ورزی برعهده دانش‌آموزان بوده و معلم نقش هدایتگر را دارد.

**فعالیت ۲-** هدف از این فعالیت توجه و دقت روی جهت و موقعیت اشکال پس از دوران می‌باشد. یکی از عمده‌ترین اشکالات دانش‌آموزان بی‌دقتی و ضعف در این موضوع است.

پیشنهاد می‌شود برای رفع این مشکل معلم در نقش راهنما سؤالات متنوعی را در این زمینه برای تکرار و تمرین به دانش‌آموزان داده تا اشکالات رفع گردد.

### فعالیت صفحه ۷۲

**فعالیت ۱-** قبل از ورود به این فعالیت دانش‌آموزان مفهوم تقارن چرخشی را دریافته‌اند. هدف

از این فعالیت این است که دانش‌آموزان اشکال متفاوتی را مشاهده می‌کنند که با زاویه‌های مختلف بین صفر تا  $180^\circ$  درجه دارای تقارن چرخشی هستند.

**فعالیت ۲-** هدف از این فعالیت این است که دانش‌آموزان شکلی را که دارای تقارن چرخشی است را تشخیص دهند.

**فعالیت ۳-** در این فعالیت هدف این است که تقارن چرخشی با زاویه‌های  $90^\circ$  و  $180^\circ$  درجه را با دست‌ورزی و به صورت مجسم روی صفحه شطرنجی انجام داده و یادگیری عمیقی از تقارن چرخشی کسب کنند.

### بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

**کار در کلاس صفحه ۷۱:** هدف از انجام این فعالیت تکرار و تمرین برای تثبیت مفهوم دوران می‌باشد. از دانش‌آموزان بخواهید ابزاری که در فعالیت قبلی از آنها استفاده کردند (صفحه شطرنجی و طلق شفاف) برای حل این کار در کلاس کمک بگیرند.

بسته به سطح کلاس ممکن است دانش‌آموزان بتوانند به صورت مجرد و بدون ابزار دست‌ورزی به پاسخ صحیح برسند.

### فعالیت‌های پیشنهادی

پیشنهاد می‌شود در این درس برای فعالیت‌ها و کار در کلاس‌ها، معلم تا جایی که می‌تواند از خود دانش‌آموزان برای حل استفاده کند تا در یادگیری مؤثر و مستقیم باشد.

از دانش‌آموزان خواسته شود کاغذ شفاف، خط‌کش و مائیک برای انجام دست‌ورزی‌ها به همراه داشته باشند.

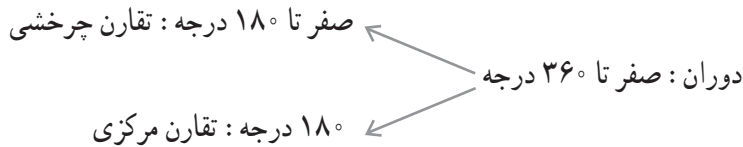
از دانش‌آموزان بخواهید با خلاقیت خود اشکال دیگری روی صفحه شطرنجی کشیده و مانند کار در کلاس صفحه ۷۱ عمل کنند.

### توصیه‌های آموزشی

(الف) لازم است معلمان گرامی به این نکته توجه داشته باشند که مفهوم تقارن مرکزی، دوران و تقارن چرخشی را در طول همدیگر آموزش داده و نقاط اشتراک و اختلاف آنها به صورت مفهومی

توسط دانش آموزان درک شود.

ب) می‌توانید رابطه تقارن چرخشی، تقارن مرکزی و دوران را با کشیدن یک درخت به عنوان نمونه برای دانش آموزان به نمایش بگذارید.



ج) آموزگاران عزیز توجه داشته باشند که چون دوران برای اولین بار مطرح می‌شود خیلی در مورد سایر دوران‌ها به جز  $90^\circ$  و  $180^\circ$  بحث نشود.

### بdfهمی‌ها رایج دانش آموزان

الف) یکی از بdfهمی‌های رایج دانش آموزان رسم دوران یافته اشکالی است که به گونه‌ای دارای جهت می‌باشند. برای نمونه فعالیت ۲ صفحه ۷۲ بیانگر اهمیت این موضوع است که ابتدا با تکرار و تمرین دانش آموزان در موارد مشابه، به توانایی تشخیص شکل دوران یافته صحیح می‌رسند.

ب) بdfهمی دیگری که ممکن است برای دانش آموزان پیش بیاید تشخیص زاویه‌ای است که شکل پس از چرخش بر خود منطبق می‌شود (زاویه چرخش). مانند فعالیت ۱ صفحه ۷۲ لازم به ذکر است که زاویه چرخش کمترین زاویه ممکن است که شکل پس از چرخش بر روی خودش منطبق می‌شود با درک این مطلب این بdfهمی نیز رفع می‌گردد.

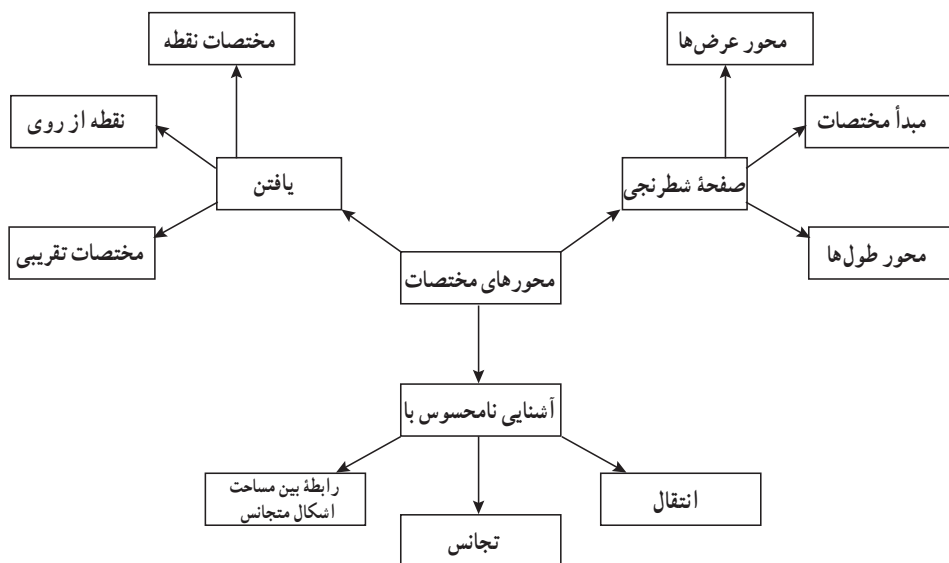


## مختصات

### اهداف

- ۱- درک مفهوم مختصات
- ۲- آشنایی با محورهای افقی و عمودی
- ۳- یافتن مختصات یک نقطه روی صفحه شطرنجی
- ۴- یافتن یک نقطه از روی مختصات داده شده
- ۵- محاسبه مساحت شکل روی صفحه شطرنجی
- ۶- درک پیش‌زمینه انتقال
- ۷- درک پیش‌زمینه تجانس

### شبکه مفهومی:



## روش تدریس فعالیت‌ها

همان‌طور که مشاهده می‌کنید این درس با یک پیش‌سازمان‌دهنده شروع شده و مستقیماً با فعالیت آغاز نشده است. از پیش‌سازمان‌دهنده استفاده کنید تا بتوانید دانش‌آموزان را برای ورود به این درس آماده کنید و انگیزه‌ای در دانش‌آموزان ایجاد شود. مثالی که در شروع درس آمده نمونه‌ای از کاربرد مختصات در زندگی روزانه می‌باشد.

شما معلم گرامی نیز می‌توانید با توجه به سطح کلاس خود از مثال‌های دیگر نیز استفاده نمایید. (نمونه‌ای از این مثال‌ها در قسمت فعالیت پیشنهادی آمده است.)

بعد از ایجاد انگیزه در دانش‌آموزان و کسب آمادگی برای یادگیری درس مختصات وارد فعالیت همین صفحه شوید.

شایان ذکر است که نخستین بار است که دانش‌آموز با مختصات آشنا می‌شود و آن را فرا می‌گیرد. چه خوب است که در این درس هدف اصلی ما معلمان این باشد که دانش‌آموز به طور مفهومی این درس را فراگیرد.

### فعالیت صفحه ۷۴

**فعالیت ۱:** هدف این فعالیت این است که دانش‌آموز به طور عینی و ملموس و با مثال‌هایی که در زندگی روزمره وجود دارد بتواند مفهوم مختصات را درک کند.

پیشنهاد می‌شود که معلم با توجه به تصویر داده شده در این فعالیت داستانی را در این زمینه مطرح نماید و همزمان با بیان داستان تصویر داده شده در فعالیت را به صورت ساده روی تابلو بکشد و در ادامه با توجه به نقشه به دانش‌آموزان بگوید مینا آدرس جشن عید مبعث را این‌گونه به فریبا داده است: «خیابان شاهد کوچه سوم» و توجه دانش‌آموزان را به این نکته جلب نماید که مینا ابتدا اسم خیابان را آورده است و بعد نام کوچه، همان کاری که اکثر افراد برای دادن آدرس انجام می‌دهند. بیان این نکته باعث می‌شود که دانش‌آموز از همان ابتدا درک کند که برای پیدا کردن یک نقطه در صفحه ابتدا باید روی محور افقی حرکت کند و سپس روی محور عمودی. بعد از اینکه چگونگی دادن آدرس جشن را به دانش‌آموزان یاد دادیم آدرس مکان دیگری که روی تصویر وجود دارد را از دانش‌آموزان بخواهیم.

علاوه بر این داستان که در این فعالیت آمده است، می‌توان داستان‌های دیگری را نیز مطرح کرد.

به عنوان نمونه داستانی مشابه در فعالیت پیشنهادی آمده است.

**فعالیت ۲:** در این فعالیت نقشه یک باغ وحش را مشاهده می کنید که در آن محل قفس حیوانات مختلف نمایش داده شده است. همچنین در این فعالیت جهت جغرافیایی برای دانش آموزان یادآوری شده است. هدف این فعالیت نیز مانند فعالیت قبلی، درک مفهوم مختصات است. در این فعالیت از دانش آموزان خواسته شده است که از قفس یک حیوان به قفس حیوان دیگر برود و مسیر این حرکت را مشخص نماید، با این توضیح که دانش آموز اجازه حرکت به صورت مورب را ندارد و تنها باید در راستای ۴ جهت جغرافیایی حرکت کند.

بعد از پاسخ دادن به سؤال های این فعالیت خوب است از دانش آموزان خواسته شود سؤال های دیگری را نیز با توجه به نقشه باغ وحش مطرح کنند و به آنها پاسخ دهند.

### فعالیت صفحه ۷۶

**فعالیت ۲:** در این فعالیت سه هدف مورد نظر است:

- (۱) از روی مختصات داده شده، نقطه مورد نظر را پیدا کنند. (نقطه یابی)
  - (۲) نوع شکل هندسی را تشخیص بدهند.
  - (۳) مساحت شکل را در صفحه شطرنجی به دست آورند.
- لازم به ذکر است که دانش آموزان برای به دست آوردن مساحت شکل های هندسی در صفحه مختصات از ۲ راه می توانند به این سؤال پاسخ دهند:
- (۱) از راه شمارش مربع های واحد
  - (۲) از راه رابطه و فرمول مساحت اشکال هندسی
- خوب است که در کلاس به هر دو روش اشاره شود.

### فعالیت صفحه ۷۸

هدف از فعالیت این صفحه آموزش مفهوم انتقال و تجانس (بزرگ نمایی) می باشد. (دانش آموز در پایه هفتم به طور مفصل این مفهوم را یاد می گیرد.) در این پایه هدف این است که دانش آموز به طور نامحسوس با این مفاهیم آشنا شود، لذا لزومی به بیان عناوین این مفاهیم نیست و در حد اینکه دانش آموز درک کند که چگونه یک شکل در صفحه مختصات جابه جا می شود (انتقال) و یا چگونه بزرگ تر می شود (تجانس)، کافی است.



**فعالیت ۱:** هدف این فعالیت آموزش مفهوم انتقال است و دانش آموز یاد می گیرد که اگر طول یک نقطه در صفحه مختصات را با یک عدد و عرض همان نقطه را با عدد دیگر و یا همان عدد جمع و یا تفریق نماید مختصات جدیدی به وجود می آید. حال اگر این کار را برای همه مختصات داده شده تکرار نماید شکل جدیدی به وجود می آید که انتقال یافته شکل اول است.

می توان شکلی را روی مقوای رنگی برید و آن را در صفحه مختصات جابه جا کرد. با این کار دانش آموز به طور شهودی جابه جایی افقی، عمودی و یا حتی هر دو را با هم می بیند.

**فعالیت ۲:** هدف این فعالیت آموزش مفهوم تجانس است. دانش آموز یاد می گیرد که اگر طول و عرض نقطه ای را در صفحه مختصات در یک عدد ضرب و یا تقسیم نماید مختصات جدیدی به وجود می آید. حال اگر این کار را برای همه مختصات داده شده تکرار نماید شکل جدیدی به وجود می آید که بزرگ تر و یا کوچک تر از شکل اول است.

نکته دیگری که در این سؤال مطرح است ارتباط بین اشکال متجانس می باشد که دانش آموز باید این مطلب را درک کند.

### بررسی بعضی از سؤال های کار در کلاس:

**سؤال ۴ کار در کلاس صفحه ۷۵:** هدف از این سؤال معرفی محورهای مختصات، مبدأ مختصات یک نقطه به زبان ریاضی است. پیشنهاد می شود که در این سؤال با توجه به سطح کلاس پیشینه ای از مختصات و کار جناب آقای «دکارت» را برای دانش آموزان تعریف نمایید.

خوب است که در این سؤال توجه دانش آموزان را به این نکته جلب نمایید که  $\begin{bmatrix} \circ \\ \circ \end{bmatrix}$  همان مبدأ مختصات می باشد.

نکته مهم دیگر که در این سؤال باید مطرح شود این است که حتماً به دانش آموزان تأکید نمایید که ابتدا روی محور افقی (شرق و یا غرب) حرکت کنند و عدد مربوط به آن را در بالای کروش و سپس روی محور عمودی (شمال و یا جنوب) حرکت کنند و عدد آن را در پایین کروش بنویسند.

سؤال ۵ و ۶ نیز در راستای همین سؤال می باشد.

### کار در کلاس صفحه ۷۷

**سؤال ۱:** هدف این سؤال پیدا کردن مختصات یک نقطه در صفحه شطرنجی است. (نقطه خوانی)

**سؤال ۲:** هدف این سؤال رسم چهارضلعی با مختصات داده شده است. (نقطه یابی) و سپس

تشخیص نوع چهارضلعی و در نهایت به دست آوردن مساحت چهارضلعی.

سؤال ۳: هدف این سؤال مشابه سؤال ۲ است با این تفاوت که دانش آموز در این سؤال مختصات رأس‌های یک نقطه را به صورت اعشاری و کسری نیز می‌بیند و پی می‌برد که لزومی ندارد طول و عرض یک نقطه تنها اعداد صحیح باشند.

سؤال ۴: هدف این سؤال این است که دانش آموز با توجه به ۳ رأس یک مستطیل بتواند رأس چهارم را پیدا کند.

### کار در کلاس صفحه ۸۸

سؤال ۱: در راستای فعالیت همین صفحه طراحی شده است.

### فعالیت پیشنهادی

برای شروع درس و ایجاد انگیزه و همچنین درک مفهوم مختصات و مشاهده کاربرد مختصات در زندگی می‌توان مثال‌های زیر را برای دانش آموزان مطرح کرد:

۱- هواپیماها چگونه مسیرشان را در هوا و مقصدشان را در زمین پیدا می‌کنند؟

۲- چرا صفحه‌های نقشه‌ها را با خطوط افقی و عمودی خط‌کشی می‌کنند؟

۳- چگونه می‌توانیم یک موشک را به گونه‌ای پرتاب کنیم تا به طور دقیق به هدف اصابت کند؟

فعالیت صفحه ۷۴ را نیز می‌توان به گونه‌ای دیگر و با داستانی متفاوت شروع نمود:

فرض کنیم.....

### حل بعضی از تمرین‌های کتاب صفحه ۷۹

سؤال ۱: مهم‌ترین قسمت این سؤال به دست آوردن مساحت مستطیل رسم شده در صفحه مختصات از راه شمارش مربع‌های واحد است. از طرفی شکل به دست آمده به صورت مایل است و لذا شمارش را برای دانش آموزان کمی مشکل می‌کند. توجه دانش آموزان را به این نکته جلب نمایید که واحدهای نصفه در کنار هم واحد کامل را تشکیل می‌دهند.

با این توضیحات مساحت مستطیل ۱۲ می‌باشد.

در این سؤال دانش آموزان نمی‌توانند از راه فرمول مساحت مستطیل مسأله را حل کنند زیرا اندازه طول و عرض مستطیل را ندارند و باید از راه فیثاغورس به دست آورند که در حد معلومات دانش آموزان پایه نهم نیست.

سؤال ۲: مفهوم تجانس مطرح شده است و ارتباط بین مساحت اشکال متجانس.  
(الف)

(ب) 
$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$
 مربع کوچک

مربع بزرگ 
$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$3 \times 3 = 9$ : مساحت مربع کوچک

$6 \times 6 = 36$ : مساحت مربع بزرگ

(ب) مختصات هر رأس ۲ برابر شده است و مساحت مربع بزرگ ۴ برابر شده است.

سؤال ۳: پیدا کردن مختصات شکل داده شده و به دست آوردن مساحت آن

مساحت شکل ۱۸ می باشد. (هم از راه شمارش مربع ها و هم از راه مساحت شکل های ترکیبی).

سؤال ۴: هدف این سؤال به دست آوردن مختصات تقریبی یک نقطه در صفحه مختصات است.

مختصات مورد نظر  $\begin{bmatrix} 25 \\ 20 \end{bmatrix}$  می باشد.

### توصیه های آموزشی

(۱) توصیه می شود برای آموزش محورهای مختصات از یک محور مختصات آماده که به شکل

زیر می توانید تهیه کنید استفاده نمایید تا زمان آموزش صرف کشیدن محور مختصات نشود.

روی یک فیبر و یا نئوپان  $1 \times 1$  با ماژیک غیر وایت برد و یا رنگ یک صفحه مختصات شطرنجی بسازید و سپس برای نمایش نقطه روی صفحه مختصات و یا حل تمرین های مشابه از این صفحه استفاده نمایید. به یاد داشته باشید در این مرحله حتماً از ماژیکی استفاده نمایید که قابلیت پاک شدن را داشته باشند.

(۲) به عنوان یک فعالیت عملی، اگر کلاس شما از موزاییک های مربع ساخته شده است با

کشیدن ۲ محور عمود بر هم در نزدیکی های ۲ دیوار کلاس یک صفحه مختصات بسازید و سپس با دانش آموزان به بازی بپردازید.

### بدفهمی دانش آموزان

یکی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در این درس این است که زمانی که می‌خواهند مکان نقطه را در صفحه مختصات تعیین کنند و آن را با نماد ریاضی نشان دهند جای مؤلفه افقی و عمودی را جابه‌جا می‌نویسند. همچنین برعکس این حالت نیز اتفاق می‌افتد، یعنی زمانی که مختصات یک نقطه را به آنها می‌دهیم و سپس از آنها می‌خواهیم که آن نقطه را در صفحه مختصات پیدا کنند ابتدا روی محور عمودی و سپس روی محور افقی حرکت می‌کنند.

بدفهمی دیگر این است که نقطه‌ای که روی محور افقی و یا عمودی قرار دارد را نیز به درستی نمی‌خوانند و یا اگر نقطه‌ای به آنها بدهیم که طول یا عرض آن صفر باشد را نمی‌توانند به درستی بخوانند.

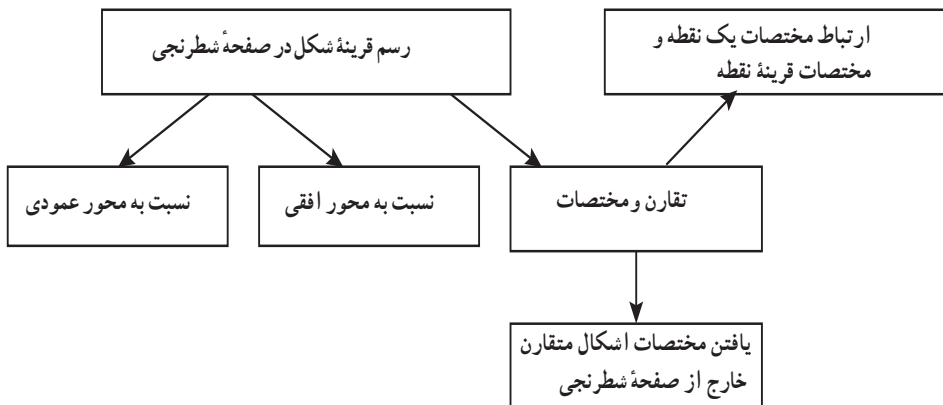


## تقارن و مختصات

### اهداف

- ۱- درک ارتباط بین مختصات یک نقطه و مختصات قرینه آن نقطه
- ۲- یافتن مختصات رئوس در اشکال متقارن در صفحه شطرنجی
- ۳- یافتن مختصات اشکال متقارن بدون استفاده از صفحه شطرنجی

### شبکه مفهومی



### روش تدریس فعالیت‌ها

#### فعالیت صفحه ۸۰ :

هدف این فعالیت این است که دانش‌آموز ارتباط بین مختصات یک نقطه با مختصات قرینه آن نقطه را درک کند. برای شروع آموزش این مطلب، در فعالیت ۳ سؤال مطرح شده است. در سؤال اول دانش‌آموز کار را با یک نقطه آغاز می‌کند و قرینه آن نقطه را نسبت به محور تقارن عمودی پیدا می‌کند و سپس ارتباط بین مختصات این نقطه و قرینه آن را درک می‌کند. در سؤال دوم همین هدف را با یک پاره خط دنبال می‌کند و ارتباط بین مختصات نقاط این پاره خط را با قرینه مختصات همان نقطه درک می‌کند.

در سؤال سوم نیز همین کار تکرار می‌شود اما با یک شکل هندسی. لازم به ذکر است که دانش‌آموز در پایه پنجم در صفحه ۶۸ کتاب ریاضی روش پیدا کردن قرینه (نقطه، پاره خط و یا شکل هندسی) را فرا گرفته است.

در سؤال ۱ و ۳ مستقیماً از دانش‌آموز پرسیده شده است که ارتباط بین مختصات رأس‌ها و قرینه آنها را توضیح دهد. (می‌توان در سؤال ۲ نیز همین سؤال را از دانش‌آموزان بخواهید تا پاسخ دهند.) در این سؤال‌ها دانش‌آموز باید پاسخ دهد که عرض هر دو نقطه (نقطه و قرینه آن) با هم برابر است اما طول نقاط با هم برابر نیستند.

در نهایت انتظار داریم که دانش‌آموز درک کند که وقتی خط تقارن عمودی است عرض نقاط با قرینه آن با هم برابر است ولی طول آنها با هم برابر نیست. اما لازم نیست معلم به طور صریح و مستقیم این مطلب را بیان نماید. خوب است تا اجازه دهیم خود دانش‌آموز به تدریج پی به این مطلب ببرد. کار در کلاس همین صفحه این موضوع با خط تقارن افقی مطرح شده است.

#### فعالیت صفحه ۸۱ :

هدف این فعالیت این است که دانش‌آموز با توجه به شکل و قرینه آن در صفحه شطرنجی بتواند مختصات رئوس شکل و قرینه آن را پیدا کند.

در شکل اول خط تقارن عمودی و در شکل دوم خط تقارن افقی است. دانش‌آموز با توجه به فعالیت قبل به این درک رسیده است که وقتی خط تقارن عمودی است عرض نقاط و اگر خط تقارن افقی است طول نقاط با هم برابر است.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید در این فعالیت شکل و قرینه آن در صفحه شطرنجی داده شده است لذا ممکن است دانش‌آموزانی بدون توجه به هدف فعالیت صفحه ۸۰ با شمارش خانه‌های شطرنجی مختصات رئوس را پیدا کنند. در صورت مشاهده چنین مواردی دانش‌آموزان را راهنمایی کنید همچنین می‌توانید بدون استفاده از صفحه شطرنجی اشکال متقارنی را به آنها بدهید و از آنها بخواهید تا مختصات این اشکال را بیابند.

#### بررسی سؤال کار در کلاس:

سؤال ۱ کار در کلاس صفحه ۸۰ : در این کار در کلاس ابتدا دانش‌آموز باید قرینه شکل‌های داده شده را نسبت به خط تقارن افقی پیدا کند و سپس مختصات رئوس شکل و قرینه آن را به دست

آورد و در نهایت ارتباط بین مختصات رئوس شکل یا قرینه آن را پیدا کند.  
دانش آموز باید در این سؤال این گونه پاسخ دهد که طول همه نقاط با قرینه خودشان با هم برابر است.

انتظار می رود که دانش آموز در این مرحله درک کند که وقتی خط تقارن افقی و یا عمودی باشد چه تفاوتی در مختصات یک نقطه با قرینه آن به وجود می آید.

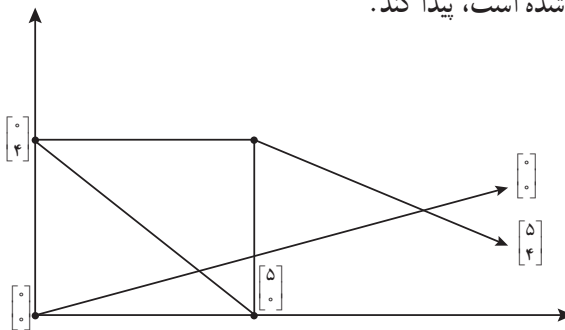
### فعالیت پیشنهادی

#### حل بعضی از تمرین های کتاب صفحه ۸۲:

سؤال ۱: دانش آموز باید در این سؤال درک کند که وقتی ۲ واحد به سمت راست حرکت می کند باید در مختصات داده شده طول نقاط را با عدد ۲ جمع کرد و همچنین ۵ واحد به سمت بالا باید عرض نقاط را با عدد ۵ جمع کند.

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix} \quad \text{مختصات جدید عبارت اند از:}$$

سؤال ۲: دانش آموز باید در این سؤال بدون صفحه شطرنجی مختصات رئوس مستطیل را با توجه به نقاطی که داده شده است، پیدا کند.



این نکته خیلی مهم است که با استفاده از روابط یاد گرفته شده این مسئله را حل می کند.  
این مسئله از نوع انشایی نیست و از نوع تجزیه و ترکیب است.

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 5/2 \end{bmatrix} \quad \text{مختصات مرکز تقارن:}$$

### توصیه‌های آموزشی

توصیه می‌شود که فعالیت صفحه ۸۰ و کار در کلاس همان صفحه با صبر بیشتر با دانش‌آموزان کار شود. مثال‌های متنوع‌تری در کلاس مطرح شود. زیرا این فعالیت پیش‌زمینه فعالیت صفحه ۸۱ می‌باشد.

### بdfهمی دانش‌آموزان

یکی از بdfهمی‌های دانش‌آموزان در این درس دوباره همان اشتباه گرفتن طول و عرض نقاط است که این اشتباه ممکن است اشتباهات دیگری را نیز به وجود آورد.

### منابع

کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات :

نوشته رابرت ای ریس، مرلین.ن. سایدام، مری مونتگو مری لیند کوئیت، مترجم: مسعود نوروزیان  
مبانی هندسه: نوشته گریمرگ، ترجمه شفیع‌ها، مرکز انتشارات نشر دانشگاهی.  
ریاضیات کالیفرنیا و ژاپن و استرالیا  
کتاب ریاضی پنجم سابق



# فصل پنجم

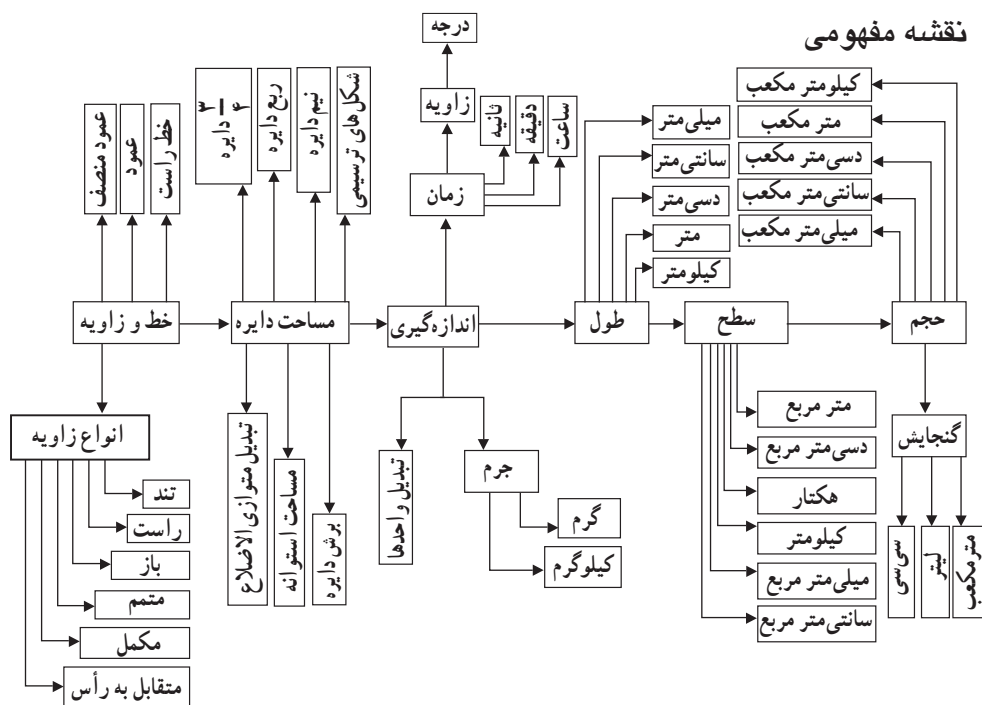


## اندازه گیری



بچه‌ها در این فصل ابتدا مروری بر واحدهای طول، زمان، سطح، جرم، زاویه، حجم و کاربرد آنها در زندگی و تبدیل واحدها و درک درست آنها و استفاده به‌جا از آنها صورت می‌گیرد. در قسمت حجم دانش‌آموزان ضمن آشنایی با هرم، درک خود از مکعب، مکعب مستطیل و استوانه را تقویت می‌کنند و می‌توانند مساحت مکعب و مکعب مستطیل را با استفاده از شکل سه‌بعدی آن به‌دست آورند.

در مساحت دایره، شعاع و قطر، عدد  $\pi$  و به دست آوردن مساحت دایره، نیم دایره، ربع دایره و  $\frac{3}{4}$  دایره و شکل های ترکیبی را می آموزد. در بخش خط و زاویه با خط راست، خط عمود و عمود-منصف و انواع زاویه، تند و راست، باز، نیم صفحه، متمم و مکمل، متقابل به رأس آشنا می شود و در شکل ها آنها را به کار می برد.



## تصویر عنوان

هدف از صفحه عنوان آشنایی بیشتر با بدن و اندازه آنها و شکل اندام‌ها و اینکه اندازه‌گیری فقط برای اجسام نیست و بدانند چیزی در زندگی وجود ندارد که خارج از مبحث‌های ریاضی باشد و بی‌برد که این نظم هماهنگی بدن با این همه اندام‌ها، سلول‌ها، رگ‌ها و... با اندازه‌های متفاوت چگونه در بدن جای گرفته و کسی جز خدای بزرگ قادر به انجام آن نیست. ریاضیات چیزی جز زندگی نیست.

## دانستنی‌هایی برای معلم

### ارزیابی و سنجش مقدار عددی ویژگی یک شی یا رخداد

اندازه‌گیری نقش مهمی در برنامه درسی ریاضیات دارد. در بسیاری از جنبه‌های زندگی روزمره نفوذ دارد.

این مبحث زمینه فراگیری و کاربرد سایر مسائل ریاضی از جمله عملیات عددی، مفاهیم هندسی، مفاهیم آمار را فراهم می‌کند.

اندازه‌گیری ارتباط درون ریاضیات و ارتباط بین ریاضی و سایر زمینه‌های خارج از ریاضیات مانند مطالعه اجتماعی، علم و هنر، آموزش فیزیک را برجسته می‌کند.

اندازه‌گیری در زندگی روزمره: چه مقدار پیاده‌روی داشته‌اید، چه مقدار پول هزینه کرده‌اید. در طول روز چند لیوان آب نوشیده‌اید؟ چه مقدار سوخت برای پر کردن باک خودرو نیاز بوده است؟ اندازه یک مبحث با کاربرد فراوان در زندگی روزمره باید به شیوه‌ای بسیار عملی آموزش داده شود تا لذت‌بخش باشد (هم برای بچه‌ها و هم معلمان)

ارتباط اندازه‌گیری و عدد: محاسبه ضرب - تبدیل واحد - از ساعت‌های آنالوگ باعث تقویت کار با کسرها، رخدادهای ورزشی مانند دو (زمان) مسافرت بین‌المللی، مطالعات اجتماعی (خطوط زمانی، هندسه کره) نوشتن گزارش برای علم و زبان انگلیسی.

- خط مدرج با طول در ارتباط است، جدول ضرب با مساحت شکل در ارتباط است.

- اندازه‌گیری به نزدیک واحد مستلزم گرد کردن می‌باشد.

- برگزاری یک کلاس مهمانی (کلاس بزم) که بچه‌ها مجبور هستند برنامه‌ریزی داشته باشند

(پول، عملیات) بهترین خرید را انجام دهند (نرخ) غذا بخت کنند (حجم و جرم) خرید انجام دهند

پول و پول جمع کنند و برنامه ریزی کنند (کار مبتنی بر ریاضی) مشارکت همراه با انجام کار واقعی با اهداف معنادار.

پویایی اجتماعی در کلاس بهبود می یابد، بچه ها از تکالیف لذت می برند و مسائل ریاضیات قابل توجهی را بدون آگاهی فرا می گیرند - اندازه گیری به دانش آموز فرصت می دهد تا دانش مهارت های خود را به شیوه ای معنادار و لذت بخش به کار گیرند.

### در کل، مبحث اندازه گیری

- ۱- در تجربیات روزمره دانش آموزان کاربرد دارد.
- ۲- در فضای خارج از مدرسه کاربرد دارد.
- ۳- اندازه گیری به سایر زمینه ها و حوزه های برنامه درسی ریاضی کمک می کند.
- ۴- دربرگیرنده تجربیات فعال و عمل یادگیری می باشد.
- ۵- اندازه گیری ارتباط محکمی با حل مسئله دارد.

### زیرمجموعه های اندازه گیری

طول، مساحت، حجم و ظرفیت، جرم، زاویه، دما، ارزش بهای پول، زمان

۱- **طول** : از ویژگی ها و خصوصیات اندازه گیری، راحت و قابل فهم، بلندی و کوتاهی، دور و نزدیک طول می تواند در یک بعد (جلو و عقب برود) یا در امتداد یک صفحه دوبعدی (طول و عرض) یا در حجم باشد که عرض و ارتفاع به مفاهیم خاصی از طول اشاره دارند.

- **بدآموزی** : تصور غلط از طول داشتن : فقط قانون بقای پیازه چیزهایی را طول می پندارد که یک خط یا یک رشته دیده می شوند ولی فاصله دو نقطه یا فاصله خانه تا مدرسه را نمی تواند به عنوان طول بپذیرد.

**مساحت** : یک مقوله دوبعدی به ناحیه محصور در یک شکل مسطح مربوط می شود. روش آموزشی در گذشته غالباً طوطی وار و فرمولی (طول×عرض) = مساحت، این روش بدآموزی بین محیط و مساحت است.

**حجم و ظرفیت** : حجم مقدار فضای اشغال شده به وسیله یک شیء می باشد : ظرفیت مقداری است که اغلب یک جسم می تواند نگه دارد.

حجم ← مقیاسی برای جامد

ظرفیت : گنجایشی مقیاسی برای یک مایع (سیال) در نظر گرفت.

با کار کردن در این زمینه زیرشاخه رابطه بین میلی لیتر، لیتر و نیز رابطه بین سانتی متر مکعب و متر مکعب

جرم ← وزن : دو مقوله جدا از هم


جرم ← ثابت

مقدار انرژی لازم برای متوقف کردن یا به حرکت درآوردن جسم

وزن ← نیرویی است که جاذبه بر یک جسم وارد می کند.

متغیر، زمین، کره ماه.

زاویه : به مقدار دوران یا انحراف اشاره دارد.

از نظر ریاضی اشاره زاویه به مقدار دوران است ولی در عامه مساحت بین دو پرتو  در نظر گرفته می شود که این امر باعث بدآموزی می شود و دانش آموزان زاویه ها را کمتر از  $180^\circ$  می دانند و بیشتر از  $180^\circ$  را قبول ندارند.

دما : گرمی و سردی و استفاده از دماسنج، جوش آمدن آب، یخ زدن آب.

دما می تواند مسئله ایده آل برای اعداد منفی باشد.

پول : خود پول آیم اندازه گیری نیست. پول واحد اندازه گیری یک مفهوم خاص است که ارزش (بها) می باشد.

— در اغلب کشورها برای اندازه گیری ارزش یا بهای یک چیز از پول استفاده می شود، انعطاف پذیر است، نوسان دارد (تبدیل ارز).

زمان : اغلب دشوارترین مبحث اندازه گیری برای بچه ها است، نمی توان به شیوه حسی و ادراکی اندازه گیری کرد یک محصول تاریخی است. (ثانیه، دقیقه، ساعت، روز، ماه و سال)

درک گذر از زمان برای بچه ها مشکل است، دویدن در یک دقیقه در برابر انتظار کشیدن به مدت یک دقیقه

دایره : مدل بسط مفهوم برنامه ریزی در اندازه گیری

۱- مفهوم سازی (شناسایی ویژگی و مشخصه)

۲- استفاده از واحدهای غیر استاندارد

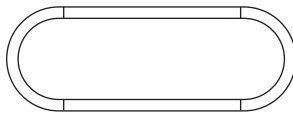
۳- مقایسه واحد غیر استاندارد و نیاز به واحد استاندارد

۴- اندازه‌گیری رسمی با استفاده از واحدهای استاندارد

۵- اجزا و اضعاف و تبدیل واحد

### نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

۱- یک مسیر مسابقه از دو جاده ۱۰۰ متری صاف و دو جاده ۳۰ متری منحنی طبق شکل تشکیل شده است. طول این مسیر مسابقه چند متر است.



۲- شیده ۵ متر روبان داشت. او آنها را به تکه‌های  $\frac{1}{4}$  متری تقسیم کرد حالا شیده چند تکه روبان دارد؟

۳- خط‌هایی به اندازه‌های زیر، رسم کنید :

ابتدا خط را به طور تقریبی و سپس به طور دقیق رسم کنید.

الف) ۹ سانتی‌متر      ب) ۱۴ سانتی‌متر

ج) ۱۵ سانتی‌متر      د) ۱۲ سانتی‌متر

۴- برای اندازه‌گیری طول از واحدهای مختلف طول استفاده می‌کنیم، شما برای اندازه‌گیری

چیزهای زیر از چه واحدی استفاده می‌کنید؟

اشیا	کیلومتر	متر	سانتی‌متر	میلی‌متر
طول یک تکه گچ				
طول یک مداد				
طول کلاس درس				
طول جاده تهران - قم				
طول پاکن				
ضخامت کتاب ریاضی				

۵- کتاب ریاضی خود را روی میز بگذارید. آیا کتاب تمام سطح میز را می پوشاند؟ مساحت کدام یک بیشتر است. اگر بخواهیم سطح میز را با کتاب ببوشانید به چند کتاب احتیاج دارید؟ سعی کنید شکل را رسم کنید و در صورت امکان با عدد مخلوط بنویسید.

۶- کف دست خود را با مهره های گرد ببوشانید، به چند مهره نیاز دارید؟

۷- مساحت کدام یک بیشتر است؟

الف) روی صندلی یا میز

ب) جلد دفتر شما یا جلد این کتاب؟

ج) تخته سیاه یا میز معلم

د) سکه ۵۰۰ ریالی یا سکه ۵۰۰۰ ریالی؟

ه) کف کلاس یا کف حیاط؟

۸- یک قوطی را خوب مشاهده کنید، روی سطح قوطی حرکت دهید مساحت قوطی را با یک شکل نمایش دهید.



در قوطی ضلع و زاویه ندارد. وقتی دور در قوطی را اندازه می گیریم، درست مانند این است که \_\_\_\_\_ را اندازه گرفته ایم.

۹- محیط ۳ برگ را در دفتر خود رسم کنید و مساحت آنها را رنگ کنید و به طور تقریبی مساحت آنها را به دست بیاورید.

۱۰- تبدیل واحدهای زیر را انجام دهید.

الف) ۱۸ متر مربع = ..... دسی متر مربع

ب) ۴۸۱ متر مربع = ..... سانتی متر مربع

ج) ۶۰۰۰ سانتی متر مربع = ..... دسی متر مربع

د) ۴۱۸ سانتی متر مربع = ..... میلی متر مربع

۱۱- برای اندازه گیری موارد زیر کدام واحد سطح مناسب تر است؟

الف) مساحت یک اتاق ..... ب) مساحت جلد یک کتاب .....

ج) مساحت یک دکمه پیراهن ..... د) مساحت یک کشور .....

۱۲- برای ساخت آکواریومی به ابعاد ۳ و ۲ و ۱ متر چند مترمربع شیشه لازم است؟

۱۳- اگر بخواهید جعبه کفش های خودتان را کادو کنید چه مقدار کاغذ کادو لازم دارید؟

۱۴- دو تکه سنگ را داخل یک لیوان درجه بندی شده می اندازیم چگونه تشخیص دهیم حجم کدام یک بیشتر است؟

۱۵- برای اندازه گیری اجسام زیر کدام واحد حجم مناسب تر است؟

الف) حجم اتاق ب) حجم کتاب ریاضی

۱۶- در شکل زیر مساحت هر شکل داخل آن نوشته شده است. طول و عرض مستطیل بزرگ چقدر است؟

۱۶	۱۶	۱۶
۱۶	۱۶	

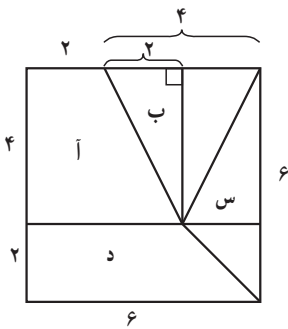


۱۷- یک تابلوی مستطیل شکل به ابعاد  $۴۵ \times ۶۰$  سانتی متر و یک عکس مستطیل شکل به ابعاد  $۴۰ \times ۲۰$  روی آن چسبانده ایم. مساحت آن قسمت از تابلو که با عکس پوشانده نشده است چقدر است؟

۱۸- فاطمه می خواهد با مقوا جعبه ای مکعب مستطیل شکل بسازد او دو تا مستطیل  $۳ \times ۴$  و دو تا مستطیل  $۶ \times ۳$  بریده است اکنون با چند مستطیل و با چه ابعادی ببرد؟  
الف) دو تا  $۲ \times ۳$  ب) دو تا  $۶ \times ۴$  ج) سه تا  $۳ \times ۶$  د) سه تا  $۶ \times ۴$

۱۹- برای اندازه گیری حجم یک تکه سنگ کدام وسیله مناسب تر است؟  
۱- متر خیاطی ۲- خط کش ۳- لیوان مدرج ۴- صفحه شطرنجی

۲۰- در شکل مقابل مساحت کدام بخش بیشتر است.



۴-د

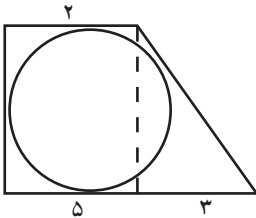
۳-س

۲-ب

۱-آ

۲۱- مساحت دوزنقه زیر ۱۴ سانتی متر مربع است، اندازه دو قاعده آن ۲ و ۵ سانتی متر است.

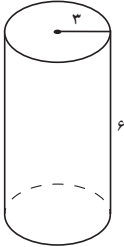
مساحت دایره در شکل مقابل را به دست آورید.



۲۲- مجموع قطره های زمینی به شکل لوزی ۳ کیلومتر است، اگر قطر بزرگ ۲ برابر قطر کوچک

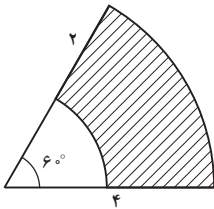
باشد مساحت این زمین چند هکتار است؟

۲۳- منبع آبی به شکل استوانه داریم، می‌خواهیم بدنه خارجی و سقف آن را رنگ کاری کنیم. در صورتی که شعاع قاعده منبع ۳ متر باشد و ارتفاع آن ۶ متر باشد، مساحت سطح رنگ شده چقدر است؟



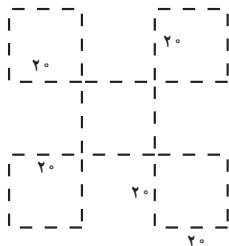
۲۴- اگر حجم مکعبی ۱۲۵ سانتی متر مکعب باشد برای کادو کردن این مکعب حداقل چقدر کاغذ نیاز داریم؟

۲۵- مساحت سطح رنگی چقدر است؟

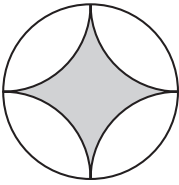


۲۶- مکعبی به ضلع یک دسی متر داریم می‌خواهیم آن را به ۱۰۰۰ مکعب کوچک تر و مساوی با هم تقسیم کنیم، برای این کار حداقل چند برش لازم داریم؟

۲۷- یک مقوای مربع شکل به ضلع یک متر داریم. چهار مربع کوچک به ضلع ۲۰ سانتی متر از چهار گوشه آن بریده ایم سپس از قسمت خط چین تا زده ایم حجم جعبه ای که ساخته می شود چند متر مکعب است؟ چه چیزهایی در اطراف شما مانند این جعبه یافت می شود؟



۲۸- به طور تقریبی چند درصد از دایره بزرگ رنگ شده است؟



۳۰-۴

۲۷-۳

۲۵-۲

۲۲-۱

۲۹- با طنابی به طول ۱۵ متر یک ۶ ضلعی منظم درست کرده ایم.

الف) محیط ۶ ضلعی چقدر است؟

ب) اندازه هر ضلع آن چند متر است؟

ج) در مرکز شش ضلعی نقطه ای را قرار دهید و از آن نقطه به رأس ها پاره خط وصل کنید، چند

مثلث درست می شود . . . . . نام مثلث

اگر هر مثلث را به ۴ مثلث هم اندازه کوچک تر تقسیم کنیم، چند مثلث کوچک خواهیم داشت؟

می خواهیم  $\frac{3}{4}$  مساحت شکل را رنگ کنیم چند مثلث را باید رنگ کرد؟

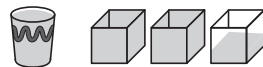
۳۰- یک شکل هندسی به شما بدهند، چگونه مساحت آن را حساب می کنید؟

۳۱- واحدهای اندازه گیری حجم و گنجایش را نام ببرید.

۳۲- الف) یک پارچ پر آب را داخل چند لیوان ریختیم با توجه به شکل اگر واحد گنجایش را یک

لیوان در نظر بگیریم، گنجایش پارچ را با عدد مخلوط بیان کنید.

ب) اگر هر لیوان را داخل مکعب بریزیم چند مکعب پر می شود؟

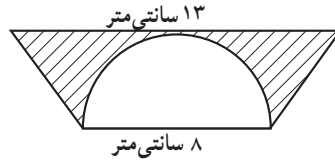
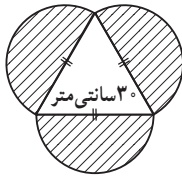


ج) اگر هر ضلع مکعب ۵ سانتی متر باشد، حجم پارچ چند سانتی متر مکعب است؟

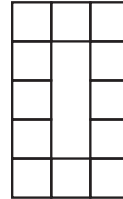
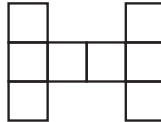
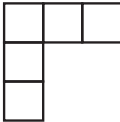
د) چند لیتر است؟

۳۳- یک مورچه روی مکعبی به ضلع ۱۲ سانتی متر شروع به حرکت می کند اگر هر مسیر را فقط یک بار طی کند طول مسیری که مورچه طی کرده چقدر است؟

۳۴- مساحت قسمت رنگی شکل های زیر را به دست آورید.



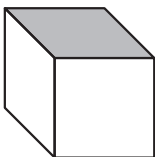
۳۵- شکل های زیر را به صورت مستطیل درآورید و سپس مساحت و محیط هریک را پیدا کنید.  
مساحت هر مربع کوچک یک واحد مربع است.



۳۶- قالیچه ای به ابعاد ۲ متر در ۳ متر چند تومان ارزش دارد؟ (قیمت هر سانتی متر مربع از آن ۳۰۰۰ ریال باشد)

۳۷- یک تکه پارچه به طول ۱۶ متر شسته شد ۱ متر و ۲۸ سانتی متر و ۷ میلی متر از طول آن کم شد طول باقی مانده چقدر است؟

۳۸- اگر مساحت مربع رنگ شده ۱۶ سانتی متر مربع باشد، حجم مکعب چند لیتر است؟



۳۹- گسترده چهار وجهی منتظم شامل چند مثلث است؟

۴۰- اگر قالب مکعبی شکل پنبیری به ابعاد ۱۲ و ۸ و ۵ سانتی متر  $9600$  تومان باشد یک قطعه مکعبی شکل از آن پنبیر به ابعاد ۴ سانتی متر چه قیمتی دارد؟

۱-  $1280$       ۲-  $3200$       ۳-  $2400$       ۴-  $320$  تومان

۴۱- ابعاد جعبه‌ای  $3^\circ$  و  $5^\circ$  و  $7^\circ$  سانتی متر است. حداکثر چند بسته مکعب مستطیل به ابعاد ۳ و  $\frac{2}{5}$  و ۷ سانتی متر می‌توان در آن جای داد؟

۴۲- کدام جمله زیر غلط است؟

الف) وسیله اندازه‌گیری زاویه‌ها نقاله نام دارد که محیطش به  $18^\circ$  قسمت مساوی تقسیم شده است.

ب) اگر طول اضلاع یک زاویه ۳ برابر شود اندازه آن زاویه هم ۳ برابر می‌شود.

ج) زاویه نیم صفحه به معنی  $18^\circ$  درجه و زاویه تمام صفحه به معنی  $36^\circ$  درجه می‌باشد.

د)  $\frac{1}{18^\circ}$  زاویه نیم صفحه، درجه نام دارد.

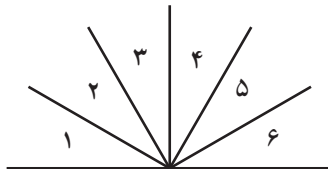
۴۳- شعاع چرخ دو چرخه‌ای  $4^\circ$  متر است.

الف) مساحت چرخ چقدر است؟

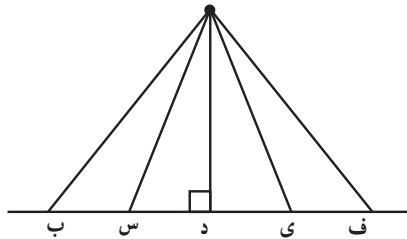
ب) بعد از پیمودن مسیری چرخ‌های آن  $1000$  دور زده است. طول راه چند متر بوده است؟

۴۴- نسبت سه زاویه مثلثی مثل ۱ و ۲ و ۳ می‌باشد، بزرگ‌ترین زاویه آن چند درجه است؟

۴۵- در شکل زیر  $\hat{1} = \hat{2} = \hat{3} = \hat{4} = \hat{5} = \hat{6}$  می‌باشد چند زاویه قائمه وجود دارد.



۴۶- در شکل زیر، فاصله نقطه «آ» از سایر نقاط روی خط را به دست آورید.

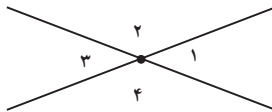


الف) = آ س      ب) = آ ب      ج) = آ د      د) = آ ف      ه) = آ ی

کوتاه ترین فاصله مربوط به کدام پاره خط است؟ چه ویژگی دارد؟

۴۷- طول یک میله آهنی ۱۰ متر است احمد می خواهد یک میله آهنی دیگر بر میله آهنی عمود کند به طوری که فاصله میله آهنی عمود از هر دو طرف برابر باشد نحوه کار احمد را توضیح دهید و این کار او را چه می نامید؟

۴۸- در شکل زیر اندازه زاویه ها را با کمک نقاله به دست آورید و مجموع آنها را بنویسید.



۴۹- به ساعت منزل نگاه کنید فکر می کنید در چه ساعت هایی زاویه  $90^\circ$  و  $180^\circ$  ساخته می شود برای هر کدام ۵ مورد مثال بنویسید.

۵۰- شباهت ها و تفاوت های زاویه راست و متمم را بنویسید و شکل هر دو را رسم کنید.

۵۱- شباهت ها و تفاوت های زاویه نیم صفحه و مکمل را بنویسید و شکل هر کدام را رسم کنید.

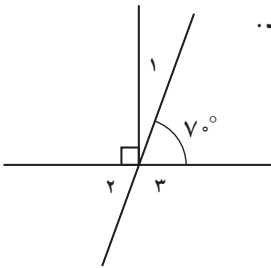
۵۲- توضیح دهید زاویه های متقابل به رأس چگونه به وجود می آیند، دو ویژگی مهم آنها را بنویسید.

۵۳- چه موقعی بیان می‌کنیم یک زاویه باز است؟

۵۴- با کمک دو شکل هندسی مثل مثلث زاویه متمم را نمایش دهید.

۵۵- با کمک دو شکل مثل متوازی‌الاضلاع زاویه مکمل را نمایش دهید.

۵۶- در شکل مقابل اندازه زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.

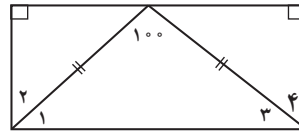
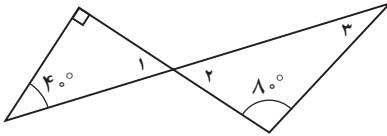


$\hat{1} = ?$

$\hat{2} = ?$

$\hat{3} = ?$

۵۷- در شکل‌های زیر اندازه زاویه خواسته شده را بنویسید.



$\hat{1} = ?$

$\hat{2} = ?$

$\hat{3} = ?$

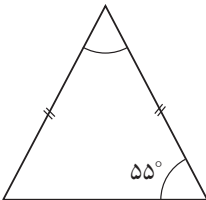
$\hat{1} = ?$

$\hat{2} = ?$

$\hat{3} = ?$

$\hat{4} = ?$

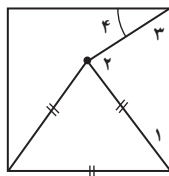
۵۸- در مثلث روبه‌رو اندازه زاویه آ چقدر است.



۵۹- الف) در هر مثلث قائم‌الزاویه دو زاویه تند ..... یکدیگرند.

ب) مکمل زاویه ۳۷ درجه برابر ..... درجه می‌باشد.

۶۰- در شکل زیر که مربع است. زاویه های خواسته شده را بنویسید.


 $\hat{1} = ?$ 
 $\hat{2} = ?$ 
 $\hat{3} = ?$ 
 $\hat{4} = ?$ 

### جدول انتظارات عملکردی:

جدول انتظارات عملکردی فصل پنجم ریاضی ششم

ردیف	عملکرد	مقیاس	خیلی خوب	خوب	قابل قبول	نیاز به تلاش
۱	نیاز به استفاده صحیح از اندازه گیری در زندگی روزمره را درک می کند.					
۲	با واحدهای اندازه گیری طول و سطح و حجم، زمان و زاویه آشنایی دارد.					
۳	اندازه اعضای بدن را به درستی حدس می زند.					
۴	تبدیل واحدها را با جدول تناسب به طور صحیح انجام می دهد.					
۵	با انواع واحدهای اندازه گیری در زندگی روزمره آشنایی دارد.					
۶	توانایی رسم گسترده مکعب و مکعب مستطیل را دارد.					
۷	مساحت و حجم مکعب و مکعب مستطیل را به دست می آورد.					
۸	شکل هرم با قاعده مربع و مثلث را رسم می کند.					
۹	مساحت سطح های هرم را محاسبه می کند.					
۱۰	تبدیل واحدها را با کمک جدول تناسب به طور صحیح انجام می دهد.					



۱۱	بین مساحت دایره و محیط نصف دایره ارتباط برقرار می‌کند.			
۱۲	توانایی به‌دست آوردن مساحت دایره با استفاده از شمارش مربع را دارد.			
۱۳	قادر به، به‌دست آوردن مساحت دایره با استفاده از مساحت متوازی‌الاضلاع می‌باشد.			
۱۴	در به‌دست آوردن مساحت شکل‌های ترکیبی مهارت کافی دارد.			
۱۵	مساحت و محیط دایره و اشکال پیرامون خود را به‌درستی به‌دست می‌آورد.			
۱۶	فاصله دو نقطه و فاصله نقطه از خط را به‌درستی درک می‌کند.			
۱۷	مهارت رسم ارتفاع در یک مثلث با زاویه باز را دارد.			
۱۸	کاربرد عمود منصف را می‌داند و به‌درستی رسم می‌کند.			
۱۹	انواع زاویه را با کمک نقاله و گونیا می‌سازد.			
۲۰	تفاوت زاویه مکمل و متمم را می‌داند و رسم می‌کند.			
۲۱	ویژگی زاویه متقابل به رأس را می‌داند و توانایی رسم آن را دارد.			
۲۲	انواع اشکال هندسی را با کمک دایره و نقاله رسم می‌کند.			
۲۳	۸- مباحث یادگرفته در این فصل را با محیط پیرامون خود تطبیق می‌دهد.			



## طول و سطح

### اهداف

- ۱- نیاز به اندازه‌گیری در زندگی
- ۲- واحدهای اندازه‌گیری طول، جرم، حجم، زمان، زاویه و سطح را نام ببرید و به نمونه‌هایی اشاره کنید.
- ۳- آشنایی هرچه بیشتر با اعضای بدن و اندازه آنها
- ۴- تبدیل واحدها به یکدیگر از راه جدول تناسب و ضرب و تقسیم
- ۵- آشنایی با واحدهای سطح و کاربرد آن در زندگی و آوردن مصداق‌هایی برای آن

### روش تدریس

- فعالیت ۱:** قصد ایجاد انگیزه برای اندازه‌گیری و جلب توجه به محیط اطراف تأکید دارد و نوع شکل هندسی که باعث اندازه‌گیری شده است.
- فعالیت ۲:** ارتباط اندازه‌گیری با واحدهای آن و مرتب کردن از کوچک به بزرگ جهت کاربرد در زندگی که برای انجام اندازه‌گیری کدام واحد مناسب است.
- فعالیت ۳ و ۴:** مثال‌هایی که در زندگی استفاده می‌کند بتواند اندازه‌گیری و واحد مناسب را برای آن انتخاب کند.
- کار درسی:** کاربرد در زندگی است که از بین واحدها و اندازه‌های داده شده واحد مناسب را انتخاب کنید.

**فعالیت ۱ ص ۸۹:** آشنایی با متر خیاطی برای تبدیل واحد

**فعالیت ۲ صفحه ۸۹:** اندازه اعضای بدن از طریق حدس و تخمین جهت تقویت آن (در تشخیص درست اندازه‌های مقیاسی پیرامون)

**کار در کلاس ص ۸۹**

- ۱- تبدیل واحدها
- ۲- طول قدم‌های مجید تبدیل واحد

متر  $2 = 2000$  کیلومتر

سانتی متر  $2000000 = 100 \times 2000$  متر

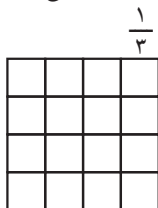
قدم  $4000 = 2000000 \div 50$  سانتی متر  $50 = 5/10$  متر

### فعالیت ص ۹۰

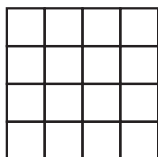
۱- به دست آوردن مساحت کف دست از میچ تا انگشتان به کمک شمارش مربع ها

۲- معرفی متر مربع و اینکه در این مساحت چند نفر دانش آموز می تواند جای بگیرند از موزائیک های

کف کلاس استفاده کنید موزائیک ها  $30$  سانتی متری باشد  $11$  تا موزائیک  $1$  متر مربع



به نظر شما اگر موزائیک ها  $25$  سانتی متری باشد چند موزائیک می شود؟



۱۶ موزائیک

$$100 \div 25 = 4$$

$$4 \times 4 = 16$$

در کلاس امتحان کنید چند دانش آموز جا می گیرد.

(قبلاً در کلاس پنجم ضرب از راه مساحت را یاد گرفته اند).

می توان از صفحه شطرنجی کمک گرفت.

### کار در کلاس ۹۱

کار کردن با واحد سطح برای پوشش کف می باشد دقت در پوشش ها مطرح می باشد.

### فعالیت

معرفی هکتار است (نام دیگری برای هر  $10000$  متر مربع است)

— دانش آموزان قبلاً با واحد متر مربع آشنا شده اند هر  $10000$  متر مربع برابر یک هکتار است که

برای اندازه گیری زمین های کشاورزی به کار می رود.

در این قسمت از مثال های ملموس برای بچه ها استفاده کنید، مثلاً در شهرها می توان گفت: مساحت

دو زمین چمن فوتبال تقریباً یک هکتار است و در روستاها، بچه‌ها بیشتر با یک هکتار آشنایی دارند.

### بیشتر بدانید

هکتار : مساحت مربعی است که اندازه هر ضلع آن ۱۰۰ متر است.

یک کیلومتر مربع برابر ۱۰۰۰۰۰۰ متر مربع است.

کیلومتر مربع : مساحت مربعی است که اندازه هر ضلع آن ۱ کیلومتر = ۱۰۰۰ متر است.

هکتار ۱۰۰ = ۱ کیلومتر مربع      ۱ کیلومتر مربع = ۱ کیلومتر  $\times$  ۱ کیلومتر

متر مربع ۱۰۰۰۰۰ = ۱۰۰۰  $\times$  ۱۰۰۰

### کار در کلاس ص ۹۲ سؤال ۲

رابطه بین واحدهای اندازه‌گیری بیان شده است و از جدول تناسب برای تأکید بر درک درست تر

از تبدیل واحد اندازه‌گیری است و حتماً بچه‌ها باید برای پرکردن خانه‌های جدول تبدیل واحدها را بدانند.

در تمرین ص ۹۲ : سطح خواسته را در منزل پیدا کنند بعد اندازه‌گیری طول و عرض و در انتها

مساحت را محاسبه کنند.

در صفحه ۹۳ قسمت سبزرنگ را با خط کش برحسب سانتی متر اندازه‌گیری کنید. سپس در ۳۳

متر ضرب کنید تا طول و عرض تقریبی به دست آید و در نهایت مساحت را محاسبه کنید.

حل بعضی از تمرین‌ها

۳-

هکتار ۱۰۰ = هر کیلومتر مربع

هکتار ۶۰۰ = ۶  $\times$  ۱۰۰

کیلوگرم ۹۶۰۰۰۰۰ = ۶۰۰  $\times$  ۱۶۰۰۰

تومان ۱۱۵،۲۰۰،۰۰۰،۰۰۰ = ۹۶۰۰۰۰۰  $\times$  ۱۲۰۰۰

۴-

وات ۱۶۰۰ = ۸  $\times$  ۲۰۰

وات ۴۸۰۰۰ = ۳۰  $\times$  ۱۶۰۰

۱ کیلووات ساعت = هر ۱۰۰۰ وات ساعت

وات ۱۰۰۰۰۰ = ۱۰۰  $\times$  ۱۰۰۰

متر مربع ۵۰۰ = ۱۰۰۰۰۰  $\div$  ۲۰۰

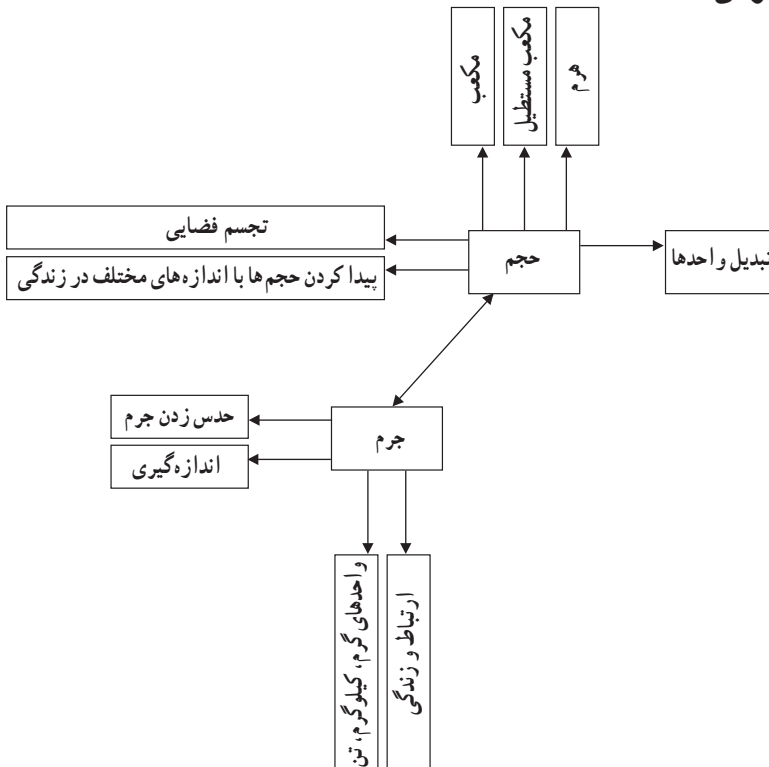


## حجم و جرم

### اهداف

- ۱- تجسم فضایی (دید) در حالت‌های مختلف
- ۲- آشنایی بیشتر با حجم (مکعب، مکعب مستطیل) و شکل‌های جدید هرم
- ۳- بتواند گسترده مکعب و مکعب مستطیل را رسم و مساحت و حجم آنها را محاسبه کند.
- ۴- تبدیل واحدهای حجم
- ۵- کاربرد در زندگی و بیان مثال‌های مناسب

### نقشه مفهومی



## فعالیت صفحه ۹۴

آشنایی گسترده هرم مثلث القاعده و مربع القاعده و دقت اندازه اضلاع و نحوه محاسبه مساحت آنها توجه، سعی کنید از مثال‌ها و مصداق‌های مناسب و آشنا به منطقه و محل زندگی بچه‌ها استفاده کنید تا درک و حس بهتری نسبت به اجسام و جرم و حجم پیدا کنند.

— می‌توانید از بچه‌ها بخواهید با یک پوشه شطرنجی گسترده شکل‌های مکعب، مکعب مستطیل و هرم مثلث قاعده را بسازند و با شمارش مربع‌های کوچک سطح کل آنها را به دست آورند.

از دوران مستطیل شکل استوانه حاصل می‌شود یک بار امتحان کنید یک بار از طول و یک بار از عرض

## کار در کلاس ص ۹۵

درک و تجسم فضایی بچه‌ها از اشکال مختلف و رسیدن به مساحت قاعده مدنظر است و به کمک مساحت قاعده (طول  $\times$  عرض)  $\times$  ارتفاع حجم اشکال را محاسبه کنند.

در پاسخ به سؤال ۳ کار در کلاس توجه ویژه داشته باشید اندازه کف انباری با اندازه کارتونها بخش پذیر می‌باشد و قابل درک ولی در بعضی از موارد در انباری وسایلی قرار می‌گیرد که اندازه اضلاع آنها با اندازه انبار سازگار نیست و فضای خالی باقی می‌ماند. مثال، در انباری به طول ۱۳ و عرض ۹ و ارتفاع ۴ متر می‌خواهیم کارتن‌های مکعب شکل به ابعاد ۲ متر قرار دهیم چند کارتن جای می‌گیرد؟

$$\text{اشتباه رایج } 468 = (13 \times 9) \times 4 \quad \text{ولی درست آن کارتن } 6 = 13 \div 2$$

$$468 \div 8 = 58/5 \quad \text{کارتن } 4 = 9 \div 2$$

$$\text{کارتن جا می‌گیرد و بقیه فضای خالی است } 48 = (2 \times 6) \times 2 \quad 2 = 4 \div 2$$

در فعالیت ص ۹۵ :

هدف معرفی متر مکعب با کمک چوب‌های ۱ متری و به نوعی معرفی یال‌ها شکل مکعب به کمک میله‌ها که ۱۲ چوب یک متری استفاده می‌شود.

کاربرد حجم در زندگی شناخت وسایلی با حجم‌های متفاوت که ابتدا حدس بزنند بعد اندازه‌گیری کنند. در صفحه ۹۶ کار در کلاس برای درک بهتر و درست از واحد سانتی متر مکعب و متر مکعب مثال‌هایی آمده است.

سانتی متر مکعب  $۱۰۰۰۰۰۰ = ۱$  متر مکعب

از جدول برای درک بهتر استفاده شده است. دسی متر مکعب  $۱۰۰۰ = ۱$  متر مکعب

### فعالیت ص ۹۶

آشنایی بیشتر و یادآوری جرم اجسام و درک بهتر و ارتباط لیتر و سی سی و کاربردهای آن در زندگی روزمره

### کار در کلاس ۹۶

درک محیط پیرامونی و درستی حدس در مورد اندازه جرم اجسام

### حل تمرین ها

متر مربع  $۷۲ = ۲۸ + ۱۶ + ۲۸$  مساحت سطح های کناری بزرگ متر مربع  $۲۸ = (۷ \times ۲) \times ۲$

### تمرین ۲

کیلوگرم  $۱۴/۴ = ۷۲ \times ۰/۲$  مساحت سطح های کناری کوچک متر مربع  $۱۶ = (۴ \times ۲) \times ۲$

مساحت کف متر مربع  $۲۸ = (۷ \times ۴)$

۳- حجم دسی متر مکعب  $۱/۳۳۱ = ۱/۱ \times ۱/۱ \times ۱/۱$  جعبه جواهرات

$۱۴/۸۲ = (۲ \times ۱/۵) \times \square$  سانتی متر  $۱/۵ = ۱۵$  میلی متر

۴-  $۱۴/۸۲ \div ۳ \cong ۴/۹۴ \cong ۵$

۵-  $۱۲/۲۵ = (۳/۵ \times ۳/۵) \times ۱$   $۳/۵ = ۳/۵$  طول

$۳/۵ =$  عرض

$۱۲\frac{۱}{۴} = (۳\frac{۱}{۴} \times ۳\frac{۱}{۴}) \times ۱$  ارتفاع

۶- سی سی  $۳۰۲/۵ = (۵/۵ \times ۵/۵) \times ۱۰$

۷- دسی متر مکعب  $۲۷ = ۳ \times ۳ \times ۳$  دسی متر مکعب  $۸ = ۲ \times ۲ \times ۲$

تعداد مکعب  $۱۰۸ = ۲۷ \times ۴$   $۸ \times ۴ = ۳۲$

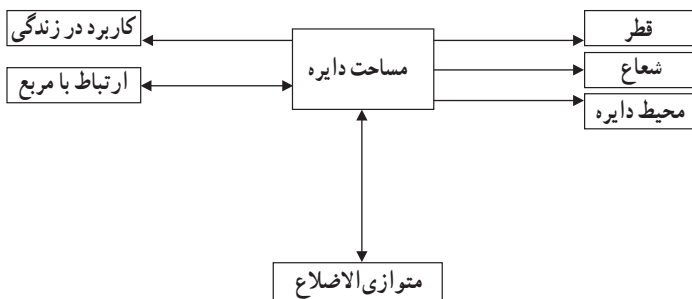


## مساحت دایره

### اهداف

- ۱- تمام اجزاء دایره را بشناسد.
- ۲- ارتباط محیط نصف دایره با مساحت دایره را بفهمد.
- ۳- مساحت دایره را به کمک شمارش مربع‌ها درک کند.
- ۴- مساحت دایره را به کمک مساحت متوازی الاضلاع به دست آورد.
- ۵- کاربرد مساحت دایره را در زندگی حس کند.
- ۶- مساحت شکل‌های ترکیبی را محاسبه کند.
- ۷- بداند مساحت دایره به روش‌های مختلف را می‌توان به دست آورد.
- ۸- بداند مساحت دایره در نهایت تقریبی است چون عدد  $\pi$  تقریبی است.
- ۹- مساحت سطح‌های گرد را در زندگی خوب تخمین بزند.

### نقشه مفهومی

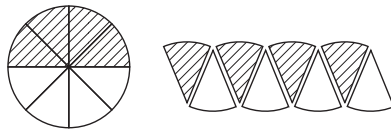




## در فعالیت ص ۹۸

یادآوری محیط دایره و نصف دایره از سال قبل یک بار دیگر تکرار می‌شود.  
در سال چهارم مساحت متوازی الاضلاع را یاد گرفته‌ایم حالا می‌خواهیم به کمک متوازی الاضلاع به مساحت دایره برسیم.

دو یا سه دایره روی مقوا رسم کنید آن را به ۸ قسمت تقسیم کنید و نصف دایره را رنگ کنید. آنها را برش بزنید و در کنار هم قرار دهید رنگی‌ها کنار هم و سفیدها کنار هم، یک شکل شبیه متوازی الاضلاع بسازید.



دایره دوم را ۱۶ قسمت همین کار را تکرار کنید.

$$\begin{aligned} \text{عدد } \pi \times \text{شعاع} &= \text{نصف محیط دایره} \\ \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} &= \text{مساحت متوازی الاضلاع} \\ \text{شعاع} &= \text{قسمت رنگی (نصف محیط دایره)} \\ \text{شعاع} &= \text{شعاع} \\ \text{ارتفاع} &= \text{ارتفاع} \\ \text{مساحت دایره} &= \frac{\text{عدد } \pi \times \text{شعاع}}{\text{نصف محیط دایره}} \times \frac{\text{شعاع}}{\text{ارتفاع}} \end{aligned}$$

## کار در کلاس ص ۹۸

مساحت دایره را از طریق شمارش مربع‌ها به دست آورید.  
اگر بخواهیم مساحت دقیق‌تری داشته باشیم باید مربع را ریزتر کنیم یعنی هر مربع را به ۴ مربع ریزتر تقسیم کنیم.

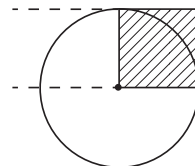
## کار در کلاس ص ۹۹

ارتباط مساحت مربع و دایره را باید به دست آوریم.

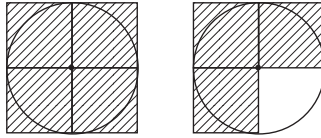
$$\text{مساحت مربع} = ۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰$$

$$\text{مساحت دایره} = ۱۰ \times ۱۰ \times ۳/۱۴ = ۳۱۴$$

$$\text{تقریباً } ۳ = ۳۱۴ \div ۱۰۰ \approx \text{تقریباً مساحت دایره}$$



در انتها بچه‌ها باید به این نتیجه برسند که مساحت دایره از ۳ مربع به ضلع شعاع دایره بیشتر و از چهار مربع کمتر است.



کار در کلاس ۳ ص ۹۹

اجسام دایره شکل داخل منزل را اندازه بگیرید و عدد  $\pi$  را ۳ در نظر بگیرید و مساحت آنها را به دست آورید.

فعالیت ص ۹۹

مساحت شکل ترکیبی به روش‌های مختلف محاسبه شده است که از راهبرد زیر مسئله استفاده شده است.

کار در کلاس ص ۹۸

درک این مطلب که مشاهده عینی با محاسبه چقدر تفاوت دارد.

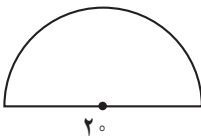
تمرین

۱-



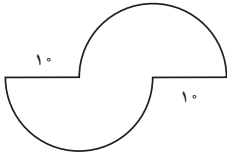
$$\text{مساحت} = \frac{2 \times 2 \times 3.14}{4} = \frac{12.56}{4} = 3.14$$

$$\text{محیط} = 2 + 2 = 4 \quad \text{قطر} \quad 4 \times 3.14 = 12.56 \div 4 = 3.14 + 2 + 2 = 7.14$$



$$20 \div 2 = 10 \quad \text{شعاع} \quad 10 \times 10 \times 3.14 \quad 31400 \div 2 = 15700$$

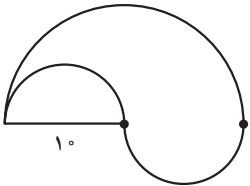
$$20 \times 3.14 = 6280 \div 2 = 3140 + 20 = 5140 \quad \text{محیط}$$



$$۱۰ + ۱۰ = ۲۰ \text{ قطر}$$

$$۲۰ \times ۳/۱۴ = ۶۲/۸ + ۱۰ + ۱۰ = ۸۲/۸ \text{ محیط}$$

$$۱۰ \times ۱۰ \times ۳/۱۴ = ۳۱۴ \text{ مساحت دایره}$$



$$۱۰ \times ۱۰ \times ۳/۱۴ = ۳۱۴ \div ۲ = ۱۵۷ \text{ مساحت دایره}$$

$$۱۰ + ۱۰ = ۲۰ \times ۳/۱۴ = ۶۲/۸ \div ۲ = ۳۱/۴ \text{ کمان بزرگ}$$

$$۱۰ \times ۳/۱۴ = ۳۱/۴ + ۳۱/۴ = ۶۲/۸ \text{ محیط شکل}$$

۲- سؤالی باز پاسخ با توجه به ظروف وسایل منزل مانند

زیر استکان = بشقاب و سینی

۳- از ترکیب مستطیل و دو دایره استفاده کنید وارد مباحث مربوط به مساحت استوانه نشوید.

تعریف شکل مساحت دو دایره + مساحت مستطیل

$$\frac{۱۰ \times ۱۰}{۲۰} \times ۳/۱۴ = ۶/۲۸ \text{ مستطیل و طول مستطیل}$$

$$۳۰ \times ۶/۲۸ = ۱۸۸/۴ = \text{مساحت مستطیل} = (۱۰ \times ۱۰ \times ۳/۱۴) = ۳۱۴/۰۰ \times ۲ = ۶۲۸$$

مساحت دو دایره

$$۶۲۸/۸ + ۶۲۸ = ۸۱۶/۴ \text{ است لازم کاغذ}$$

۴- شکل سمت چپ بالا مساحت دایره رنگی = مساحت دایره سفید - مساحت دایره بزرگ

شکل وسط بالا مساحت شکل رنگی = مساحت دو نیم دایره - مساحت مربع

شکل سمت راست بالا = دو نیم دایره کوچک + نیم دایره بزرگ

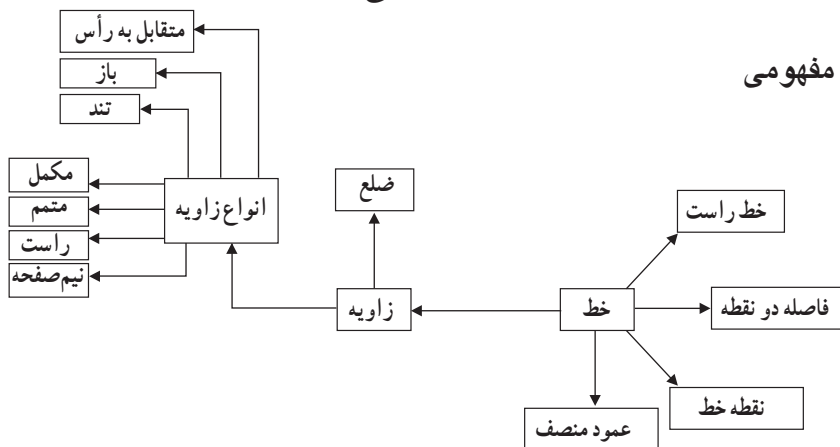


## خط و زاویه

### اهداف

- ۱- بداند فاصله دو نقطه یعنی چه و آن را اندازه بگیرد.
- ۲- بداند فاصله نقطه خط یعنی چه و آن را اندازه بگیرد.
- ۳- ارتفاع را در یک مثلث که زاویه باز دارد رسم کند.
- ۴- عمود منصف را تعریف و آن را رسم کند.
- ۵- با کمک نقاله و گونیا انواع زاویه را بسازد.
- ۶- زاویه متمم و مکمل را تعریف کند و آن را رسم کند.
- ۷- زاویه متقابل به رأس را رسم و آن را تعریف کند.
- ۸- ویژگی‌های متقابل به رأس را بیان کند و در اطراف آنها را پیدا کند.
- ۹- زاویه نیم صفحه و تمام صفحه را بشناسد.
- ۱۰- با کمک دایره و نقاله شکل‌هایی مانند مثلث (قائم الزاویه، متساوی الاضلاع، متساوی الساقین)، مربع، مستطیل و شش ضلعی منتظم و ... را رسم کند.
- ۱۱- با کمک مکمل، زاویه‌های متوازی الاضلاع را اندازه گیری کند.

### نقشه مفهومی



## روش تدریس

## فعالیت صفحه ۱۰۲

فکر می کنید چرا در بعضی از جاده ها تونل ساخته می شود؟

هدف : کوتاه ترین فاصله دو نقطه خط راست است نه خط شکسته و منحنی

فاصله نقطه از خط، خط عمودی است که از آن نقطه بر خط رسم می شود و کوتاه ترین خطی است که از نقطه بر خط رسم می شود.

در این فعالیت معرفی کوتاه ترین فاصله بین دو نقطه مطرح است که شما می توانید با یک مثال کاربردی از محل زندگی بچه ها شروع کنید و سپس فعالیت کتاب را شروع کنید.

به بچه ها کمک کنید تصویر لوله گذاری آب یا گاز را رسم کنند یا نقطه الف به ب را با ۳ دسته سیم به یکدیگر وصل کنند. هر سه رشته را اندازه گیری کنند و نکات مثبت و منفی کار را ذکر کنند.



در انتها نتیجه گیری کنید. فاصله دو نقطه طول پاره خطی است که دو نقطه را به هم وصل می کند.

## در فعالیت پایین صفحه

معرفی عمود منصف : چند پاره خط به کمک خط کش رسم کنید و آنها را اندازه بگیرید سپس

یک عمود به وسط پاره خط رسم کنید شما اکنون چند عمود منصف رسم کرده اید.

تعریف عمود منصف، خطی است که از وسط یک پاره خط بگذرد و بر آن عمود باشد.

## فعالیت صفحه ۱۰۳

۱- معرفی انواع زاویه ها : با استفاده از گونیا و نقاله چند زاویه مختلف رسم کنید آنها را

اندازه گیری کنید و نام آنها را بنویسید در صورت امکان تعریف آنها را بنویسید.

با گونیا کار کنند و پاسخ های متفاوتی بدهند و این متفاوت بودن پاسخ ها در کلاس مطرح و پررنگ شوند.

۲- در شکل های داده مجموع دو زاویه داده شده که می توان ارتباط مجموع دو زاویه را با زاویه

راست مقایسه کرد و در انتها از آنها به زاویه متمم رسید.

به هر زاویه که مجموع آنها  $90^\circ$  درجه باشد دو زاویه متمم گویند.  
از شکل هایی استفاده کنید که دو زاویه مجاور  $180^\circ$  درجه باشد مانند متوازی الاضلاع و آن را با  
زاویه نیم صفحه مقایسه کنید تا از روی تفاوت و شباهت ها بهتر مفهوم مکمل را درک کنند.

### کار در کلاس صفحه ۱۰۳

انجام کار در کلاس با دقت و حوصله به تثبیت یادگیری و عمق یادگیری کمک زیادی دارد.

### فعالیت ص ۱۰۴

معرفی زاویه متقابل به رأس: از برخورد دو خط در یک صفحه ۴ زاویه پدید می آید که زاویه  
روبه رو باهم برابرند با کمک نقاله اندازه بگیرید، دلیل خود را توضیح دهید.

ویژگی متقابل به رأس ۱- رأس مشترک دارند. ۲- ضلع ها در امتداد هم هستند.

فعالیت ۱ جهت شناخت دقیق تر و بهتر زاویه متقابل به رأس خیلی تأکید شود.

### کار در کلاس صفحه ۱۰۴ و ۱۰۵

حتماً با وسایل لازم بسازید و به کار ببرید تا بچه ها با زاویه ها در شکل های هندسی آشنا شوند - برای  
ساخت چند ضلعی ها می توان از دایره کمک گرفت.

حل برخی از تمرین های صفحه ۱۰۵:

سؤال ۵:

۲	۳۶
۳	۵۴
۵	۹۰

سؤال ۶:  $30^\circ$  درجه

سؤال ۷: ساعت ۶ ←  $180^\circ$  درجه (نیم صفحه)  $3:30$  (زاویه تند)  $3:00$  زاویه راست

سؤال ۸: درجه  $216 = 6 \times 36$

۱۰	۳۶
۱۰۰	۳۶۰
۷۵	
۱۰۰	۳۶۰

$$\frac{75 \times 360}{100} = 270 \text{ درجه}$$

$$\frac{10 \times 10 \times 3}{14} = 314 \times \frac{3}{4} = 235 \frac{5}{5}$$

### بدفهمی‌ها

آموزش اندازه‌گیری غالباً مستلزم کار عملی می‌باشد دانش‌آموزان به صورت تئوری فقط حفظ می‌کنند ولی وقتی در آموزش مساحت از شیوه موزائیک کاری (که مکان در ارتباط است) یا استفاده از شکل‌های منظم (مستطیل، مربع) به یادگیری با معنا منجر می‌شود. بچه‌ها در محیط پیرامونی طول را می‌شناسند ولی عرض و ارتفاع که به مفاهیم خاصی از طول اشاره می‌کند را درک نمی‌کنند.

- سردرگمی بین محیط و مساحت که باید با مفهوم‌سازی درک شود.
- به جای حفظ کردن فرمول‌ها باید با اندازه‌های واقعی در زندگی به آنها یاد داد.
- یکی از اشتباهات رایج بین بچه‌ها استفاده از ابزاری مانند خط‌کش است که بچه‌ها نقطه شروع را صفر نمی‌دانند بلکه از یک شروع می‌کنند.
- برای معرفی واحد باید حوصله زیادی داشت آیا شرایط کاملاً برای معرفی واحد ایجاد شده است؟ یعنی مفهوم‌سازی صورت گرفته است یا نه.
- درک درستی از مساحت اجسام ندارند و سطح را به عنوان داخل شکل می‌دانند.
- در تبدیل واحدهای طول، سطح و حجم دچار مشکل می‌شوند.
- در استفاده از نقاله برای اندازه‌گیری زاویه مثال ممکن است زاویه  $۱۳۰^\circ$  درجه را  $۵۰^\circ$  درجه نام ببرند.
- فرق عمق و ارتفاع را نمی‌دانند.

## مرور فصل ۵

در فرهنگ نوشتن بچه‌ها نظر و برداشت خود را بیان و می‌نویسند.

هدف تقویت و یادگیری بهتر است.

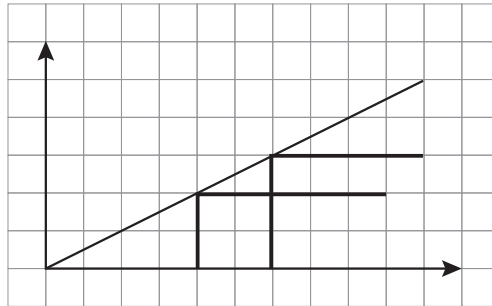
در تمرین ۴ با توجه به طول و عرض و ارتفاع مکعب مستطیل: حجمی است که از ۶ مستطیل که دوه‌دو باهم برابرند ساخته شده که با دقت آنها را رسم کند از تصویر صفحه ۹۴ کمک بگیرید.

تمرین ۵: ابتدا سعی کنید مفهوم‌سازی کنید. دانش‌آموزان می‌توانند از محیط اطراف خود از وسایلی مانند رنده‌های آشپزی یا نمکدان برای این امر استفاده کنند.

— ابتدا باید قاعده مربع شکل  $۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰$  و بعد ۴ مثلث  $۴ = ۴۰۰ \times \left( \frac{۲۰ \times ۱۰}{۲} \right) = ۵۰۰ + ۱۰۰ = ۴۰۰$  سانتی متر مربع مقوا لازم داریم.

### معما و سرگرمی

مثلث بزرگ در واقع یک مثلث نمی باشد و وتر مثلث بزرگ شکستی دارد که در قسمت بالایی اندکی متمایل به داخل است در حالی که در قسمت پایین اندکی متمایل به خارج است و مساحت بین دو قطعه شکسته برابر با واحد مربع است و طول اضلاع مجاور زاویه قائمه به طور تصادفی انتخاب نشده اند. طول این اضلاع در ۳ مثلث عبارت هستند از (۲ و ۵) (۳ و ۸) و (۵ و ۱۳) که اعداد فیبوناچی می باشد.





# فصل ششم



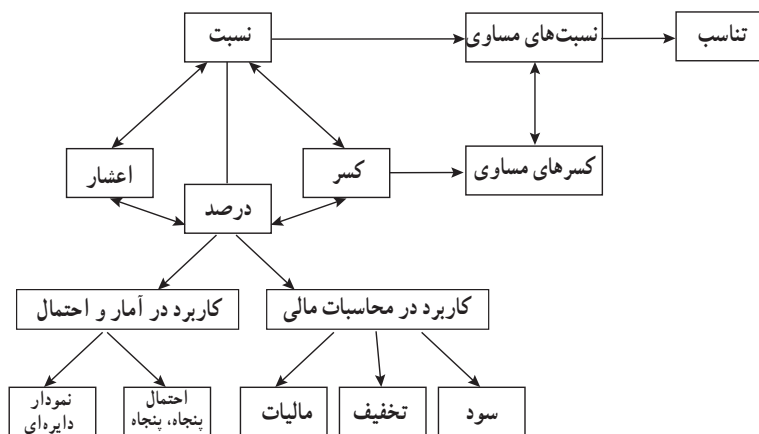
## تناسب و درصد



## نگاه کلی به فصل

این فصل شامل چهار درس است. در درس اول، مفهوم نسبت با کسر و اعشار مرتبط شده است و از طریق کسره‌های مساوی؛ نسبت‌های مساوی و جدول تناسب معرفی شده است. البته لازم به ذکر است که دانش‌آموزان با مفهوم نسبت و تناسب در سال گذشته آشنا شده‌اند، هدف این درس، آشنایی دانش‌آموزان با نسبت‌های کسری و ساده کردن و تبدیل آنها به کسر، سپس برقراری نسبت سه تایی و بیشتر بین کمیت‌های مرتبط است. در شروع درس دوم، چرایی استفاده از درصد به جای نسبت، کسر یا اعشار معنادار شده است. همچنین بر ارتباط نسبت، کسر و اعشار با درصد تأکید شده است. در درس سوم، با استفاده از مفهوم‌های سود، ضرر و تخفیف و ... دانش‌آموزان کاربرد درصد در محاسبات مالی را تجربه می‌کنند. در درس چهارم، کاربرد درصد در آمار و احتمال بررسی شده است. بدین صورت که در بحث آمار از درصد، برای رسم نمودارهای دایره‌ای استفاده شده است. در موضوع احتمال نیز دانش‌آموزان با استفاده از مفهوم پنجاه، پنجاه که همان  $50\%$  است برخی از احتمال‌ها را توصیف خواهند کرد.

### شبکه مفهومی



### تصویر عنوانی:

از آنجا که تأکید بر ارزش‌های یکی از عوامل فرهنگی در برنامه درسی ریاضیات است، هدف این تصویر نیز بزرگداشت مراسم روز اربعین در کربلا است که از آن به‌عنوان بزرگ‌ترین تجمع بشری یاد می‌کنند. در سال ۱۳۹۴، ۲ میلیون نفر از ۲۵ میلیون نفر شرکت کرده در این مراسم ایرانی بودند. در واقع، نسبت تعداد ایرانی‌های شرکت کرده به کل افراد را می‌توان با کسر  $\frac{۲}{۲۵}$  نمایش داد. نسبت  $\frac{۸}{۱۰۰}$  با این نسبت مساوی است. پس می‌توان نتیجه گرفت که  $\frac{۸}{۱۰۰}$  از شرکت‌کنندگان ایرانی و بقیه یعنی  $۹۲\% = ۱۰۰\% - ۸\%$  غیر ایرانی بودند. نمودار دایره‌ای بالای صفحه این اطلاعات و ارتباط نمایش به فرم کسری و به فرم درصد داده‌های ارائه شده را به خوبی نمایش می‌دهد. در نهایت، این اطلاعات با ایجاد انگیزه، زمینه را برای ورود به فصل تناسب و درصد آماده می‌سازد.

### دانستنی‌هایی برای معلم

نسبت، تناسب و درصد از مفاهیمی هستند که در زندگی روزمره بسیار استفاده می‌کنیم. در موضوعات درسی مختلف نیز همچنان با تناسب سرو کار داریم. در هندسه، نسبت تشابه اضلاع در مثلث‌های متشابه، نسبت محیط دایره به قطر و نسبت طلایی نمونه‌هایی از آن است.

در ریاضی، فیزیک، شیمی و ... مسئله‌های مرتبط با تناسب فراوان است. در طراحی نقشه راه‌ها، شهرها و ساختمان و همچنین در ماکت‌سازی با عنوانی به نام «مقیاس» از تناسب استفاده خواهیم کرد.

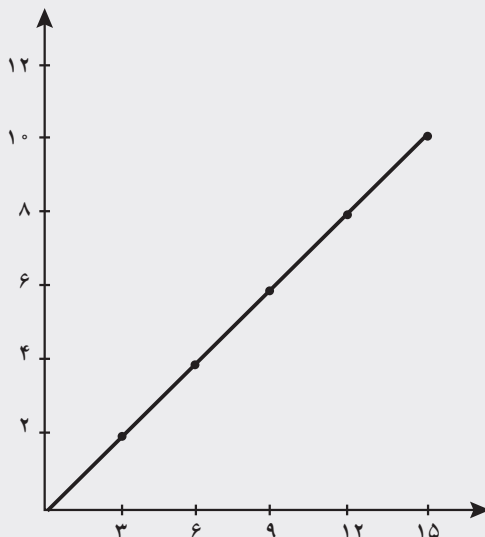
در ادامه نمایش نمودار تناسب را بررسی می‌کنیم، تناسب معکوس را توضیح می‌دهیم و به یکی از کاربردهای درصد در محاسبات مالی خواهیم پرداخت.

### خطی بودن نمودار دو کمیت متناسب:

فرض کنید برای بافتن هر دو کلاه بافتنی سه کلاف نخ لازم است. با افزایش تعداد کلاه، تعداد کلاف‌های نخ افزایش می‌یابد. می‌توان این افزایش را در جدول زیر نمایش داد.

تعداد کلاه	۲	۴	۶	۸
تعداد کلاف نخ	۳	۶	۹	۱۲

مشخص است که تعداد کلاه با تعداد کلاف‌ها متناسب‌اند. اگر دو یا چند کمیت متناسب باشند و این تناسب را نمودار (صفحه مختصات دکارتی) نمایش دهیم به صورت خطی یا همان معادله خط درجه ۱ خواهد بود.



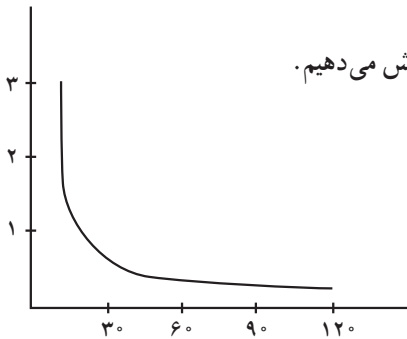
### تناسب معکوس:

در کتاب درسی فقط به تناسب مستقیم اشاره شده است. وضعیت‌هایی که در صورت افزایش یک کمیت، کمیت دیگر افزایش می‌یابد و یا به عکس (کاهش). اما وضعیت‌هایی نیز وجود دارد که در آن با افزایش یک کمیت، کمیت دیگر کاهش می‌یابد (یا برعکس) به این تناسب‌ها، تناسب معکوس گویند. به طور مثال اگر مقداری آذوقه برای سفر یک کشتی طوری تهیه شده است که برای ۲۰ نفر و ۱۲ روز مناسب باشد با افزایش تعداد نفرات به نسبت تعداد روزها کاهش می‌یابد.

یا مثال دیگر<sup>۱</sup>، اگر یک بارکش با سرعت ۶۰ Km/h حرکت کند، ۳۰ کیلومتر را در نیم ساعت طی می‌کند، ولی بارکش دیگری که با سرعت ۴۵ Km/h حرکت می‌کند، برای طی ۳۰ کیلومتر به ۴۰ دقیقه زمان نیاز دارد. سرعت کمتر شده است ولی زمان بزرگ‌تر شده است. زمان لازم برای طی ۳۰ کیلومتر در سرعت‌های مختلف در جدول زیر نمایش داده شده است.

۱- این مثال برگرفته از کتاب «ریاضیات برای معلمان» (انتشارات مدرسه) است.

سرعت Km/h	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۵	۵۰	۶۰	۱۲۰
زمان برای ۳۰ کیلومتر	$\infty$	۳	$۱\frac{۱}{۲}$	۱	$\frac{۲}{۳}$	$\frac{۳}{۵}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۴}$



حالا مقادیر جدول بالا را در یک نمودار نمایش می‌دهیم.

نمودار به دست آمده شبیه نمودار  $\frac{1}{x}$  است. همچنین در حالت حاصل ضرب زمان در سرعت همواره ثابت است.

$$۱۰ \times ۳ = ۳۰$$

$$۲۰ \times ۱\frac{۱}{۲} = ۲۰ \times \frac{۳}{۲} = ۳۰$$

### کاربرد درصد در سودهای بانکی :

علاوه بر کاربرد درصد در محاسبات مالی که در کتاب درسی آورده شده است، در سود بانکی نیز درصد کاربرد فراوان دارد.

سودهای بانکی به صورت درصد سالیانه معرفی و برای صاحبان پس انداز محاسبه می‌گردد. سود بانکی به دو طریق محاسبه می‌شود : سود بانکی ساده و سود بانکی مرکب. سود ساده از طریق فرمول زیر محاسبه می‌گردد :

$$I = \frac{PTR}{۱۰۰}$$

در این فرمول :

I= سود ساده پرداخت شده یا دریافت شده

R= نرخ سود یا بهره

P= مقدار پولی که در بانک پس انداز می‌شود

T= مدت زمان

به طور مثال: اگر رضا پول خود را به مبلغ ۳۰۰۰۰۰۰۰ تومان به مدت ۲ سال در بانک پس انداز کند بعد از دو سال پولی را که دریافت خواهد کرد به صورت زیر محاسبه می گردد.

(نرخ بهره یک ساله در ایران ۱۵٪ است)

$$\left. \begin{array}{l} R=15 \\ T=2 \\ P=30000000 \end{array} \right\} \Rightarrow I = 30000000 \times 2 \times \frac{15}{100} = 9000000$$

اما اگر بهره پول رضا را در پایان سال اول حساب کنیم مبلغ آن ۴۵۰۰۰۰۰ خواهد شد که رضا می تواند این مبلغ را دوباره در حساب خود پس انداز کند و از آن نیز سود دریافت کند به این سود، سود مرکب می گویند که از طریق فرمول زیر قابل محاسبه است:

$$A = P \left( 1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

که در آن:

$R$  = نرخ سود و  $P$  = سرمایه اولیه و  $n$  = تعداد سال های پس انداز و  $A$  = موجودی حساب

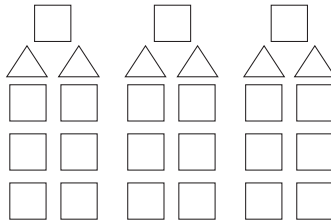
### توسعه مفاهیم

در درس اول گسترش مفهوم به این صورت اتفاق می افتد که دانش آموزان با توجه به نمودارهای صفحه ۱۱۳، متوجه می شوند که نمودار رابطه میان دو کمیت متناسب را نشان می دهد. در هر نقطه از این نمودار، نسبت عرض به طول مقداری ثابت است. به همین علت، نمودار به صورت یک خط راست است. در درس دوم، انتظار می رود که دانش آموزان بتوانند مسائل درصد را با مسائل کسر پیوند بزنند. در واقع قادر می شوند تفاوت این مسائل را با مسائل کسر درک کنند. در درس سوم نیز مسائل واقعی از درصد مطرح شده است. از طرفی مسائل درصد همیشه بهترین روش برای ارزیابی فهم دانش آموزان از درصد است. بنابراین گسترش مفهوم در این درس می تواند به این صورت باشد که دانش آموزان مسائل روزمره خود را که مربوط به درصد است، به صورت ذهنی و تقریبی محاسبه نمایند.

### نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

۱- نسبت پول ساسان به پول مریم ۷ به ۹ است. این نسبت را به صورت یک کسر، نمایش دهید.  
نسبت پول مریم به کل پول چقدر است؟

۲- با توجه به شکل نسبت تعداد مثلث‌ها به مربع‌ها را با سه نسبت مختلف بیان کنید.



۳- الف) در کدام یک از جدول‌های زیر تناسب برقرار می‌باشد؟ دور آنها خط بکشید.

۳	۱۵	۴	۱۶	۵	۳۰	۷	۴۹
۷	۳۵	۹	۸۱	۲	۷۵	۴	۲۸

ب) جدول‌های تناسب زیر را کامل کنید.

نیمکت	۱		۸		۱۳		اندازه ضلع	۱		۵	۱۱	
دانش‌آموز	۲	۶		۸		۲۲	محیط مثلث متساوی الاضلاع	۳	۹			۴۵

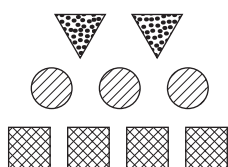
۴- جدول تناسب زیر را کامل کنید.

آهن	۱	۲				
نیکل	۳		۹			
مس	۴			۲۰		۲۴
آلیاژ	۸				۶۴	

۵- جدول زیر را با توجه به تبدیل واحدها و تناسب بین آنها، کامل کنید.

متر	۱	۳	۰/۵			
دسی متر	۱۰		۸			۰/۲
سانتی متر	۱۰۰			۵۰۰		
میلی متر	۱۰۰۰				۶۰	

۶- با توجه به شکل روبه رو :



الف) نسبت مثلث‌ها به مربع‌ها چقدر است؟

ب) نسبت مثلث‌ها به کل شکل‌ها چقدر است؟

پ) اگر ۱۴ مثلث داشته باشیم در مقابل آنها چند دایره وجود دارد؟

ت) اگر مجموع کل شکل‌ها ۴۵ باشد، تعداد هر یک از آنها را مشخص کنید.

۷- مهرداد برای به دست آوردن یک رنگ ویژه، ۵ لیتر رنگ قرمز، ۲ لیتر رنگ آبی و ۲ لیتر رنگ زرد را با هم مخلوط کرد. نسبت رنگ قرمز به کل مقدار رنگ چیست؟ برای تهیه ۱۸ لیتر از این رنگ چند لیتر رنگ قرمز نیاز دارد؟

۸- یک اتوبوس با سرعت ثابت حرکت می‌کند (مسافت پیموده شده با زمان صرف شده متناسب است). اگر اتوبوس ۱۲۰ کیلومتر را در ۵ ساعت پیماید، در ۸ ساعت چند کیلومتر را می‌پیماید؟

۹- حسین می‌خواهد ۵۰ عدد گردو را بین دو دوستش به نسبت  $\frac{1}{3}$  به  $\frac{1}{4}$  تقسیم کند. سهم هر یک از آنها را مشخص کنید.

۱۰- هر مولکول آب از یک اتم اکسیژن و ۲ اتم هیدروژن تشکیل شده است.

الف) نسبت تعداد اتم‌های اکسیژن به هیدروژن چقدر است؟

ب) در برابر ۲۰ اتم هیدروژن چند اتم اکسیژن وجود دارد؟

پ) در هر ۱۵۰ مولکول آب چند اتم هیدروژن و چند اتم اکسیژن وجود دارد؟



۱۱- نسبت طول پاره خط «دن» به «ل و»  $\frac{۳}{۵}$  و نسبت پاره خط «ل و» به «ک ش»  $\frac{۲}{۳}$  است. اگر مجموع هر سه پاره خط ۵۴ سانتی متر باشد، اندازه هر یک از آنها چند سانتی متر است؟

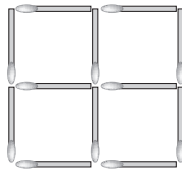
۱۲- نسبت مدادهای شایان به پوریا مثل  $\frac{۱}{۴}$  به  $\frac{۱}{۳}$  و نسبت مدادهای پوریا به دانیال مثل  $\frac{۱}{۳}$  به  $\frac{۱}{۴}$  است.

الف) نسبت مدادهای آنها را با عددهای طبیعی بیان کنید.

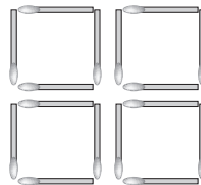
ب) نسبت مدادهای شایان به دانیال چقدر است؟

پ) نسبت مدادهای پوریا به کل مدادها چقدر است؟

۱۳- در کدام شکل تعداد چوب کبریت‌ها و تعداد مربع‌ها با هم متناسب‌اند؟ دلیل خود را بگویید.



(ب)



(الف)

۱۴- مانند نمونه تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\frac{۳}{۴} = \frac{\quad}{\quad} = ۷۵\%$$

$$\frac{۳}{۵} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$= \frac{\quad}{۵} =$$

$$\frac{۷}{۸} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{۱}{۳} = \frac{\quad}{\quad}$$

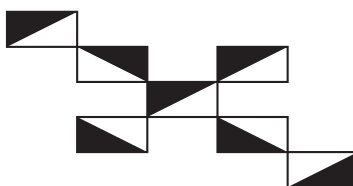
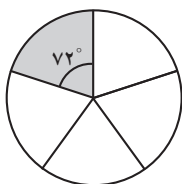
$$\frac{۵}{۶} = \frac{\quad}{\quad}$$

۱۵- وقتی می‌گوییم وزن یک کودک از بعد تولد تا یک سالگی ۲۰۰ درصد اضافه می‌شود، کدام

گزینه درست است؟

- الف) وزن کودک در طول اولین سال زندگی دو برابر می‌شود.  
 ب) وزن کودک در طول اولین سال زندگی سه برابر می‌شود.

۱۶- چند درصد از هر شکل رنگی است؟



- ۱۷- مهین با ۴٪ از ۳۰۰۰ تومان پولش یک جلد دفتر خرید. مینا هم با ۳٪ از ۴۰۰۰ تومان پولش یک روان نویس خریداری کرد. کدام یک بیشتر خرج کرده است؟

- ۱۸- کیان می‌خواهد یک شرکت تولیدی بازی‌های کامپیوتری با سرمایه اولیه ۲۰ میلیون تومان ثبت کند. اگر پس از ثبت شرکت ۲٪ درصد از سرمایه ثبت شده را به عنوان مالیات ثبت، پرداخت کند، چه مبلغی باید مالیات بپردازد؟

- ۱۹- فاصله دو شهر ۱۰۰۰ کیلومتر است. اگر شخصی ۵۴۰ کیلومتر آن را طی کند، چند درصد از مسیر باقی مانده است؟

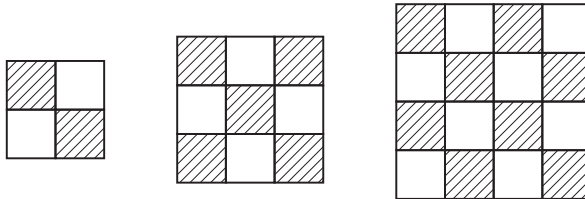
- ۲۰- با ساختن یک بزرگراه جدید، مدت زمانی که طول می‌کشد تا یک اتوبوس از یک شهر به شهر دیگر سفر کند، از ۲۵ دقیقه به ۲۰ دقیقه کاهش می‌یابد. زمان مسافرت بین دو شهر چند درصد کاهش یافته است؟

الف) ۴٪      ب) ۵٪      ب) ۲۰٪      ت) ۲۵٪

- ۲۱- علیرضا دو چرخه‌ای را با ۱۵٪ تخفیف ۱۷۰۰۰۰ تومان خرید. قیمت اولیه آن دو چرخه چقدر بوده است؟

الف) ۲۰۰ هزار تومان ب) ۱۸۵ هزار تومان پ) ۱۹۵ هزار تومان ت) ۲۱۰ هزار تومان

۲۲- در هر شکل نسبت مربع‌های سایه زده شده به کل شکل چقدر است؟



آیا این نسبت‌ها، با هم یک جدول تناسب تشکیل می‌دهند؟ چرا؟

۲۳- طول مستطیلی  $\frac{11}{4}$  عرض آن است.

الف) نسبت عرض مستطیل به محیط آن چقدر است؟

ب) عرض مستطیل چند درصد محیط آن است؟

۲۴- قیمت یک ساعت  $\frac{2}{5}$  قیمت یک رادیو است. اگر اختلاف قیمت آنها ۳۶۰۰۰ تومان باشد،

قیمت رادیو چند تومان است؟

۲۵- ۳۸٪ درختان باغ پدر محسن درخت بادام و بقیه درخت گردو هستند. اگر کل درختان باغ

او ۳۰۰ اصله باشند. تعداد هر یک از درختان بادام و گردو را مشخص کنید.

۲۶- حسن محصولات باغ مشهدی رحمان را خریده و با ۳٪ سود در مغازه‌اش می‌فروشد. در

صورتی که او گیلان را ۴۰۰۰ کیلویی تومان بخرد، باید با چه قیمتی در مغازه بفروشد؟

۲۷- قیمت یک دستگاه تلویزیون ۵۰۰۰۰۰ تومان است. به این کالا ۴٪ مالیات بر ارزش افزوده

(قبل از تخفیف) تعلق می‌گیرد. اگر امیر این تلویزیون را با ۱۵٪ تخفیف خریداری نماید. برای خرید،

چند تومان باید پرداخت نماید؟

۲۸- احمد ۳ جلد کتاب خرید، هر جلد ۳۷۰۰ تومان و ۵ عدد دفتر خرید، هر جلد ۷۵۰ تومان. اگر ۱۵٪ تخفیف گرفته باشد، چند تومان باید به فروشنده بدهد؟

۲۹- هر یک از جمله‌های زیر را با عدد یا کلمه‌های مناسب کامل کنید.

(الف) ۱۵ درصد تخفیف یعنی باید ..... درصد پرداخت شود.

(ب) ۵٪ یک کیلوگرم برابر ..... گرم است.

(پ) ۳٪ از ۴۰٪ یعنی ..... درصد.

(ت) ۴/۰، همان ..... درصد است.

(ث)  $\frac{2}{5}$ ، مساوی ..... درصد است.

۳۰- کلاسی ۳۵ دانش‌آموز دارد. ۲۳ نفر از آنها عضو کتابخانه هستند. کدام گزینه درباره دانش‌آموزان این کلاس نادرست است؟

(الف) بیش از  $\frac{3}{5}$  دانش‌آموزان عضو کتابخانه هستند. (ب) کمتر از  $\frac{3}{5}$  دانش‌آموزان عضو کتابخانه هستند.

(پ) بیش از ۶۰٪ دانش‌آموزان عضو کتابخانه هستند. (ت) بیش از  $\frac{3}{7}$  دانش‌آموزان عضو کتابخانه هستند.

۳۱- نسبت پول علی به میثم  $\frac{3}{5}$  به  $\frac{2}{3}$  است. این نسبت را به صورت ساده‌تر بیان کنید.

۳۲- ادامه جدول زیر را کامل کنید.

(ب) آیا بین تعداد مثلث‌ها و تعداد چوب کبریت‌ها در هر شکل تناسب برقرار است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)



تعداد مثلث	۳		
تعداد چوب کبریت	۶		

۳۳- الف) نسبت متر به میلی متر چند است؟

ب) نسبت متر به میلی متر مثل نسبت کیلوگرم به ..... است.

ج) نسبت ساتی متر به متر چند است؟

۳۴- نسبت پول امید به احسان مثل ۳ به ۲ است. اگر اختلاف پول آن ۱۸۰۰۰ تومان باشد، پول هریک از آنها چند تومان است؟

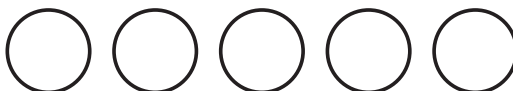
۳۵- در جدول زیر یک عدد کسری، یک عدد اعشاری و یک عدد به صورت درصد با هم مساوی هستند. آنها را پیدا کنید و رنگ کنید.

$\frac{5}{9}$	$\frac{8}{100}$	۸۰٪
۰/۵۹	۰/۸	۰/۴۵
$\frac{4}{5}$	۸٪	۴۵٪

۳۶- وصل کنید.

نسبت ۶ به ۸	•	•	۲۵٪
نسبت ۸۷۵ به ۱۰۰۰	•	•	$\frac{15}{20}$
ربع	•	•	$\frac{7}{8}$

۳۷- ۲۰٪ دایره های زیر را رنگ کنید.



۳۸- شیدا کتابی را با ۱۲٪ تخفیف ۱۳۲۰۰ تومان خریداری کرد. قیمت روی جلد کتاب قبل از تخفیف چند تومان بوده است؟

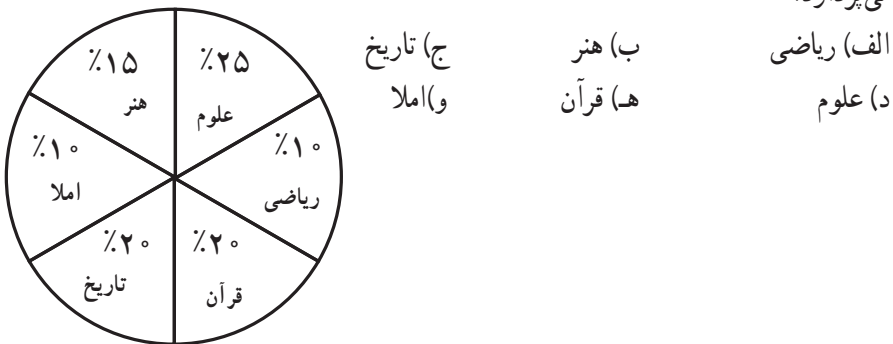
۳۹- قیمت یک یخچال ۱۲۰۰۰۰۰ تومان است و به آن ۵ درصد مالیات بر ارزش افزوده تعلق می‌گیرد. خریدار باید برای خرید یخچال چقدر پرداخت کند؟

۴۰- کرایه تاکسی مسیری از ۲۰۰۰ تومان به ۲۵۰۰ تومان تغییر کرده است. قیمت کرایه این مسیر چند درصد افزایش پیدا کرده است؟

۴۱- برای بافتن یک قالیچه، شیدا ۴ روز، آرزو ۳ روز و ملیکا ۵ روز کار کردند و روی هم ۹۶۰۰۰۰ تومان مزد گرفتند، مزد هریک را حساب کنید.

۴۲- رشد جمعیت کشوری ۲٪ در سال است. اگر جمعیت این کشور ۳۰۰۰۰۰۰۰ نفر باشد سال بعد جمعیت آن چند نفر است؟

۴۳- مانی ۱۲۰ دقیقه را برای انجام تکالیف اختصاص داد و آن را بین درس‌هایش تقسیم کرد. با استفاده از نمودار دایره‌ای حساب کنید که او چند دقیقه از وقتش را برای هریک از موضوعات زیر می‌پردازد؟



۴۴- در کیسه‌ای ۴ مهره سبز و یک مهره زرد قرار دارد: هر دفعه یک مهره را از کیسه خارج

کرده و سپس به کیسه برگردانده و نتیجه را ثبت کرده ایم. نتیجه  $5000$  بار آزمایش در جدول زیر آمده است.

سبز	زرد
۸۵٪	۱۵٪

الف) در چند آزمایش سبز مشاهده شده است؟

ب) در چند آزمایش زرد مشاهده شده است؟

### معرفی منابع

۱- ابراهیم زاده طاری، آمنه و اسلامی مسلم، بهزاد (۱۳۹۱). مجله رشد برهان ریاضی شماره ۶۶، دوره هجدهم.

۲- Van de Walle, J. A, Karp, K. S & Bay-Williams, J. M (۲۰۱۰). Elementary and Middle School Mathematics, Seven Editio

## رابطه طولی مفاهیم از پایه اول تا پنجم

روند ارائه تناسب و درصد

تناسب و درصد در پایه چهارم

۱- ایجاد رابطه با مفهوم نسبت توسط مفهوم اندازه گیری طول

۲- مفهوم سازی کسر به عنوان نسبت بین دو کمیت

تناسب و درصد در پایه پنجم

۱- مفهوم سازی نسبت

۲- معرفی نسبت های مساوی

۳- ایجاد ارتباط بین نسبت های مساوی با کسر های مساوی

۴- معرفی مفهوم تناسب

۵- به کار گیری تناسب بین دو کمیت متناسب با مجموعه شان

۶- به کار گیری تناسب بین دو کمیت متناسب با اختلاف شان

۷- مفهوم سازی درصد با کمک مفهوم نسبت

۸- معرفی مفهوم تخفیف

۹- مسائل مطرح شده در رابطه با درصد به طوری که جزء و کل معلوم و درصد مجهول باشد، کل

و درصد معلوم و جزء مجهول باشد، جزء و درصد معلوم و کل مجهول باشد.

روند ارائه آمار

• بر حسب مراحل جمع آوری داده ها (مشاهده، پرسش، استفاده از پرسشنامه، مراجعه به منابع و

اندازه گیری)

۱- مشاهده در پایه اول

۲- پرسش در پایه دوم

۳- اندازه گیری در پایه دوم

۴- استفاده از پرسشنامه در پایه پنجم

۵- استفاده از منابع جمع آوری اطلاعات در پایه پنجم

۶- جمع بندی روش های جمع آوری داده در پایه پنجم

• بر حسب مراحل نمایش داده ها (جدول داده ها، نمودار ستونی، نمودار تصویری، نمودار

دایره ای، نمودار خط شکسته)



- ۱- معرفی نمودار ستونی و نمودار تصویری در پایه دوم
  - ۲- معرفی نمودار دایره‌ای در پایه سوم / استفاده از نمودار دایره‌ای به کمک مفهوم درصد در پایه پنجم
  - ۳- معرفی نمودار خط شکسته در پایه چهارم
  - ۴- انتخاب نمودار مناسب تر از بین نمودارهای ستونی و تصویری در پایه دوم / از بین نمودار ستونی و دایره‌ای در پایه سوم / از بین تمام نمودارهای آموخته شده و بیان کردن دلیل انتخاب نمودار مورد نظر در پایه پنجم
  - ۵- استفاده از جدول داده‌ها از پایه اول تا پایه پنجم و معرفی رسمی جدول داده‌ها در پایه پنجم
  - ۶- معرفی میانگین داده‌ها با بازنمایی‌های هندسی و جبری در پایه پنجم
  - ۷- به کارگیری و محاسبه میانگین در پایه پنجم
- روند ارائه احتمال*
- ۱- معرفی مفهوم شانس در پایه دوم
  - ۲- معرفی احتمال حتمی، ممکن و غیر ممکن در پایه سوم
  - ۳- معرفی احتمال کمتر، بیشتر و مساوی در پایه دوم
  - ۴- معرفی حالت‌های ممکن در پایه سوم
  - ۶- معرفی حالت‌های ممکن با تکرار آزمایش در تعداد زیاد در پایه چهارم (تا ۲۰۰۰ مرتبه) و در پایه پنجم (تا ۱۰۰۰۰ مرتبه) و آمادگی برای احتمال با رویکرد ذهنی
  - ۷- معرفی بازی شانسی (عادلانه و ناعادلانه) در پایه پنجم

## جدول انتظارات عملکردی:

جدول انتظارات عملکردی فصل ششم ریاضی ششم

ردیف	عملکرد	مقیاس	خیلی خوب	خوب	قابل قبول	نیاز به تلاش
۱	می تواند نسبت های کسری را به شکل ساده تر بیان کند.					
۲	می تواند متناسب بودن یا نبودن را بررسی کند.					
۳	می تواند از نسبت برای مقایسه استفاده کند.					
۴	می تواند مسئله های نسبت و تناسب را حل کند.					
۵	می تواند درصد را به صورت کسری و اعشاری نمایش دهد.					
۶	می تواند برای مسئله های درصد جدول تناسب برقرار کند و آن را حل کند.					
۷	می تواند کسرهای بزرگ تر از واحد را به صورت درصد بزرگ ۱۰۰ نمایش دهد.					
۸	می تواند مسئله های مربوط به سود را حل کند.					
۹	می تواند مسئله های مربوط به تخفیف را حل کند.					
۱۰	می تواند مسئله های مربوط به مالیات را حل کند.					
۱۱	می تواند با کمک درصد نمودار دایره ای را رسم کند.					
۱۲	احتمال $50^\circ$ ، $50^\circ$ را به صورت تجربی درک می کند.					
۱۳	می تواند از آماری که به صورت درصدی از آزمایشات احتمال به دست آمده است استفاده کند.					

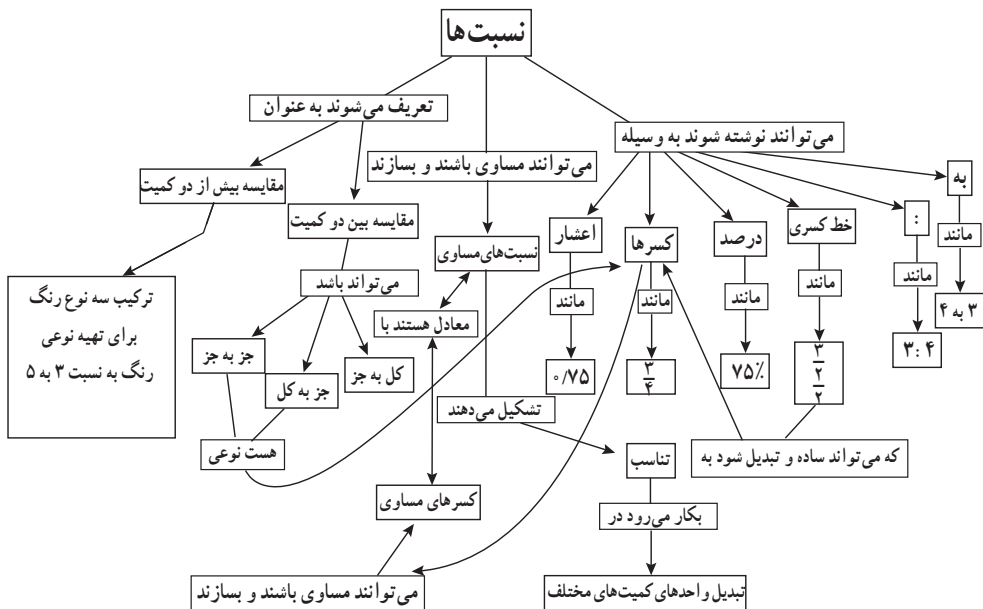


## کسر، نسبت و تناسب

### اهداف

- ۱- تبدیل نسبت به کسر یا اعشار و بالعکس
- ۲- آشنایی با نسبت‌های دو کمیتی که در آن کمیت اول یا دوم به فرم کسری است و ساده کردن و تبدیل آنها به کسر
- ۳- یادآوری نسبت‌های مساوی، کمیت‌های متناسب و نامتناسب
- ۴- معرفی جدول تناسب
- ۵- معرفی نسبت‌های سه تایی و بیشتر
- ۶- روشی برای یافتن جزء مجهول در نسبت‌های مساوی
- ۷- کاربرد تناسب در تبدیل واحدهای کمیت‌های مختلف مانند طول و جرم به یکدیگر

### نقشه مفهومی:



## روش تدریس:

## فعالیت ۱: (صفحه ۱۱۰)

در این فعالیت، هدف نمایش نسبت جزء به کل به صورت کسر یا اعشار است. دانش‌آموزان می‌توانند بین نسبت، کسر و اعشار در قالب یک مسئله برگرفته از دنیای واقعی ارتباط برقرار کنند. دانش‌آموزان در این فعالیت به طور ضمنی درک می‌کنند که بیشترین و کمترین مقدار یک نسبت جزء به کل، به ترتیب ۱ و صفر است. پیشنهاد می‌شود فعالیت شماره ۱ را در راستای این فعالیت در کلاس اجرا نمایید.

## فعالیت ۲: (صفحه ۱۱۲)

در این فعالیت دانش‌آموزان به طور مفهومی درک می‌کنند که مجموع مقادیر یک نسبت با هر یک از مقادیر آن نسبت، متناسب است. همچنین می‌توانند نسبت‌های بین دو کمیت را به صورت کسر بنویسند و به مقایسه نسبت‌ها بپردازند. معلم بهتر است بدون ارجاع دانش‌آموزان به کتاب، مسئله را روی تابلو بنویسد و با گروه‌بندی مناسب دانش‌آموزان، از آنها بخواهد به مسئله پاسخ دهند. پس از حل مسئله توسط دانش‌آموزان، راه‌حل‌های متفاوت آنان بررسی شود و پیرامون آنها گفتگو گردد. بعد از آن خوب است معلم به کتاب رجوع کند و با کمک دانش‌آموزان، فعالیت در کتاب، بررسی و تکمیل گردد. برای تشویق دانش‌آموزان خلاق می‌توان اسامی به کار رفته در کتاب را با اسامی دانش‌آموزان ارائه‌کننده آن راه‌حل‌ها تغییر داد. در قسمت «ج» این فعالیت برای اولین بار برای مقایسه نسبت‌ها از نمودار استفاده شده است. انتظار می‌رود دانش‌آموزان به کمک این نمودار نسبت‌ها را مقایسه کنند و پاسخ خود را توجیه نمایند.

## بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس:

در سؤال ۱ کاردرکلاس صفحه ۱۱۰، دانش‌آموزان برای اولین بار با نسبت‌های دو کمیتی که در آن کمیت اول یا دوم به صورت کسری است، آشنا می‌شوند. معلمان می‌توانند با انجام فعالیت دست‌ورزی مناسب (نظیر فعالیت پیشنهادی شماره ۲) و زدن مثال‌های برگرفته از دنیای واقعی درک آن را برای دانش‌آموزان تسهیل نمایند. دانش‌آموزان باید با توجه به دانسته قبلی‌شان از ارتباط بین نسبت و کسر و تبدیل نسبت و کسر به یکدیگر، نسبت داده شده را به فرم کسری بنویسند. انتظار می‌رود آنها بتوانند با دانستن اینکه خط کسری به منزله تقسیم است، با کمک تقسیم کسرها، این نسبت‌ها را ساده کرده و به صورت یک کسر بنویسند.

در سؤال ۲ این کاردرکلاس، هدف، یادآوری نسبت‌های مساوی و بازنمایی آن به صورت کسر و اعشار است.

در سؤال ۳ بازنمایی هندسی نسبت‌ها مشاهده می‌شود. در سؤال ۳ و ۴ کمیت‌های متناسب و نامتناسب در قالب حل مسئله برای دانش‌آموزان یادآوری شده است و به کمک آن جدول تناسب معرفی شده است. تفاوت این بخش با سال گذشته در این است که از دانش‌آموزان خواسته شده نسبت بین هر دو کمیت را یا یک کسر نمایش دهند.

سؤال ۶ به یک بدفهمی رایج دانش‌آموزان اشاره دارد. اضافه یا کم کردن یک عدد مخالف صفر در صورت و مخرج (مانند دو جدول صورتی و سبز رنگ در این سؤال) یا انجام دو عمل متفاوت ضرب و تقسیم در صورت و مخرج یک نسبت (مانند جدول نارنجی رنگ در این سؤال) از بدفهمی‌های رایج است. این بدفهمی ناشی از عدم درک تساوی کسرها است.

در سؤال ۷ نیز، دانش‌آموزان برای اولین بار با نسبت ۳ تایی مواجه می‌شوند. توجه داشته باشید که نسبت‌های بیش از ۲ تا را نمی‌توان با کسر نشان داد. این مورد می‌تواند نشان دهنده تمایز میان کسر و نسبت باشد. این سؤال باز پاسخ است و دانش‌آموزان می‌توانند پاسخ‌های متفاوتی را مطرح کنند. دانش‌آموزان باید درک کنند که عدد اول در یک نسبت، هر چند برابر که شد، اعداد دیگر را هم در همان عدد ضرب کنند تا نسبت بین هر دو کمیت یکسان باقی بماند.

در سؤال ۲ کاردرکلاس صفحه ۱۱۳، نسبت ۳ تایی مطرح شده است.

الف) نسبت آب به گلاب برابر است با ۲ به  $\frac{1}{2}$ . برای ساده کردن این نسبت می‌توان نوشت: پس  $\frac{4}{2} = 2 \div \frac{1}{2} = 2 \times 2 = 4$  می‌توان گفت که نسبت آب به گلاب ۴ به ۱ است.

آرد	۲	۴
آب	۲	
گلاب	$\frac{1}{2}$	
شکر	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{2}$

ب) چون مقدار آرد دو برابر شده است پس باید بقیه نسبت‌ها نیز دو برابر گردند تا تناسب برقرار باشد. اما باید توجه داشت که انتخاب ردیف و نام‌گذاری آنها نیز مهم است. چون مقدار شکر خواسته شده است، پس برای حل مسئله و رسیدن به جواب، تنها به دو ردیف آرد و شکر نیاز داریم. پس مقدار

شکر نیز دو برابر می شود و به  $\frac{5}{2}$  لیوان شکر نیاز داریم.



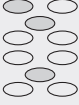




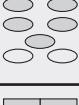
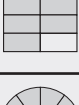

پ) این قسمت به طرح مسئله اختصاص دارد و دانش آموزان می توانند با انتخاب دو ردیف جدول مسئله های خود را طرح کنند و در کلاس بخوانند. دانش آموزان باید پیرامون مسائل طرح شده و درستی یا نادرستی آنها در کلاس گفت و گو نمایند.

در سؤال ۳ هدف پیدا کردن جزء مجهول در تساوی نسبت ها است. دانش آموزان همانند سال گذشته برای یافتن جزء مجهول، می توانند نسبت ها را ساده کنند و پاسخ را محاسبه نمایند. در سؤال ۴، همین هدف با کمک ماشین حساب و راهبرد حدس و آزمایش پیگیری می شود. دانش آموزان عدد داخل  را حدس می زنند. سپس حدس خود را با ماشین حساب بررسی می کنند. زمانی که پاسخ درست مربع را که  $\frac{1}{5}$  است، پیدا کردند با ضرب کردن  $10^\circ$  در  $\frac{1}{5}$  جواب  $15$  را برای  به دست می آورند. در سؤال ۵، روش دیگری برای حل این نوع مسائل مطرح شده است. دانش آموزان قبلاً با این روش در فصل کسرها آشنا شده اند.

### فعالیت های پیشنهادی:

فعالیت ۱؛ بازی: ارتباط نسبت، کسر و اعشار در بازنمایی های مختلف.

این بازی می تواند به جای فعالیت شماره ۱ صفحه ۱۱۰، در کلاس انجام شود. مجموعه کارت های بیوست شده را کپی کنید و از خط چین ها برش دهید. دانش آموزان را در گروه های ۲ نفره گروه بندی نمایید. ۴۸ کارت را در اختیار هر گروه قرار دهید. در هر گروه، هر دانش آموز ۶ کارت را به طور تصادفی بر می دارد و ۳۶ کارت باقی مانده مابین بازیکنان قرار داده می شود. هدف بازی، دستیابی به ۳ کارت مرتبط است که یک نسبت را بازنمایی کنند. بازیکنان، به نوبت از روی کارت های وسط یک کارت بر می دارند و یکی از کارت های در دستشان را به اختیار زیر کارت های وسط قرار می دهند. اولین بازیکنی که سه کارت به دست آورد که بازنمایی مختلف یک مقدار را نشان دهد، برنده است. بازیکن برنده باید ۳ کارت به دست آورده را برای اثبات ادعای پیروزی خود به بازیکن دیگر نشان دهد. برای طولانی کردن مدت بازی، می توان قوانین بازی را تغییر داد. مثلاً می توان به جای ۳ کارت بازنمایی کننده یک نسبت، ۴ کارت را مد نظر قرار داد. یا کارت های صفر و یک را از کارت ها کنار گذاشت یا به دست آوردن بازنمایی های معین مثل نسبت  $7$  به  $10$  را مد نظر قرار داد یا برای برنده شدن، کسب ۵ امتیاز را قرارداد کرد.

یک به ده		$\frac{1}{10}$	۰/۱
دو به ده		$\frac{2}{10}$	۰/۲
سه به ده		$\frac{3}{10}$	۰/۳
چهار به ده		$\frac{4}{10}$	۰/۴
پنج به ده		$\frac{5}{10}$	۰/۵
شش به ده		$\frac{6}{10}$	۰/۶
هفت به ده		$\frac{7}{10}$	۰/۷
هشت به ده		$\frac{8}{10}$	۰/۸
نه به ده		$\frac{9}{10}$	۰/۹
ده به ده		$\frac{10}{10}$	۱
صفر به ده		$\frac{0}{10}$	۰
یک	صفر	۱	۰

## فعالیت ۲ :

معلم، دانش‌آموزان را در گروه‌های دو نفره تقسیم می‌کند. به هر گروه سه نوار کاغذی یکسان می‌دهد که با اعداد ۱، ۲ و ۳ شماره گذاری شده‌اند. از هر گروه می‌خواهد یکی از دانش‌آموزان نوار شماره ۱ را بردارد و دو نوار دیگر را به دیگری دهد. از دانش‌آموزانی که نوار شماره ۱ را در اختیار دارند می‌خواهد نصف آن را رنگ کنند. از بقیه دانش‌آموزان می‌خواهد هر دو نوار را رنگ کنند. بدین ترتیب در کلاس، دو دسته دانش‌آموز وجود دارد. دسته اول، نوار شماره ۱ را در اختیار دارند که نیمی از آن را رنگ کرده‌اند. دسته دوم، دانش‌آموزانی هستند که دو نوار رنگ شده در اختیار دارند.

شماره ۱

شماره ۲

شماره ۳

معلم : چه کسری از یک نوار را رنگ کرده‌اید؟

دانش‌آموزان دسته اول :  $\frac{1}{2}$  نوار

دانش‌آموزان دسته دوم : ۲ نوار



معلم از هر گروه می‌خواهد نسبت مقدار رنگ شده توسط دسته اول به دسته دوم را بنویسند.

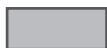
دانش‌آموزان : این نسبت  $\frac{1}{2}$  به ۲ است.

معلم از دانش‌آموزان دسته اول می‌خواهد قسمت رنگ شده را با قیچی جدا نمایند. از دسته دوم هم می‌خواهد به اندازه قسمت رنگ شده دسته اول، روی نوارهای خود، قسمت‌های رنگی ایجاد کنند و آنها را جدا نمایند.

معلم : چند قسمت رنگی دارید؟

دانش‌آموزان دسته اول : ۱ قسمت

دانش‌آموزان دسته دوم : ۴ قسمت





معلم : نسبت تعداد قسمت‌های رنگی حاصل شده از نوار شماره ۱ به تعداد قسمت‌های رنگی ایجاد شده در دو نوار دیگر را به صورت کسر بنویسید.

دانش‌آموزان : این نسبت ۱ به ۴ یا  $\frac{1}{4}$  است.

معلم : چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

دانش‌آموزان : نسبت  $\frac{1}{2}$  به ۲ برابر است با نسبت ۱ به ۴ یا کسر  $\frac{1}{4}$ .

فعالیت ۳: بازی : ارتباط بین نسبت و کسر

این بازی، یک بازی عادلانه است می‌تواند بعد از کار در کلاس شماره ۱، برای برقراری ارتباط بین نسبت و کسر انجام شود. دانش‌آموزان را به گروه‌های ۳ نفره تقسیم کنید. در این بازی دانش‌آموزان به مداد، کاغذ و یک تاس (سکه) نیاز دارند. این بازی ۲ نفره انجام می‌شود. دو دانش‌آموز تصمیم می‌گیرند زوج (رو) باشند یا فرد (پشت). فرض کنید دانش‌آموز اول فرد (پشت) و دانش‌آموز دوم زوج (رو) است. دانش‌آموز سوم، ناظر مسابقه است. او نسبت‌های مختلف (مانند : یک دوم به دو) را برای دانش‌آموزان می‌خواند. دانش‌آموزان باید این نسبت را به صورت کسر (یعنی :  $\frac{1}{4}$ ) بنویسند. دانش‌آموز سوم با کمک دو بازیکن، پاسخ‌ها را بررسی می‌کند. اگر یک دانش‌آموز درست و دیگری نادرست بنویسد، برنده مشخص است و دانش‌آموز درست نوشته یک امتیاز می‌گیرد. در صورتی که هر دو درست بنویسند، دانش‌آموز سوم تاس (سکه) می‌اندازد. اگر فرد (پشت) آمد، اولی برنده است، در غیر این صورت دومی یک امتیاز می‌گیرد. دانش‌آموز سوم (ناظر مسابقه) به خواندن نسبت‌های مختلف ادامه می‌دهد و امتیازها را یادداشت می‌کند. دانش‌آموزی برنده بازی است که زودتر ۵ امتیاز کسب کند. پس از اتمام مسابقه و مشخص شدن برنده، نوبت به رقابت برنده این مسابقه با نفر سوم (ناظر) می‌رسد. بازی مثل قبل بین این دو نفر اجرا می‌شود و برنده مسابقه جدید، برنده نهایی بازی است.

حل بعضی از تمرینات کتاب:

سؤال ۴ :

پتاس	۳	۱۵	۶۰
نیتروژن	۲	۱۰	۴۰
فسفات	۲	۱۰	۴۰
کود	۷	۳۵	۱۴۰

## سؤال ۶:

طول	۳	؟
جرم	۲۰	۷۰

$$? = \frac{3 \times 70}{20} = \frac{21}{2} = 10/5$$

سؤال ۷: هدف از این سؤال، طرح مسئله و دادن فرصت به دانش‌آموزان برای درک بهتر مفهوم تناسب و ایجاد زمینه‌ای برای بروز خلاقیت آنان است. دانش‌آموزان با درک درست مفهوم تناسب می‌توانند مسائل متفاوت و برگرفته از دنیای واقعی را طرح کنند.

سؤال ۸ به کاربرد تناسب در تبدیل واحدهای طول به یکدیگر اختصاص دارد.

متر	۱	۵/۷	متر	۱۰۰۰	۷۵۶
دسی‌متر	۱۰	۵۷	کیلومتر	۱	۰/۷۵۶
متر	۱	۱/۴۲۷			
ساتی‌متر	۱۰۰	۱۴۲/۷			

سؤال ۹ به کاربرد تناسب در تبدیل واحدهای جرم به یکدیگر می‌پردازد.

گرم	۱۰۰۰	۳۲۰	کیلوگرم	۱	۰/۳۲
کیلوگرم	۱۰۰۰	۳۲۸۰	کیلوگرم	۱۰۰۰	۸۴۷۳۵۰
تن	۱	۳/۲۸	تن	۱	۸۴۷/۳۵

سؤال ۱۰: این سؤال به بدفهمی دانش‌آموزان در نسبت‌های مساوی می‌پردازد. برخی از دانش‌آموزان فکر می‌کنند با اضافه کردن یک مقدار مساوی به هر یک از مقادیر یک نسبت، نسبت مساوی آن حاصل می‌شود. گزینه نادرست ۱۰۳، ۱۰۲ و ۱۰۵ است که از اضافه کردن ۱۰۰ به مقادیر

نسبت ۲، ۳ و ۵ حاصل شده است. برای رفع این بدفهمی، می‌توان با نوشتن دو به دوی این مقادیر به صورت کسر نشان داد که نسبت‌ها متناسب نیستند.  $\frac{۲}{۵} \neq \frac{۱۰۲}{۱۰۵}$  یا  $\frac{۳}{۲} \neq \frac{۱۰۳}{۱۰۲}$  در حالی که  $\frac{۲}{۵} = \frac{۳}{۲}$  یا  $\frac{۳}{۲} = \frac{۳}{۲}$

### توصیه‌های آموزشی:

- ۱- در این درس، بر مفهوم سازی ارتباط میان نسبت، کسر و اعشار تأکید گردد چرا که در درس بعدی، اعشار به عنوان واسطه‌ای برای تبدیل نسبت و کسر به درصد می‌باشد.
- ۲- در جدول‌های تناسب تأکید نمایید تا دانش‌آموزان اسامی کمیت‌های مختلف را کنار هر ردیف جدول بنویسند. چرا که این کار از بدفهمی‌ها و سر درگمی‌های آنان در حل مسائل تناسب پیشگیری می‌نماید و تسهیل کننده روند حل مسئله است.

### بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان:

توجه داشته باشید که برای نوشتن نسبت‌های مساوی می‌توان تمام مقادیر یک نسبت را در یک عدد مخالف صفر، ضرب یا بر یک عدد مخالف صفر تقسیم کرد، مانند:

$$\frac{۲ \times ۴}{۹ \times ۴} = \frac{۸}{۳۶} = \frac{۸ \div ۲}{۳۶ \div ۲} = \frac{۴}{۱۸}$$

برخی از دانش‌آموزان در ساده کردن نسبت‌ها یا نوشتن نسبت‌های مساوی، مقادیر یک نسبت را با یک عدد مخالف صفر جمع یا تفریق می‌کنند. در نسبت‌های ۲ تایی نیز صورت را در یک عدد مخالف صفر ضرب و مخرج را بر آن عدد تقسیم می‌کنند یا بالعکس. مانند نسبت‌های زیر:

$$\frac{۳+۷}{۵+۷} \neq \frac{۱۰}{۱۲} \quad \frac{۱۵-۵}{۱۹-۵} \neq \frac{۱۰}{۱۴} \quad \frac{۴ \times ۲}{۱۴ \div ۲} \neq \frac{۸}{۷} \quad \frac{۱۶ \div ۴}{۱۴ \div ۲} \neq \frac{۴}{۲}$$

برای رفع این بدفهمی‌ها در نسبت‌های ۳ تایی و بیشتر نیز از دانش‌آموزان بخواهید مقادیر را دویه دو در نظر بگیرند و با نوشتن آنها به صورت کسر، عدم برقراری تساوی بین نسبت‌ها را مشاهده نمایند و به بدفهمی خود پی ببرند.

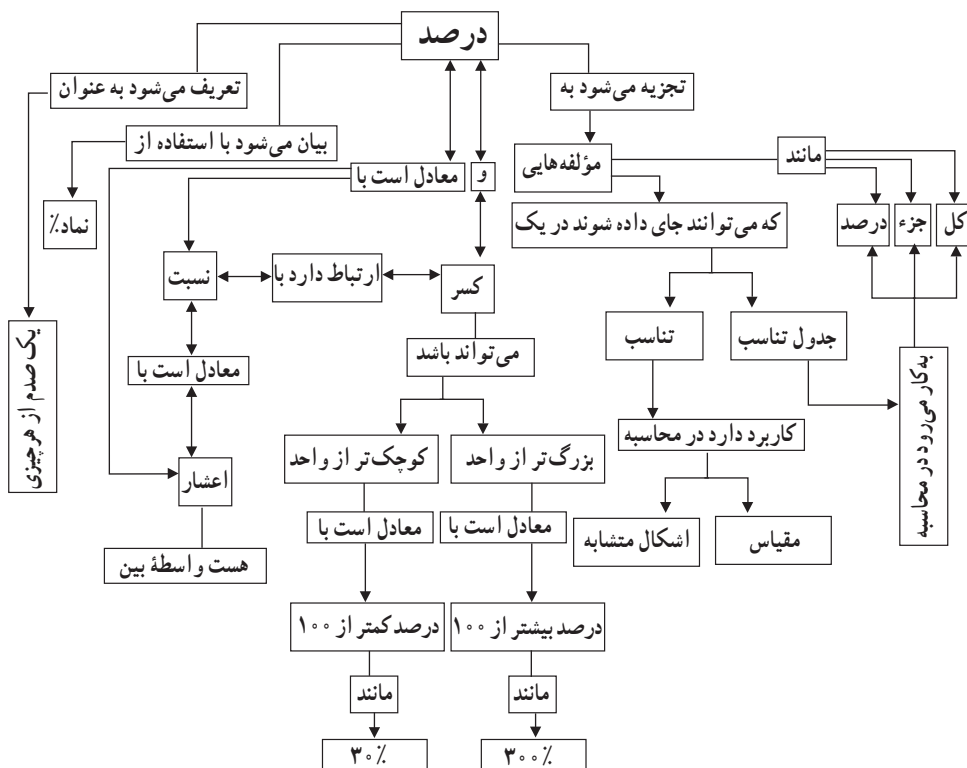


## درصد

### اهداف

- ۱- یادآوری درصد و رابطه‌ی آن با عددهای اعشاری و کسری
- ۲- تبدیل کسرهایی که نتوان کسر مساوی با آن با مخرجی با ضرب  $۱۰$  را نوشت به عدد اعشاری با استفاده از تقسیم صورت بر مخرج کسر
- ۳- معرفی درصدهای بیشتر از  $۱۰۰$  و مضربی از  $۱۰۰$
- ۴- تخمین زدن درصد
- ۵- معرفی مقیاس

### شبکه مفهومی



## روش تدریس:

## فعالیت ۱: (صفحه ۳۲)

دانش‌آموزان در سال گذشته با مفهوم درصد آشنا شده‌اند و به کمک جدول تناسب مسئله‌های درصد را حل کرده‌اند. هدف کلی این فعالیت، نمایش رابطه بین کسر و عدد اعشاری و درصد است. در قسمت (الف) دانش‌آموزان باید کسر را به عدد اعشاری تبدیل کنند که برای این کار می‌توانند از روش‌های زیر استفاده کنند.

(روش اول) کسر مساوی با آن و با مخرج‌های  $۱۰$ ،  $۱۰۰$  یا  $۱۰۰۰$  را نوشته و سپس آنها را به عدد اعشاری تبدیل کنند. مانند:

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0.6 \quad \text{یا} \quad \frac{3}{5} = \frac{60}{100} = 0.60$$

(روش دوم) با تقسیم صورت بر مخرج کسر، آن را به صورت یک عدد اعشاری بنویسند، مثلاً:

$$\frac{7}{8} = 7 \div 8 = 0.875$$

از هر دو روش فوق می‌توان برای تبدیل کسر به درصد استفاده نمود. مثلاً:

$$\frac{6}{10} = \frac{60}{100} = 60\%$$

$$\frac{1}{8} = 0.125 = \frac{125}{1000} = \frac{12.5}{100} = 12.5\%$$

با انجام این فعالیت انتظار می‌رود که دانش‌آموزان به این نتیجه برسند که یک عدد می‌تواند با بازنمایی‌های مختلف مثل کسر، اعشاری و یا درصد بیان شود و این مفاهیم قابل تبدیل به یکدیگر هستند.

## فعالیت ۲: (صفحه ۱۱۶)

قسمت (الف) به یکی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان که هنگام محاسبه درصد، نسبت جزء را به  $۱۰۰$  نمی‌سنجند، اشاره دارد. مثلاً در این فعالیت که کل فرفره‌ها  $۵۰$  عدد و شامل  $۱۶$  تا آبی و  $۳۴$  تا صورتی است، تعداد آبی را  $۱۶$  درصد و صورتی را  $۳۴$  درصد در نظر می‌گیرند. هدف از آورده شدن این بدفهمی این است که با ایجاد فضایی مناسب برای بحث و گفتگو راجع به آن، اگر دانش‌آموزی دارای این نوع بدفهمی است متوجه اشتباه خود شود و راه حل درست را جایگزین بدفهمی خود کند. پیشنهاد می‌شود برای انجام این فعالیت دانش‌آموزان نظر و استدلال خود را در مورد درستی یا نادرستی پاسخ به این سؤال بگویند و در مورد آن در کلاس بحث و گفتگو انجام دهند، سپس از

هر راهی که می‌توانند به سؤال پاسخ دهند. آنگاه پاسخ‌ها روی تخته نوشته شده و دسته‌بندی شوند و در انتها به کتاب رجوع شود و پس از مقایسه پاسخ‌هایشان با راه‌حل‌های کتاب، آنها را کامل کنند. با این روش، بدفهمی دانش‌آموزان از بین می‌رود و با روش‌های چندگانه برای حل یک مسئله نیز آشنا می‌شوند.

### فعالیت ۳: (صفحه ۱۱۸)

هدف این فعالیت معرفی درصدهای بیشتر از ۱۰۰ است. بهتر است ابتدا قبل از شروع فعالیت، در مورد درصدهای بالای ۱۰۰ با دانش‌آموزان گفتگویی صورت گیرد و در مورد اینکه آیا چنین درصدی می‌تواند وجود داشته باشد یا خیر بحث شود و در آخر با کمک دانش‌آموزان مثال‌هایی از درصدهای بالای ۱۰۰ مطرح شود. سپس از دانش‌آموزان خواسته شود که این سؤال را با روش‌های مختلف حل کنند و پس از بررسی پاسخ‌ها در کلاس، در آخر به تکمیل فعالیت بپردازند. دانش‌آموزان با استفاده از ارتباطی که بین کسر و نسبت و اعشار وجود دارد می‌توانند به صورت زیر آن را حل کنند.

$$\frac{1}{5} = \frac{15}{100} = \frac{150}{1000} = 150\%$$

همچنین می‌توانند از راهبرد رسم شکل نیز برای حل این مسئله استفاده کنند.



تولید گندم پارسال

تولید گندم امسال

مقدار برداشت گندم امسال برابر است با کل گندم پارسال که برابر ۱۰۰٪ و نصف آن که برابر با ۵۰ درصد است، پس نسبت گندم امسال به سال گذشته برابر است با

$$\frac{150}{100} = 150\% = \frac{15}{10}$$

**سؤال ۲—** هدف این سؤال معرفی درصدهای بیشتر از ۱۰۰ که مضرب‌هایی از ۱۰۰ هستند، می‌باشد. چون در ۱ سالگی وزن خواهر علی ۳ برابر وزن تولدش شده است بنابراین اگر وزن او را در موقع تولد ۱۰۰٪ در نظر بگیریم حالا وزن او ۳ تا ۱۰۰٪ یعنی ۳۰۰٪ شده است.

### بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

کار در کلاس صفحه ۱۱۵ : هدف کار در کلاس ۱ یادآوری نسبت جز به کل با بازنمایی‌های کلامی، کسری و درصد است و تأکیدی است بر اینکه مجموعه کل رنگ‌ها در آخر همان واحد و یا  $۱۰۰\%$  را می‌سازند.

سؤال ۲ : هدف، درک ارتباط بین بازنمایی‌های تصویری، کسری، اعشاری و درصد یک عدد است.

سؤال ۳ : در این سؤال دانش‌آموزان پی می‌برند که با هر نسبت دلخواهی نوار را رنگ کرده باشند، سطر آخر جدول همه دانش‌آموزان با هم یکسان می‌شود و مجموع درصدها  $۱۰۰\%$  را به دست می‌آید. این سؤال یک پیش‌سازمان دهنده برای حل مسائل مربوط به درصد است.

سؤال ۴ : هدف، یادآوری  $۰\%$  و  $۱۰۰\%$  و مکمل‌های درصدها برای ساختن  $۱۰۰\%$  است. همچنین در این سؤال دانش‌آموزان با بازنمایی کلامی خمس برای  $۲۰\%$  آشنا می‌شوند.

کار در کلاس – (ص ۱۱۷)

۱- دانش‌آموزان در سال گذشته با رنگ کردن قسمت‌هایی از شکل‌های  $۱۰۰$  تایی آشنا شده‌اند و آن را به صورت کسر و یا درصد نوشته‌اند. اما اکنون باید درصدی از یک صفحه  $۲۵$  تایی را رنگ کنند. برای حل این سؤال ابتدا باید محاسبه شود که  $۲۰\%$  برابر با چند خانه از صفحه است.

تعداد خانه‌های رنگی	۲۰	۵
کل خانه‌ها	۱۰۰	۲۵

همچنین می‌توان گفت به دلیل اینکه  $۲۰$  درصد همان خمس یا  $\frac{۱}{۵}$  است بنابراین با استفاده از ضرب کسرها  $\frac{۱}{۵}$  از  $۲۵$  تا برابر است با  $۵$  خانه.

کار در کلاس – (ص ۱۱۸)

۱- هدف، نمایش تصویری مفهوم درصدهای بالای  $۱۰۰$  است که دانش‌آموزان باید با توجه به تصاویر، درصد مربوط به آن را بنویسند.

۲- هدف، برقراری ارتباط میان بازنمایی‌های مختلف یک عدد به صورت کسری و اعشاری و درصد روی محور اعداد و تأکید بر معادل بودن آنها است.

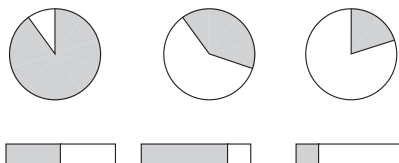
۳- هدف این سؤال تخمین درصد است و دانش‌آموزان باید از بین درصدهایی که به صورت تقریبی نمایش داده شده‌اند، نزدیک‌ترین درصد به بخش رنگ شده را انتخاب کنند. دانش‌آموزان می‌توانند برای حدس زدن بخش رنگی، ۵۰ درصد یا همان نصف را به عنوان یک معیار در نظر بگیرند.

### فعالیت‌های پیشنهادی

این بازی برای تثبیت و تعمیق درک رابطه بین درصد و کسر و اعشار به کار می‌رود. برای انجام این بازی دانش‌آموزان را در گروه‌های ۲ نفره قرار داده و برگه‌های پرینت گرفته شده را به آنها می‌دهیم و از افراد هر گروه می‌خواهیم تا تمامی آنها را برش دهند و از هم جدا کنند. سپس همه کارت‌های کسری را به پشت (طوری که اعداد آن معلوم نباشد) در وسط بگذارند و کارت‌های اعشاری را به یک نفر و کارت‌های درصد را به نفر دیگر بدهند و برای شروع بازی یکی از کارت‌های وسط را به رو برگردانند. هر کدام از دانش‌آموزان که توانست سریع‌تر کارت معادل آن را روی کارت وسط بگذارند مثلاً کارت ۷۵٪ را روی  $\frac{3}{4}$  قرار دهد، هر دو کارت مال او می‌شود. با ادامه دادن بازی هر کس که کارت‌های بیشتری به دست آورد، برنده است و توسط دیگر گروه‌ها تشویق می‌شود.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{6}{10}$
۶۰٪	۲۰٪	۴٪	۲۵٪	۷۵٪	۵۰٪
۰/۷۵	۰/۰۴	۰/۲۵	۰/۵۰	۰/۶۰	۰/۲۰

**فعالیت ۲:** این فعالیت برای ایجاد مهارت در تخمین زدن درصد به کار برده می‌شود. هر بار یکی از تصاویر زیر توسط معلم به دانش‌آموزان نشان داده می‌شود و از هر گروه خواسته می‌شود تا پس از مشورت، درصد رنگ مورد نظر را حدس بزنند. سپس درصدها روی تخته نوشته می‌شود و گروهی که حدس دقیق‌تری زده است برنده می‌شود.





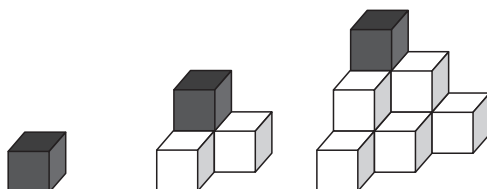
## حل بعضی از تمرینات کتاب

## تمرین ص ۱۲۰

۵- هدف، به دست آوردن درصد حجم مکعب رنگی در هر شکل است. در این سؤال ممکن است دانش آموزان در شمارش مکعب‌ها اشتباه کنند و مکعب‌هایی را که در شکل دیده نمی‌شوند را بشمارند. مثلاً تعداد مکعب‌های شکل دوم را ۳ و تعداد مکعب‌های شکل سوم را ۶ تا در نظر بگیرند. برای دانش‌آموزانی که نمی‌توانند مکعب‌های زیرین را در نظر بگیرند می‌توان فرصتی برای دست ورزی فراهم کرد تا مکعب‌ها را بچینند و بشمارند. ممکن است برخی از دانش‌آموزان بتوانند الگویی برای شمارش مکعب‌ها پیدا کنند:

$$۱ + (۱+۲) = \text{تعداد مکعب‌های ردیف دوم} + ۱ = \text{تعداد مکعب‌های شکل ۲}$$

$$۱ + (۱+۲) + (۱+۲+۳) = \text{تعداد مکعب‌های ردیف سوم} + \text{تعداد مکعب‌های ردیف دوم} + ۱ = \text{تعداد مکعب‌های شکل ۳}$$



شماره شکل	۱	۲	۳
تعداد مکعب	۱	۴	۱۰
درصد بخش رنگی	$\frac{1}{1} = ۱۰۰\%$	$\frac{1}{4} = ۲۵\%$	$\frac{1}{10} = ۱۰\%$

۶- هدف این سؤال آشنایی با مفهوم مقیاس است. در قسمت (الف) دانش‌آموزان باید بتوانند با توجه به طول و عرض واقعی خانه و مقیاس طول و عرض خانه روی نقشه را به دست آورند و نسبت بین طول و عرض روی نقشه را به طول و عرض واقعی به دست آورند و در قسمت (ب) با توجه به اندازه روی نقشه اندازه واقعی اتاق را به دست آورند.

(الف)

نقشه (س م)	۱	۳۰
واقعی (س م)	۴۰	۱۲۰۰

نقشه (س م)	۱	۲۰
واقعی (س م)	۴۰	۸۰۰

$$\frac{\text{طول روی نقشه } ۳۰}{\text{طول واقعی } ۱۲۰۰} = \frac{۱}{۴۰} = ۲/۵\% = ۰/۰۲۵$$

$$\frac{\text{عرض روی نقشه } ۲۰}{\text{عرض واقعی } ۸۰۰} = \frac{۱}{۴۰} = ۲/۵\% = ۰/۰۲۵$$

ب) با توجه به نقشه طول اتاق ۳/۲ متر است.

نقشه (س م)	۱	۸
واقعی (س م)	۴۰	۳۲۰

متر	۱	۳/۲
سانتی متر	۱۰۰	۳۲۰

۹- در این سؤال دانش آموزان باید ابتدا قسمت‌ها را یکسان کنند و سپس درصد هر کدام را

بنویسند.

$$\frac{\text{سبز}}{\text{کل}} = \frac{۴}{۱۶} = \frac{۲۵}{۱۰۰} = ۲۵\%$$

$$\frac{\text{زرد}}{\text{کل}} = \frac{۱۲}{۱۶} = \frac{۳}{۴} = \frac{۷۵}{۱۰۰} = ۷۵\%$$

### توصیه‌های آموزشی

یادآوری مفهوم درصد برای دانش‌آموزان همراه با مثال‌ها و موقعیت‌های مختلف باشد و روی درک مفهومی از آن تأکید شود زیرا درک عمیق از این مفهوم موجب عملکرد بهتری در محاسبات مالی درس بعد می‌گردد.

### بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

برخی از دانش‌آموزان نمی‌توانند درصدهای بالای ۱۰۰ را به عنوان درصد در نظر بگیرند. احتمالاً این دانش‌آموزان بلکه معنی درصد را به صورت جزئی در صد تا درک کرده‌اند و نسبت هر چیزی را به ۱۰۰ نمی‌سنجند.

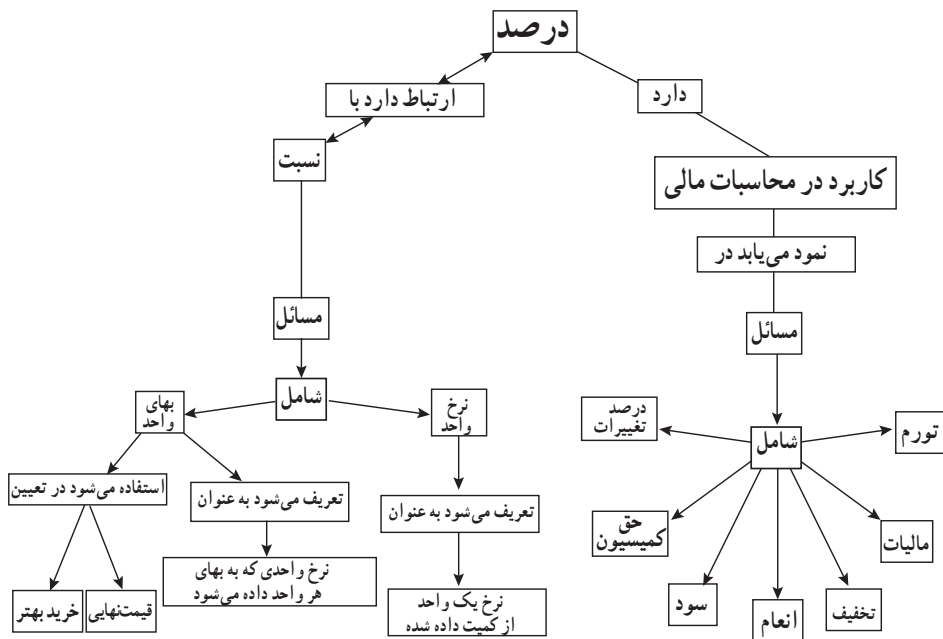


## کاربرد درصد در محاسبات مالی

### اهداف

- ۱- آشنایی دانش‌آموزان با کاربردهای درصد در دنیای واقعی
- ۲- آشنایی دانش‌آموزان با کاربرد درصد در محاسبات مالی
- ۳- آشنایی با مفاهیم سود، تخفیف و مالیات و کاربرد آنها در زندگی واقعی
- ۴- حل مسائل درصد با موضوع مالی

### شبکه مفهومی



### روش تدریس

دانش‌آموزان با مفهوم درصد آشنایی کامل دارند و هدف این درس کاربرد درصد در زندگی واقعی به ویژه در ریاضیات مالی است. بنابراین در فعالیت اول این درس، مثال‌های واقعی از درصد در زندگی روزمره آورده شده است. پیشنهاد می‌شود قبل از شروع این درس، از دانش‌آموزان بخواهیم

با استفاده از یک منبع معتبر، خبری که در آن از درصد استفاده شده است را به کلاس بیاورند و سپس هر کس خبر خود را در کلاس بخواند و در مورد کمکی که درصد در آسان کردن انتقال خبر کرده است بحث کنند.

با انجام فعالیت قبل دانش‌آموزان تا حدودی کاربرد درصد را در زندگی واقعی خود حس می‌کنند. اما هدف این درس آن است که دانش‌آموزان کاربرد درصد را در ریاضیات مالی ببینند. در ریاضیات مالی با مفاهیمی مانند سود، زیان و تخفیف سرو کار داریم و دانش‌آموزان با توجه به تجربیاتشان در زندگی روزمره با این مفاهیم کم و بیش آشنا هستند. لذا معلم کافی است با ایجاد یک زمینه واقعی در کلاس درس این مفاهیم را با دانش‌آموزان مرور کند. زمینه‌هایی مانند بانک‌دار و مشتری، فروشنده و خریدار و ... موقعیت‌هایی غنی برای کار با این مفاهیم هستند.

در دو فعالیت بعدی نمونه‌هایی از مسائل درصد که در ریاضیات مالی کاربرد دارند با استفاده از زمینه سود و تخفیف آورده شده است. در اولین فعالیت با استفاده از مفهوم سود، دو سؤال مطرح شده است. در سؤال اول، قیمت فروش یک کالا پس از سود ۲۰ درصد خواسته شده است. با توجه به اینکه مفهوم سود به معنای ارزشی است که به مقدار اولیه اضافه می‌شود دانش‌آموزان برای به‌دست آوردن قیمت فروش باید ۲۰ درصد بیشتر از قیمت اولیه را حساب کنند. در سؤال دوم نیز روی مفهوم سود کار شده است با این تفاوت که در اینجا قیمت فروش با احتساب سود ۲۰ درصد داده شده است و این بار دانش‌آموزان باید قیمت اولیه را محاسبه کنند. سؤال‌های فعالیت دوم نیز مشابه فعالیت اول است با این تفاوت که در این فعالیت با استفاده از مفهوم تخفیف چنین سؤال‌اتی مطرح شده است.

دانش‌آموزان مفهوم درصد را در سال‌های گذشته آموخته‌اند و از طرفی مفاهیمی مانند سود، زیان و تخفیف را با آنها مرور کردیم انتظار می‌رود آنها بتوانند به صورت فردی یا گروهی قادر به حل سؤال‌های فعالیت‌ها باشند. لذا پیشنهاد می‌شود فرصت تفکر و حل انفرادی سؤال‌ها را برای دانش‌آموزان فراهم کنید به این صورت که ابتدا سؤال‌های فعالیت در یک کاربرگ به آنها داده شود. ابتدا به صورت فردی و سپس به صورت گروهی سؤال‌ها را حل کنند. سپس گروه‌های مختلف ایده‌ها و راه‌حل‌های خود را در کلاس مطرح کنند و درباره درستی آن راه‌حل‌ها در کلاس بحث و گفت‌وگو کنند. پس از بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان، فعالیت کتاب در کلاس انجام شود. در حین حل کتاب دانش‌آموزان متوجه خواهند شد که راه حل‌های بعضی از دوستانشان همان روش‌های شهرزاد یا پدرش بودند.

### بررسی بعضی از سؤال های کاردرکلاس

۱- در سؤال ۳ کار در کلاس صفحه ۱۲۱، دانش آموزان می بینند که درصد همیشه یک عدد طبیعی نیست و ممکن است به صورت یک عدد اعشاری بیان شود. در واقع در این سؤال از درصدهایی که در دنیای واقعی کاربرد دارند استفاده شده است تا دانش آموزان متوجه شوند که تنها اعداد طبیعی برای درصد استفاده نمی شود. باید توجه کرد که استفاده از اعداد اعشاری در بیان درصد با هدف سخت تر شدن محاسبات یا درگیر کردن بچه ها در محاسبات پیچیده نیست چرا که استفاده از ماشین حساب پیشنهاد شده است. (حل با استفاده از جدول تناسب باید نوشته شود)

۲- در سؤال ۲ کاردرکلاس صفحه ۱۲۳، ممکن است دانش آموزان تصور کنند چون درصد سود فرش دوم بیشتر است بنابراین سود آن نیز نسبت به فرش اول بیشتر است. در صورتی که پس از محاسبه متوجه می شوند که این طور نیست زیرا (راه حل)

در اینجا پیشنهاد می شود این سؤال مطرح شود «چرا این اتفاق افتاد؟» و سپس با بحث و گفت و گو در کلاس، دانش آموزان نتیجه بگیرند که همواره واحد و مقداری که نسبت به آن درصد محاسبه می شود، اهمیت دارد.

۳- در سؤال ۳ کاردرکلاس صفحه ۱۲۵، مقدار «درصد پرداخته شده» در صورت سؤال آورده شده است در صورتی که معمولاً در سؤال ها، درصد سود و تخفیف بیان می شود. در اینجا دانش آموزان باید با استفاده از کل که ۱۰۰٪ است و «درصد پرداخته شده» درصد تخفیف را به صورت زیر محاسبه کنند. (راه حل)

### فعالیت های پیشنهادی

در شروع فعالیت به دانش آموزان می گوئیم که در این فعالیت قرار است شرایط سه بانک به آنها گفته شود و آنها باید تصمیمی بگیرند «از کدام بانک وام بگیرند؟» که البته اگر بخواهیم فقط بر اساس میزان سود مشارکتی که بانک ها برای وام ها در نظر می گیرند تصمیم بگیرند، کار چندان سختی نیست، ولی حساب و کتاب واقعی زندگی پیچیدگی های بیشتری دارد. زیرا بعد از گذشت مثلاً ده سال دیگر، هم درآمدها و هم مخارج زندگی تغییر می کند، برای همین ده سال دیگر ۲۰۰۰۰۰ تومان دقیقاً همین ارزشی که الان دارد، نخواهد داشت. اما قرار است آنها در اولین تجربه محاسبات بانکی، پیچیدگی های زندگی بزرگ ترها را رها کنند و بانک ها فقط بر اساس سود مشارکتی که هر بانک

می خواهد برای وامش بگیرد، انتخاب کنند.

از دانش آموزان بخواهید که فرض کنند می خواهیم  $20^\circ$  میلیون تومان را برای خرید، وام بگیرند. در شهر آنها سه بانک مختلف حاضرند  $20^\circ$  میلیون تومان به آنها وام بدهند و بعد در طول ده سال، هر ماه بخشی از پول وام را از آنها پس بگیرند. به این پولی که بعد از گرفتن وام، هر ماه باید به بانک پرداخت کنند، قسط ماهانه می گویند. شرایط بازپرداخت وام بانک ها با هم متفاوت است و آنها باید یکی از این سه بانک را انتخاب کنند.

شرایط بانک اول به این شکل است که در طول ده سال هر ماه  $200000^\circ$  تومان باید قسط پرداخت کنید. در بانک دوم، باید سال اول هر ماه  $135000^\circ$  تومان قسط پرداخت کنید و هر سال هم  $1^\circ$  درصد به قسط هایی که سال قبل پرداخت می کردید، اضافه می شود. یعنی سال دوم باید هر ماه  $148500^\circ$  تومان قسط بدهید، در سال سوم، هر ماه  $163350^\circ$  تومان، و به این شکل قسط های ماهانه بانک، هر سال بیشتر می شوند.

در بانک سوم، سال اول باید هر ماه فقط  $75000^\circ$  تومان قسط پرداخت کنید. هر سال هم  $300000^\circ$  تومان به قسط های ماهانه سال قبل اضافه می شود. یعنی سال دوم باید ماهانه  $105000^\circ$  تومان پرداخت کنید و قسط ها هر سال زیاد می شود.

برای اینکه کارندهای بانک ها در محاسبات خود گیج نشوند، قرار شده است هر گاه قسط ماهانه یک سال (به تومان) رقم اعشاری پیدا کند، رقم اعشاری را نادیده بگیرند. مثلاً اگر قسط ماهانه بانک دوم  $19765/35^\circ$  تومان رسید،  $19765^\circ$  تومان از مشتریان دریافت می شود و سال بعد هم ده درصد به همین  $19765^\circ$  تومان اضافه می شود.

با توجه به شرایط بانک ها از گروه ها می خواهیم با استفاده از ماشین حساب تصمیم بگیرند که کدام بانک شرایط بهتری دارد و بهتر است از کدام بانک وام بگیرند.

پس با انتخاب بانک توسط دانش آموزان می توان درباره انتخاب هر گروه بحث کرد و سپس حتی می توانیم سؤالاتی مانند سؤالاتی زیر را در کلاس مطرح کنیم و از گروه ها بخواهیم به آنها فکر کنند و پس از پیدا کردن پاسخ هر سؤال، گروه پاسخ دهنده جواب آن را به کلاس ارائه کند و راجع به آن با بقیه دانش آموزان نیز گفت و گو شود.

سؤال ۱: قسط ماهانه هر کدام از بانک ها در سال دهم چند تومان خواهد بود؟

سؤال ۲: پس از چند سال قسط های ماهانه بانک دوم بیشتر از قسط های ماهانه بانک اول بیشتر می شود؟

سؤال ۳: پس از چند سال قسط‌های ماهانه بانک سوم بیشتر از قسط‌های ماهانه بانک اول می‌شود؟

### حل بعضی از تمرینات کتاب

سؤال ۲: بسیاری از معلمان و دانش‌آموزان تصور می‌کنند که درصد بیشتر از ۱۰۰ بی معنی و اشتباه است. در صورتی که این موضوع به زمینه سؤال بستگی دارد. مثلاً در این سؤال ۷۰ درصد افزایش کاربران داشته ایم و این در واقع به معنی این است که تعداد کاربران در سال دوم به اندازه ۷ برابر سال اول افزایش یافته است. (راه حل)

سؤال ۳: در سؤال ۳ از مفهوم درصد به عنوان ابزاری برای مقایسه نسبت سرعت پدر و مانی استفاده شده است. برای حل این سؤال لازم است که دانش‌آموزان این جمله «سرعت زمانی ۸۰٪ سرعت پدرش است» را به خوبی درک کنند و البته در صورت سؤال توضیح کوتاهی به صورت زیر بیان شده است یعنی اگر پدرش ۱۰۰ متر بدود مانی ۸۰ متر دویده است. (راه حل)

سؤال ۴: با ۲٪ سود قیمت فروش مطابق زیر به دست می‌آید. (راه حل)  
و با ۲٪ تخفیف قیمت فروش در حالت دوم نیز به صورت زیر به دست می‌آید. (راه حل)  
در اینجا می‌توان توجه دانش‌آموزان را به این نکته جلب کرد که چرا پس از ۲٪ سود و پس از ۲٪ تخفیف دوباره قیمت فروش به مقدار اولیه یعنی قیمت خرید برنگشت؟ و در این مورد در کلاس بحث و گفت‌گو کرد.

### توصیه‌های آموزشی

۱- در حل مسائل درصد راهبرد رسم شکل و استفاده از مدل‌های طول یا مساحت به درک دانش‌آموزان کمک بسزایی می‌کند. در اولین فعالیت کتاب نیز با استفاده از رسم شکل و مدل مساحت راه حل سومی برای سؤال آورده شده است. مدل طول نیز می‌تواند در این مسائل مفید واقع شود. به طور مثال اگر در همان سؤال بخواهیم با مدل طول آن را حل کنیم، شکل زیر را خواهیم داشت (شکل)

با دیدن چنین مدل‌هایی ممکن است دانش‌آموزان راه حل‌های مختلفی را ارائه دهند. برای مثال در این سؤال احتمال دارد که دانش‌آموزان با توجه به شکل متوجه شوند که ۵٪، ۱۰۰ تا ۲۰٪ است پس (۱۵۰۰ تقسیم بر ۵ مساوی ۳۰۰) و عدد ۳۰۰، ۲٪ از کل را نشان می‌دهد. بنابراین کل



فروش نیز به صورت زیر قابل محاسبه است (۱۵۰۰۰ به علاوه ۳۰۰۰ مساوی ۱۸۰۰۰ است)  
 ۲- برای حل مسائل درصد درک مفهوم تخفیف و سود بسیار اهمیت دارد. بنابراین پیشنهاد می‌شود با استفاده از مثال‌های واقعی در روزمره ابتدا این دو مفهوم را برای دانش‌آموزان مشخص کنیم.

### بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

یکی از بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان این است که آنها اعداد داده شده در مسئله را بدون توجه به معنی صورت و مخرج آن در هر جایی از جدول تناسب قرار می‌دهند و سپس شروع به حل آن می‌کنند. بنابراین برای رفع این بدفهمی ابتدا از آنها بخواهیم همواره درصدها را به صورت یک کسر با مخرج  $100^\circ$  بنویسند و سپس با توجه به صورت سؤال، صورت و مخرج آن را معنادار کنند در واقع از آنها بخواهیم برای توصیف صورت و مخرج یک عبارت کنار هر کدام بنویسند و در نهایت با توجه به این کسر و معنایی صورت و مخرجش، کسری مساوی آن با استفاده از اطلاعات دیگر مسئله بنویسند و سپس مجهول را با کمک تناسب به وجود آمده به دست آورند. بهتر است در فرایند حل مسئله با پرسیدن سؤال‌هایی مانند چرا اعداد را اینطور نوشتی؟ این عدد را از کجا آوردی؟ معنای این عدد با توجه به مسئله چیست؟ توجه دانش‌آموزان را به معنای کاری که انجام می‌دهند جلب کنید.

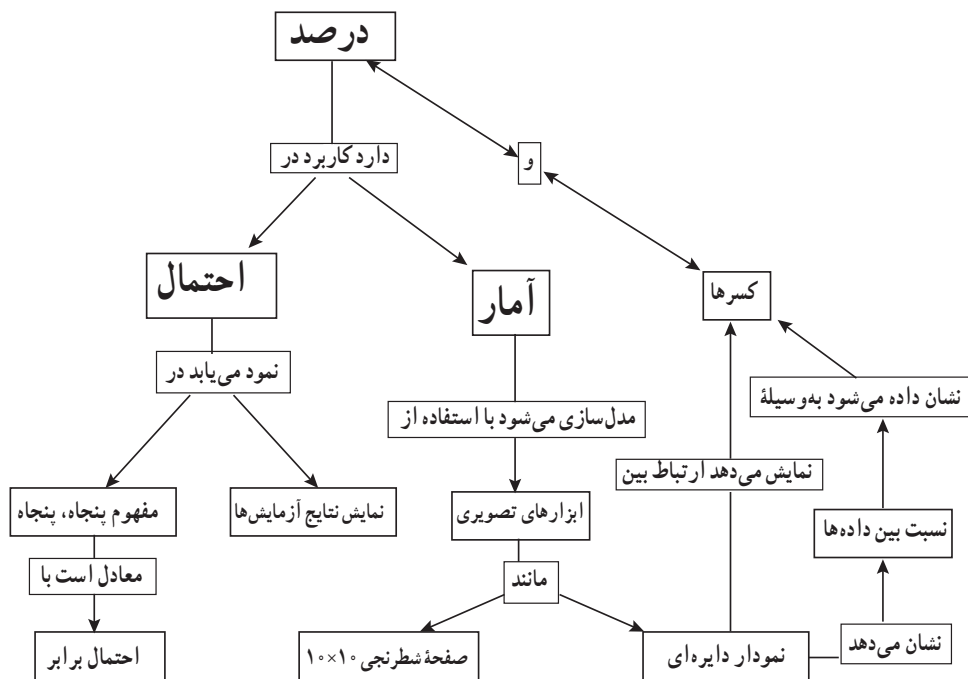


## کاربرد درصد در آمار و احتمال

### اهداف

- ۱- آشنایی با کاربرد درصد در آمار و احتمال
- ۲- ارتباط نمودار دایره‌ای و درصد
- ۳- رسم نمودار دایره‌ای با کمک نقاله
- ۴- آشنایی با احتمال ۱۰۰ درصد و ۵۰ درصد (پنجاه، پنجاه)
- ۵- رویکرد ذهنی به احتمال و زمینه سازی برای رویکرد نظری (ریاضی) احتمال در دوره متوسطه

### شبکه مفهومی



## روش تدریس

در فعالیت اول این درس کاربرد درصد در بحث آمار بررسی شده است. در آمار رسم نمودارهای دایره‌ای با استفاده از درصد کاربرد فراوانی دارد. دانش‌آموزان در سال‌های گذشته با نمودار دایره‌ای و نحوه تحلیل آن آشنا شده‌اند. در این درس رسم نمودار دایره‌ای به صورت دقیق با استفاده از مفاهیم درصد و نسبت آموزش داده می‌شود. بنابراین پیشنهاد می‌شود این فعالیت به صورت گروهی در کلاس بررسی شود.

در فعالیت دوم این درس کاربرد درصد در احتمال بررسی شده است. در سال‌های گذشته دانش‌آموزان پرتاب سکه و تاس را در قالب فعالیت‌های مختلف تجربه کرده‌اند. لذا در اینجا آنها با استفاده از تجربیات قبلی خود نتایج پدیده‌های تصادفی را به صورت یک جمله توصیفی بیان می‌کنند. کاربرد درصد در این فعالیت استفاده از اصطلاح  $50^\circ - 50^\circ$  است که معادل اصطلاح «با احتمال برابر» در پایه‌های قبلی می‌باشد. وقتی می‌گوییم  $50^\circ - 50^\circ$  یعنی احتمال رخ دادن یک اتفاق  $50^\circ$  درصد یعنی نصف و احتمال رخ ندادن همان اتفاق هم  $50^\circ$  است.

## بررسی بعضی از سؤال‌های کاردرکلاس

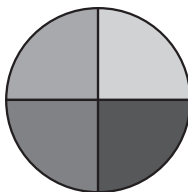
۱- در سؤال ۲ کاردرکلاس صفحه ۱۲۶ از دانش‌آموزان خواسته شده است با استفاده از نقاله، نمودار دایره‌ای رسم کنند. بنابراین برای هر قسمت باید زاویه مربوط به آن محاسبه شود و از طرفی چون کل دایره  $360^\circ$  است پس زاویه مربوط به هر قسمت به صورت زیر محاسبه می‌شود (راه حل)  
پس زاویه مربوط به خشکی  $108^\circ$  و زاویه مربوط به آب  $252^\circ$  است. بنابراین با استفاده از نقاله نمودار زیر رسم خواهد شد.

۲- در سؤال ۱ کاردرکلاس صفحه ۱۲۷ تعداد رو و پشت به صورت یک عدد اعشاری بیان شده است و این دو عدد تقریباً به هم نزدیک هستند.

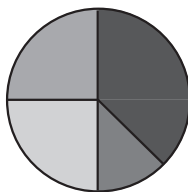
در احتمال ریاضی، احتمال آمدن رو نصف احتمال آمدن پشت است اما این احتمال همیشه در واقعیت دقیقاً برابر  $50^\circ$  نیست ولی خیلی نزدیک این عدد است. در این سؤال نیز از روی عمد عددها به صورت اعشاری بیان شده است تا دانش‌آموزان ببینند که این دو عدد در تعداد زیاد خیلی به هم نزدیک هستند ولی شاید دقیقاً  $50^\circ$  نباشد و از طرفی با توجه به اینکه تعداد روها  $8/43\%$  است، خواهیم داشت: (راه حل)

### فعالیت‌های پیشنهادی

دانش‌آموزان با درصد معادل با کسرهایی مانند نصف، ربع و خمس آشنا هستند. در این فعالیت پیشنهاد می‌شود ابتدا معلم نمودارهای ساده‌ای مانند شکل زیر را به دانش‌آموزان نشان دهد و از آنها بخواهد درصد هر کدام از قسمت‌های رنگی را به صورت تقریبی بیان کنند.



در این مرحله نمودارهایی مانند شکل زیر نیز قابل مطرح شدن است. روش استدلال دانش‌آموزان می‌تواند به این صورت باشد: قسمت سیاه از ۲۵٪ بیشتر و از ۵۰٪ کمتر است و چون تقریباً بین ۲۵٪ و ۵۰٪ است حدود ۳۸٪ تخمین زده می‌شود.



پس از اینکه در مرحله قبل بچه‌ها نمودار دایره‌ای را با مفهوم درصد ارتباط دادند در ادامه فعالیت به آنها سؤال‌هایی داده شود که نمودار دایره‌ای و جدول داده‌ها داده شده است و از بچه‌ها بخواهید درصد هر قسمت را به صورت دقیق محاسبه کنند. پس از بحث گروهی و کلاسی دانش‌آموزان با توجه به دانش خود از نسبت می‌توانند راه‌حل‌هایی که در کتاب مطرح شده است را کشف کنند.

### توصیه‌های آموزشی

۱- در این درس سعی شده است که با استفاده از ماشین حساب و نمودارها دانش‌آموزان محاسبات را انجام دهند. خوب است فرصتی فراهم کنید تا دانش‌آموزان روی داده‌های حاصل از آزمایش‌های تصادفی کار کنند تا از مفهوم احتمال و احتمال تجربی درک بهتری پیدا نمایند.

## مرور فصل



### فرهنگ نوشتن:

**سؤال ۳:** پاسخ این سؤال مثبت است. درصدهای ذکر شده روی واحدهای مختلف اعمال می‌شوند و نتیجه می‌تواند دو مقدار کاملاً یکسان باشد. دانش‌آموزان می‌توانند با زدن حدس‌های مختلف در رابطه با قیمت لباس و کفش و بررسی آنها به مسئله پاسخ دهند. مثلاً فرض کنیم قیمت لباس ۲۰۰ هزار تومان و قیمت کفش ۸۰ هزار تومان باشد.  $۲۰\%$  از ۲۰۰ هزار تومان برابر ۴۰ هزار تومان است که با  $۵۰\%$  از ۸۰ هزار تومان (به عبارتی نصف ۸۰ هزار تومان) برابر است. برای تفهیم بهتر دانش‌آموزان را به رسم شکل ترغیب نمایید. شکل زیر در ساده کردن صورت مسئله و رسیدن به جواب بسیار مؤثر است.

$$۲۰\% = \frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{۱}{۵}$$



$$۵۰\% = \frac{۵۰}{۱۰۰} = \frac{۱}{۲}$$



### حل بعضی از تمرین‌ها (ص ۱۲۸):

$$\frac{\text{روزهای تعطیل فروردین}}{\text{کل روزها}} = \frac{۹}{۳۱}$$

$$(۱) \quad \frac{\text{روزهای تعطیل اردیبهشت}}{\text{کل روزها}} = \frac{۷}{۳۱}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل خرداد}}{\text{کل روزها}} = \frac{۶}{۳۱}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل تیر}}{\text{کل روزها}} = \frac{۶}{۳۱}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل مرداد}}{\text{کل روزها}} = \frac{۶}{۳۱}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل شهریور}}{\text{کل روزها}} = \frac{۶}{۳۱}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل مهر}}{\text{کل روزها}} = \frac{۷}{۳۰}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل آبان}}{\text{کل روزها}} = \frac{۵}{۳۰}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل آذر}}{\text{کل روزها}} = \frac{۷}{۳۰}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل دی}}{\text{کل روزها}} = \frac{۴}{۳۰}$$

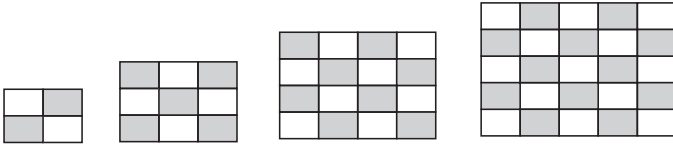
$$\frac{\text{روزهای تعطیل بهمن}}{\text{کل روزها}} = \frac{۵}{۳۰}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل اسفند}}{\text{کل روزها}} = \frac{۶}{۳۰}$$

الف) فروردین

ب) دی

۴-



$$\frac{2}{4} = \frac{50}{100} = 50\% \quad \frac{5}{9} \approx \frac{55}{100} = 55\% \quad \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\% \quad \frac{13}{25} = \frac{52}{100} = 52\%$$

۶- این مسئله از نوع باز پاسخ با دو جواب درست می باشد.

عرض	۴	۱۸
طول	۶	<u>۲۷</u>
عرض	۴	<u>۱۲</u>
طول	۶	۱۸

۷-

مدت زمان (دقیقه)	۱۰	۶۰	<u>۲/۵</u>
تعداد دور	۴۰۰	<u>۲۴۰۰</u>	۱۰۰

۸-

صورت	۵	<u>۴۰</u>
مخرج	۷	<u>۵۶</u>
مجموع صورت و مخرج	۱۲	۹۶

۹- الف)

جزء	۳	؟
کل	۲۴	۱۰۰

$$؟ = \frac{3 \times 100}{24} = 12/5\%$$

(ب)

جزء	۳	؟
کل	۱۵	۱۰۰

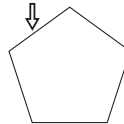
$$؟ = \frac{۳ \times ۱۰۰}{۱۵} = ۲۰\%$$

(پ) اگر هر عددی را ۳ برابر کنیم ۲۰٪ به آن اضافه می‌شود.

عدد	۱	۷	۱۰۰
سه برابر عدد	۳	۲۱	۳۰۰
اختلاف	۲	۱۴	۲۰۰

۱۰- روی ضلع چهارم می‌ایستد.

۷۵	۳/۷۵
۱۰۰	۵



-۱۱

میزان جمعیت در سال ۱۳۸۵ (بر حسب میلیون نفر)	۱۰/۸	۱۰۰
میزان جمعیت در سال ۱۳۹۰ (بر حسب میلیون نفر)	۱۲	
میزان رشد جمعیت (بر حسب میلیون نفر)	۱/۲	۱۱/۱۱

# فصل هفتم



تقریب





## نگاه کلی به فصل

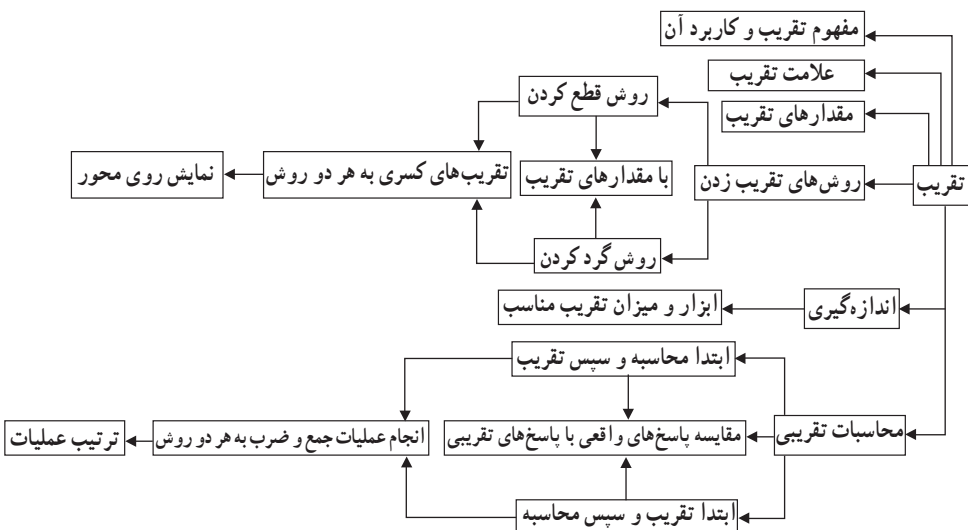
این فصل شامل ۲ درس است. درس اول با استفاده از یک مثال عینی به کاربرد و اهمیت تقریب در زندگی می‌پردازد و تفاوت دو عدد به صورت تقریبی و دقیق را با معرفی علامت  $\approx$  (تقریباً مساوی) نشان می‌دهد.

در این درس با توجه به آموخته‌های قبلی دانش‌آموزان دو روش تقریب زدن اعداد (اعداد طبیعی - اعشاری و کسری) یعنی روش قطع کردن و روش گرد کردن معرفی و آموزش داده می‌شود. و با انجام فعالیت‌های مناسب مفهوم با تقریب کمتر از صدگان را جایگزین با تقریب رقم صدگان می‌کند. و مقدارهای تقریب ارائه می‌گردند. مقدارهای تقریب و نمایش دادن اعداد تقریبی روی محور و شکل ارائه می‌گردند.

درس دوم: ارتباط بین ابزارهای اندازه‌گیری و دقت اندازه‌گیری را با تقریب زدن مناسب نشان می‌دهد. در این درس دانش‌آموزان به وضوح می‌بینند که برای هر نوع اندازه‌گیری نیاز به ابزار مناسب با موضوع دارند.

در ادامه به مقایسه دو روش در انجام محاسبات تقریبی یعنی ابتدا به محاسبه، سپس تقریب - ابتدا تقریب، سپس محاسبه و همچنین مقایسه دو روش تقریب زدن گرد کردن و قطع کردن در انجام عملیات و به دست آوردن اختلاف پاسخ تقریبی با پاسخ واقعی و ترتیب محاسبه عملیات می‌پردازد.

### نقشه مفهومی



## تصویر عنوانی فصل تقریب

در صفحه عنوان فصل تقریب، تصویر یک تخته فرش در بالای صفحه و تصاویری از جمعیت ایران، تعداد دانش‌آموزان یک مدرسه، میزان تولید گندم کشورمان در یک سال (مزارع گندم) و قیمت یک کتاب، در پایان صفحه یک متن مربوط به عنوان فصل و تصاویر این صفحه نوشته شده است تا در دانش‌آموزان برای ورود به این فصل ایجاد انگیزه کند.

دانش‌آموزان با دیدن تصاویر و خواندن متن‌های زیر هر تصویری پی می‌برند که در بعضی از زمان‌ها نیازی به بیان دقیق پدیده‌ها نیست. و اندازه‌ها تقریبی است.

مثلاً اندازه ابعاد یک فرش ۱۲ متری تقریبی می‌باشد و در بیان میزان تولید سالانه گندم و یا جمعیت ایران قادر نخواهیم بود به عددهای واقعی دست پیدا کنیم و ناچار باید از تقریب و عددهای تقریبی استفاده کنیم.

به همین دلیل استفاده از عددهای تقریب موجب سادگی و سرعت در محاسبات می‌شود. اما در خیلی از موارد نیز از عددهای واقعی استفاده می‌کنیم مانند تعداد دانش‌آموزان یک مدرسه و یا قیمت یک کالا و یا تعداد اعضای یک خانواده.

## دانستنی‌هایی برای معلم

تقریب به معنی نزدیک گردانیدن و نزدیک کردن است.

پاسخ تقریبی پاسخی است که با مقدار واقعی برابر نباشد ولی به پاسخ دقیق بسیار نزدیک است. در بسیاری از زمان‌ها و بررسی‌های ریاضیات کاربردی، نیازی به بیان دقیق مقدار پدیده‌ها نیست بنابراین می‌توانیم از تقریب استفاده کنیم.

استفاده از مقدارها یا عددهای تقریبی موجب سادگی و سرعت در محاسبات می‌شود و همچنین سریع‌تر به حدود جواب دست پیدا می‌کنیم البته نتیجه این محاسبات ممکن است که دقیق نباشد اما به مقدار واقعی نزدیک است.

در محاسبات تقریبی برای نشان دادن مقدار تقریبی اعداد از علامت  $\approx$  (تقریباً مساوی) استفاده می‌کنیم.

## مقدارهای تقریب

برای بیان دقت تقریب از مقدارهایی استفاده می‌شود.

برای مثال وقتی می‌گوییم با تقریب کمتر از ۱۰۰ یعنی رقم‌های کمتر از صدگان ارزش زیادی ندارند و نیازی به بیان آنها نیست. و می‌توانیم از مقدار آنها صرف نظر کنیم و به جای رقم‌های حذف شده صفر جایگزین کنیم.

**مقدارهای تقریب:** تقریب کمتر از ...، ۱۰۰۰، ۱۰۰، ۱۰، ۱، ۰/۱، ۰/۰۱، ۰/۰۰۱، ...  
هرچه میزان مقدارهای تقریب کوچک‌تر باشد دقت اندازه‌گیری به مقدار واقعی نزدیک‌تر است.

## روش‌های تقریب زدن

### ۱- روش قطع کردن

### ۲- روش گرد کردن

**۱- تقریب زدن به روش قطع کردن:** در این روش، رقم‌هایی که ارزش مکانی آنها کمتر از مقدار تقریب داده شده است را از عدد حذف می‌کنیم (قطع می‌کنیم) و به جای آن رقم‌ها صفر قرار می‌دهیم.

مثلاً وقتی می‌گوییم با تقریب کمتر از ۱۰۰ قطع کنید، یعنی رقم‌های کمتر از صدگان ارزش زیادی ندارند و نیازی به بیان آنها نیست و می‌توانیم آنها را حذف کنیم و به جای آنها صفر قرار دهیم.

البته اگر این رقم‌ها حذفی بعد از ممیز باشند می‌توانیم صفر قرار ندهیم. و بعد از ممیز را ننویسیم.

$$۴۰۰ \approx ۴۷۹ \rightarrow \text{با تقریب کمتر از } ۱۰۰$$

$$۵۰۰۰ = ۵۰۰۰/۰ = ۵۴۶۳/۱ \rightarrow \text{با تقریب کمتر از } ۱۰۰۰$$

$$۷/۰۹ = ۷/۰۹۰ = ۷/۰۹۲ \rightarrow \text{با تقریب کمتر از } ۰/۰۱$$

در روش قطع کردن، پاسخ تقریبی به دست آمده از خود عدد کوچک‌تر است.

فقط در موارد خاص مثل:  $۷۶ = ۷۶ \rightarrow$  با تقریب کمتر از ۱

به طور خلاصه در روش قطع کردن مقدار تقریب را در عدد مشخص می‌کنیم و رقم‌های سمت راست آن را با صفر جایگزین می‌کنیم.

$$۲۵۰۰ \approx ۲۵۸۶ \rightarrow \text{با تقریب کمتر از } ۱۰۰$$

### ۲- تقریب زدن به روش گرد کردن: در روش گرد کردن به ترتیب مراحل زیر عمل می‌کنیم.

۱- با توجه به مقدار تقریب، رقمی که باید گرد شود را مشخص می‌کنیم (به عنوان مثال در تقریب کمتر از ۱۰۰ زیر رقم صدگان خط می‌کشیم و آن را مشخص می‌کنیم). که این رقم مورد تقریب یا گرد کردن است.

۲- اگر رقم سمت راست رقم مورد تقریب ۵ یا بیشتر از ۵ بود یک واحد به رقم مورد تقریب اضافه می‌کنیم در غیر این صورت (اگر رقم سمت راست رقم مورد تقریب کمتر از ۵ باشد) رقم تقریب تغییری نمی‌کند. و به آن واحدی اضافه نمی‌شود.

۳- همهٔ رقم‌های سمت راست رقم مورد تقریب را با صفر جایگزین می‌کنیم.

### مثال‌هایی با تقریب به روش گرد کردن

مثال ۱ :

$$3900 \approx 3961 \rightarrow \text{با تقریب کمتر از } 100$$

با توجه به مقدار تقریب که ۱۰۰ است رقم صدگان عدد را مشخص می‌کنیم رقم سمت راست صدگان (یعنی رقم دهگان ۶) که باید حذف شود (چون بیشتر از ۵ است) یک واحد به رقم مورد تقریب صدگان یعنی به ۸ اضافه می‌کنیم

مثال ۲ :

$$74 \approx 73 / 54 \rightarrow \text{با تقریب کمتر از } 1$$

رقم یکان را مشخص می‌کنیم رقم سمت راست یکان (یعنی رقم دهم) آن ۵ است پس یک واحد به یکان (یعنی ۳) اضافه می‌کنیم.

$$630 \approx 634 / 8 \rightarrow \text{با تقریب کمتر از } 10$$

رقم دهگان را مشخص می‌کنیم رقم سمت راست آن ۴ است و چون از ۵ کمتر است پس واحدی به دهگان اضافه نمی‌شود.

### اختلاف محاسبات تقریبی

بین پاسخ تقریبی و پاسخ واقعی یک محاسبه اختلاف وجود دارد. دو روش در انجام محاسبات تقریبی وجود دارد.

۱) در محاسبه تقریبی با توجه به شرایط، بعضی مواقع ابتدا محاسبه را انجام می‌دهیم و سپس حاصل را تقریب می‌زنیم. و در این نوع محاسبه اختلاف پاسخ تقریبی با پاسخ واقعی کمتر است. در مواقعی که ارزش، اهمیت و دقت محاسبه برای ما مهم باشد از این روش محاسبه استفاده می‌شود. (ابتدا محاسبه، سپس تقریب)

۲) بعضی مواقع ابتدا اعداد را تقریب می‌زنیم و سپس محاسبه می‌کنیم که در این نوع محاسبه

اختلاف بین پاسخ‌های تقریبی و واقعی بیشتر است. با توجه به شرایط، در مواقعی که ارزش، اهمیت و دقت محاسبه برای ما کمتر است. از این روش محاسبه استفاده می‌شود (ابتدا تقریب، سپس محاسبه) روش گرد کردن نسبت به روش قطع کردن در بیشتر مواقع در انجام محاسبات اختلاف کمتری بین پاسخ‌های واقعی و تقریبی دارد و دقت بیشتری دارد.

### ترتیب و اولویت انجام عملیات<sup>۱</sup>

۱- محاسبه پرانتزها

۲- محاسبه ضرب یا تقسیم

۳- محاسبه جمع یا تفریق

### توسعه مفاهیم

در درس تقریب دانش‌آموزان باید بتوانند با توجه به مقدار تقریب خواسته شده به دو روش قطع کردن و گرد کردن عددهای (طبیعی، اعشاری، کسری) داده شده را تقریب بزنند. این مفهوم می‌تواند به این صورت گسترش یابد که علاوه بر درک مفهوم تقریب، دانش‌آموزان بتوانند تشخیص دهند که چه اعدادی پس از تقریب به هر دو روش قطع کردن و گرد کردن برابرند؟

پس از اینکه تقریب را توانستند روی محور نمایش دهند می‌توانند اعداد بزرگ را به صورت ذهنی تقریب بزنند. از مقدارهای تقریب خیلی کوچک مثل  $1\%$  گرم برای دقت اندازه گیری یک ترازو که دقت آن تا ۵ رقم اعشار می‌تواند باشد. ( $1/10000\%$  کیلوگرم) و یا از مقدار تقریب‌های خیلی بزرگ، تقریب کمتر از یک میلیارد برای جمعیت کره زمین  $7000000000$  استفاده کنند و مثال‌های مشابه را بیان نمایند.

دانش‌آموزان پس از محاسبه مقدار اختلاف بین پاسخ تقریبی و پاسخ واقعی به هر دو روش تقریب زدن بتوانند تشخیص دهند که در کدام روش، اختلاف کمتری در محاسبات به وجود آمده است و در پایه‌های بعدی خطای تقریب مطرح می‌گردد.

کاربرد تقریب در زندگی روزمره و استفاده از تقریب برای محاسبات طولانی و پیچیده فیزیکی از مراحل پیشرفته‌ای است که دانش‌آموزان پس از کسب مهارت در فصل تقریب به دست می‌آورند.

۱- در صفحه ۲۸۱ توصیه آموزشی برای اولویت انجام عملیات کامل توضیح داده شده است.

### نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

۱- جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.

الف) در تقریب به روش قطع کردن، ..... اختلاف هر عدد با مقدار تقریبی آن کمتر از مقدار رقم تقریب است.

ب) عدد  $۳۲۷/۵۶$  با روش قطع کردن و با تقریب کمتر از ..... برابر است با  $۳۲۷/۵$

ج) مقدار تقریب کسر  $\frac{۱۵}{۶}$  با مقدار دقیق آن ..... است.

د) عدد  $۱۴۲۷$  با تقریب کمتر از ..... دارای تقریب قطع شده و گرد شده مساوی است.

۲- جدول‌های زیر را تکمیل کنید.

گرد کردن	قطع کردن	با تقریب کمتر از	عدد
		۱۰۰	۵۱
		$۰/۰۱$	$۲/۴۶۸$
		۱۰۰۰	$۷۲۳۴۵۰$

گرد کردن	قطع کردن	با تقریب کمتر از	عدد
		$۰/۰۱$	$\frac{۳}{۷}$
		$۰/۱$	$۰/۹۲۶$
		۱	$۱۴۰/۹$

۳- کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عددهای ۴ رقمی که تقریب آنها به روش گرد کردن با تقریب کمتر از ۱۰۰۰، ۹۰۰۰ می‌شود کدام است.

۴- عددی با تقریب کمتر از  $۰/۱$  به روش قطع کردن برای  $۶۳۹/۷$  شده است. آن عدد چه عددهایی می‌تواند باشد؟

۵- هر یک از کسرهای زیر را با تقریب کمتر از  $1/10^\circ$  به روش خواسته شده تقریب بزنید. و سپس روی محور اعداد نشان دهید.

(الف)  $\frac{4/10^\circ}{9/10^\circ} =$  (با روش گرد کردن)

(ب)  $\frac{32}{18} =$  (با روش قطع کردن)

۶- می‌دانیم  $\pi \approx 3/141592$

(الف) با چه تقریبی مقدار  $\pi$  در هر دو روش قطع کردن و گرد کردن  $3/14$  می‌شود؟  
 (ب) مقدار تقریبی  $\pi$  را به دو روش با تقریب کمتر از  $1/1000^\circ$  به دست آورید.

۷- مقدار تقریبی یک عدد با تقریب کمتر از  $100^\circ$  به روش گرد کردن برابر  $900^\circ$  شده است. کدام عدد زیر می‌تواند مقدار واقعی عدد باشد.

$805-3$

$897-2$

$990-1$

۸- یک عدد طبیعی با تقریب کمتر از  $10^\circ$  به روش گرد کردن برابر  $70^\circ$  شده است آن عدد چه عددی می‌تواند باشد؟

۹- در چه صورت مقدار تقریبی یک عدد با تقریب کمتر از  $100^\circ$  از هر دو روش گرد کردن و قطع کردن یکی می‌شود.

۱۰- کدام یک تقریب عدد به روش گرد کردن با تقریب کمتر از  $100^\circ$  نیست؟

$1493 \approx 1500^\circ$

$99 \approx 0^\circ$

$99 \approx 100^\circ$

۱۱- کدام یک تقریب عدد به روش گرد کردن با تقریب کمتر از  $1/10^\circ$  نیست.

$1/493 \approx 1/500^\circ$

$0/99 \approx 1$

$0/99 \approx 100^\circ$

- ۱۲- دقت اندازه‌گیری هر یک از ابزارهای زیر را بنویسید.
- الف) خط‌کشی مدرج با سانتی متر و میلی متر شمار با تقریب کمتر از \_\_\_\_\_
- ب) متر خیاطی با تقریب کمتر از \_\_\_\_\_
- ج) ترازو برای اندازه‌گیری وزن انسان با تقریب کمتر از \_\_\_\_\_
- د) ترازو برای اندازه‌گیری وزن یک برگه کاغذ با تقریب کمتر از \_\_\_\_\_

۱۳- دو عدد  $\frac{16}{100}$  و  $\frac{14}{100}$  را در نظر بگیرید. حاصل جمع این دو عدد را به روش گرد کردن با تقریب کمتر از  $\frac{1}{100}$  به دست آورید.

۱۴- حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

- آ)  $8 \times 4 + 9 \div 2 \times 5 - 4 =$
- ب)  $5 + (2 - (2 + (\frac{61}{100} - \frac{3}{100}))) \div 3 =$
- پ)  $\frac{1}{100} - \frac{2}{100} \times (\frac{43}{100} + \frac{7}{100}) =$
- ت)  $2 + \frac{4}{100} \times (1 - \frac{1}{100}) =$
- ث)  $\frac{7}{5} \div 3 + \frac{1}{2} \times 3 =$
- ج)  $3 - \frac{2}{100} \times (\frac{24}{100} + \frac{2}{100}) =$
- چ)  $\frac{2}{100} \times (\frac{2}{100} \times (\frac{2}{100} - \frac{2}{100}) - \frac{2}{100}) =$

۱۵- حاصل عبارات زیر را با تقریب کمتر از  $\frac{1}{100}$  به روش گرد کردن تقریب بزنید.

- آ)  $2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} =$
- ب)  $7 + (2 + 1 + (\frac{71}{100} - \frac{29}{100})) \div 3 =$
- پ)  $8\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6} =$
- ت)  $\frac{3}{7} \times 1\frac{2}{100} =$



۱۶- حاصل عبارات زیر را با استفاده از روش مناسب به دست آورید.

الف)  $\frac{3}{7} \times 2 \div 10 =$

ب)  $10 - \frac{1}{10} \times (\frac{4}{7} - \frac{3}{5}) =$

ج)  $10 - \frac{2}{5} + 1\frac{2}{5} =$

۱۷- دو کسر بنویسید که وقتی به صورت اعشاری نوشته شوند مقدار تقریبی آنها با تقریب کمتر از ۱٪ با مقدار واقعی شان برابر باشد.

۱۸- دو عدد اعشاری بنویسید که وقتی به روش قطع کردن با تقریب کمتر از ۱٪ تقریب می‌زنید با هم برابر شوند.

۱۹- ابتدا صورت و مخرج کسره‌های زیر را با تقریب کمتر از ۱۰٪ گرد کنید و سپس آن را تا حد امکان ساده کنید.

الف)  $\frac{56}{2326}$

ب)  $\frac{345}{7620}$

۲۰- در زیر اعداد و مقدار تقریبی آن نوشته شده است. مقدار تقریبی آنها را مشخص کنید.

\_\_\_\_\_ (روش قطع کردن)  $7208/125 \approx 7208/125$

\_\_\_\_\_ (روش گرد کردن)  $1325/716 \approx 1325/716$

## معرفی منابع

WWW.mathworld.wolfram.com

با search واژگان فنی می‌توانید از سایت‌های علمی اطلاعات بیشتر مقاله و کشفیات روز را بررسی و مطالعه کنید.

## واژگان فنی

optimize تقریب زدن ، optimization تقریب

## رابطه طولی تقریب

**پایه دوم :** بحث تقریب زدن از پایه دوم شروع می‌شود و دانش‌آموزان با مفهوم حذف کردن و نزدیک‌تر آشنا می‌شوند.

با توجه به اینکه دانش‌آموزان در پایه دوم اعداد سه رقمی را می‌خوانند. از طریق جدول ارزش مکانی و استفاده از محور با مفهوم حذف کردن مرتبه‌ها و نزدیک‌تر بودن اعداد سه رقمی آشنا شوند.

**پایه سوم :** دانش‌آموزان در پایه سوم با مفهوم جدیدی از تقریب آشنا نمی‌شوند. و به دلیل اینکه در این پایه اعداد ۴ رقمی را یاد گرفته‌اند تقریب زدن اعداد چهار رقمی به همانند پایه دوم انجام می‌دهند و جایگزین کردن صفر به جای رقم‌های یکان و دهگان و صدگان اعداد چهار رقمی.

**پایه چهارم :** موضوع اصلی که در این پایه برای بار اول مطرح می‌شود این است که دانش‌آموز یاد می‌گیرد که مقدار تقریب یک عدد را با درک رقم مورد نظر تقریب بزنند. و همچنین در این پایه با مفهوم اختلاف پاسخ‌های تقریبی و واقعی آشنا می‌شود.

و نیز آمادگی لازم برای انجام تقسیم با استفاده از تقریب را کسب می‌کنند.

**پایه پنجم :** در پایه پنجم تقریب اعداد اعشاری را با حذف رقم‌های اعشار تقریب می‌زنند لازم به ذکر است تا قبل از ورود به پایه ششم از عناوین قطع کردن و گرد کردن استفاده نشده است و به جای آن از عناوین حذف کردن – نزدیک‌تر – با تقریب رقم دهگان، صدگان، هزارگان استفاده شده است.

## جدول انتظارات عملکردی:

جدول انتظارات عملکردی فصل هفتم ریاضی ششم

ردیف	عملکرد	مقیاس	خیلی خوب	خوب	قابل قبول	نیازمند تلاش
۱	مفهوم تقریب را به درستی درک می‌کند.					
۲	از تقریب در محاسبات زندگی روزمره استفاده می‌کند.					
۳	در مواقع لازم از علامت تقریب استفاده می‌کند.					
۴	درک درستی از مقدارهای تقریب دارد.					
۵	تقریب زدن به روش قطع کردن را یاد گرفته است.					

۶	مقدار تقریبی کسرها به روش قطع کردن پیدا می کند.			
۷	تقریب زدن اعداد به روش گرد کردن را یاد گرفته است.			
۸	تقریب اعداد کسری را به روش گرد کردن انجام می دهد.			
۹	محل تقریبی کسرها بر اساس مقدارهای تقریب به هر دو روش روی محور نمایش می دهد.			
۱۰	درک درستی از استفاده ابزار مناسب برای اندازه گیری ها دارد.			
۱۱	لزوم استفاده از میزان دقت تقریب مناسب با توجه به موضوع و اهمیت محاسبات را می داند.			
۱۲	از روش های تقریب (ابتدا محاسبه، سپس تقریب – ابتدا تقریب، سپس محاسبه) در محاسبات تقریبی با توجه به شرایط درست استفاده می کند.			
۱۳	توانایی به دست آوردن اختلاف بین پاسخ های تقریبی با پاسخ های تقریبی را دارد.			
۱۴	مراحل ترتیب عملیات را صحیح انجام می دهد.			
۱۵	می داند که هرچه مقدارهای تقریب دقیق تر (کوچک تر) باشد پاسخ محاسبه تقریبی به پاسخ واقعی نزدیک تر است.			
۱۶	مقدار اختلاف بین پاسخ تقریبی و واقعی یک ضرب را به روش قطع کردن به کمک شکل نشان می دهد.			
۱۷	با مقدار اختلاف بین پاسخ تقریبی و واقعی در روش های قطع و گرد کردن آشنا است.			

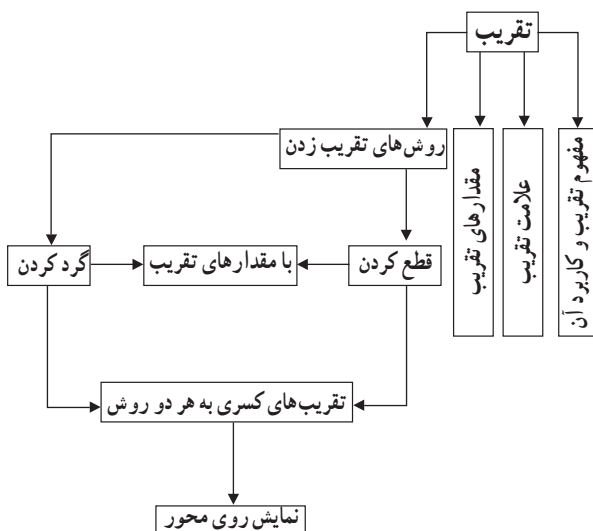


## تقریب

### اهداف

- ۱- مفهوم تقریب و کاربرد آن در محاسبات زندگی روزمره به درستی درک می کند.
- ۲- از علامت تقریب در مواقع لازم استفاده می کند.
- ۳- تقریب زدن به روش قطع کردن را صحیح انجام می دهد.
- ۴- درک درستی از مفهوم مقدارهای تقریب دارد.
- ۵- عبارت «با تقریب کمتر از ...» را به جای عبارت «با تقریب رقم ...» صحیح به کار می برد.
- ۶- با روش تقریب زدن به روش گرد کردن آشنا است.
- ۷- مقدار تقریبی کسرها را به روش قطع کردن و گرد کردن را صحیح محاسبه می کند.
- ۸- محل تقریبی کسرها بر اساس مقدارهای تقریب (به هر دو روش) بر روی محور نمایش می دهد.

### نقشه مفهومی



## روش تدریس

همان طور که مشاهده می کنید این درس با یک پیش سازمان دهنده شروع شده و مستقیماً با فعالیت آغاز نشده است. پیش سازمان دهنده استفاده شده در این درس کاربرد این درس به صورت ملموس نشان می دهد. استفاده از این پیش سازمان دهنده برای ورود به درس و ایجاد انگیزه مناسب است. هدف اصلی این قسمت، آشنا کردن دانش آموزان با این نکته است که در بسیاری از زمان نیازی به بیان دقیق مقدار پدیده ها نیست. بعد از بیان مثال کتاب و بحث درباره آن، از دانش آموزان بخواهید مثال های دیگری از زندگی روزمره خود در این باره بیان کنند.

### فعالیت صفحه ۱۳۲

دانش آموزان با این روش قطع کردن در سال های گذشته آشنا شده اند و این قسمت یادآوری می باشد. ردیف آخر جدول بازپاسخ است و پیشنهاد می شود تمام دانش آموزان پاسخ خود را در این قسمت بیان کنند.

در ستون آخر جدول که اختلاف مقدار واقعی و مقدار تقریبی را خواسته آموزگاران بهتر است توجه دانش آموزان را به اختلاف اعداد در رابطه آن با تقریب داده شده جلب نمایند. اما رابطه بین آن توسط آموزگاران بیان نشود.

در قسمت ب) جمع بندی قسمت الف است و آموزگار با پرسش و پاسخ می تواند به هدف این قسمت دست یابد.

### فعالیت صفحه ۱۳۴

هدف از انجام این فعالیت آموزش روش دیگری برای تقریب زدن می باشد. برای ایجاد انگیزه از دانش آموزان بخواهید اعداد ۱۹۹، ۹۹، ۳۹۹۹، ... را با تقریب کمتر از ۱۰۰۰ قطع کنند، سپس نظر آنها را در مورد جواب هایی که به دست آورده اند بپرسید. از آنجایی که دانش آموزان در سال های گذشته با روش تقریبی مقدار واقعی به کدام عدد نزدیک تر است آشنا شده اند انتظار می رود بحث مورد نظر به سمت این واحد درسی روش گرد کردن هدایت شود. پس از ایجاد انگیزه در فعالیت صفحه ۱۳۴ با جایگزینی دانش آموزان به جای احمد و معلم در جای خود سؤال ۱ با استفاده از دانسته های گذشته پاسخ داده شود.

از دانش آموزان بخواهید سؤال ۲ را پاسخ دهند و دلیل خود را برای انتخاب عدد مورد نظر بیان کنند. با استفاده از پرسش و پاسخ های مناسب که در فعالیت پیشنهادی ارائه شده به نتیجه حاصله در

کادر دست یافت و پس از آنکه به هدف مورد نظر رسیدیم یعنی پیدا کردن روش برای گرد کردن و دلیل آن توسط دانش آموزان نتایج حاصله را با مطلب داخل کادر یکی می کنیم.

### بررسی بعضی از سؤالات کار در کلاس

سؤال ۲ صفحه ۱۳۳ کاربرد روش قطع کردن را در زندگی روزمره با بیان واحد پول بیان می کند.  
سؤال ۴ کار در کلاس صفحه ۱۳۳ بدفهمی احتمالی ایجاد شده در دانش آموزان را مطرح کرده است  
پیشنهاد می شود در صورتی که این بدفهمی با طرح یک سؤال در کتاب رفع نشده بهتر است چند سؤال مشابه در کلاس مطرح شود.

### فعالیت پیشنهادی

پیشنهاد می شود آموزگار در فعالیت صفحه ۱۳۲ و ۱۳۳ با طرح سؤالات متعدد و در مورد اختلاف واقعی و تقریبی با مقدار تقریب داده شده دانش آموز را در درک جایگزینی با تقریب کمتر از به جای با تقریب دهگان و ... هدایت نماید.

می توان برای این درس کلاس را با یک بازی به نحو زیر آغاز کرد. ۵ نفر دور هم بایستند، یکی بازی را شروع کند. عددی بگوید نفر بعدی با حذف خورده های کوچک تر از ۱۰۰۰ عدد را تکرار کند و یک عدد جدید بگوید و بازی ادامه یابد، هر نفر که اشتباه کرد از دور بازی خارج می شود. برای کنترل بازی می توانید در انتخاب عدد محدودیت هایی مشخص کنید. مثلاً در تعداد ارقام و ... در سؤال ۲ صفحه ۱۳۴ پیشنهاد می شود معلم با طرح سؤالاتی از دانش آموزان مثلاً چرا این عدد را انتخاب کرده ای؟ اختلاف عدد تقریبی با مقدار واقعی چقدر است؟ چه رابطه ای بین اختلاف این دو عدد و تقریب زده شده وجود دارد؟ آیا برای پیدا کردن پاسخ روشی را پیشنهاد می کنید؟ و ... می توان به هدف مورد نظر دست یافت و از طرفی کلاسی پویا خواهیم داشت.

### توصیه های آموزشی

بعد از حل جدول فعالیت صفحه ۱۳۲ از دانش آموزان بخواهید روش های پیشنهادی خود را در روش قطع کردن بیان کنند و بعد از حل قسمت ب همین فعالیت با دادن سؤالاتی بخواهید تا جواب خود را تغییر نمایند. بدین معنا مثلاً عدد ۲۳۲۴۵ با تقریب کمتر از ۱۰۰۰ می شود ۲۳۰۰۰. این یعنی

عدد مورد نظر کمتر از ۱۰۰۰ واحد با عدد ۲۳۰۰۰ فاصله دارد و در ضمن حتماً از عدد به دست آمده نیز بزرگ تر است (به عبارت دیگر در روش قطع کردن مقداری از عدد واقعی در نظر گرفته نمی شود). برای اینکه بدفهمی در مورد اعداد اعشاری در تقریب زدن ایجاد نشود سؤالات مشابه کار در کلاس صفحه ۱۳۳ سؤال ۴ برای هر دو روش قطع کردن و گرد کردن مطرح شود.

### استفاده از تکنولوژی

- ۱- در هنگام محاسبه مقدار تقریبی کسرها استفاده از ماشین حساب مفید است. چون هدف تقریب مهارت تقسیم کردن نیست بلکه هدف اصلی تعیین مقدار تقریبی عدد به دست آمده از تقسیم است.
- ۲- در صورت توسعه این مفهوم تمامی محاسبات تعیین درصد خطا می تواند به کمک ماشین حساب مطرح شود.
- ۳- در صورت آشنایی دانش آموزان با برنامه نویسی کامپیوتر طرح پروژه برنامه «گرد کردن اعداد» مناسب است.

### حل بعضی از تمرین ها

۱: ردیف آخر جدول

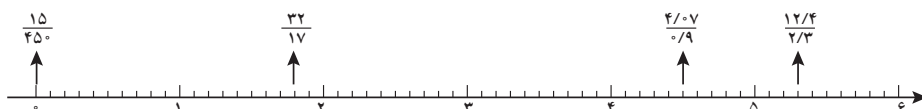
تقریب کمتر از ۱۰۰۰	تقریب کمتر از ۱	تقریب کمتر از ۰/۱	تقریب کمتر از ۱۰۰	روش تقریب	عدد
۰	۱۵۳/۰۰۰	۱۵۳/۲۰۰	۱۰۰/۰۰۰	قطع	۱۵۳/۲۶۱
۱۰۰۰	۱۹۸۹	۱۹۸۹	۱۹۰۰	قطع	۱۹۸۹
۰	۰	۰/۳	۰	قطع	۰/۳۴۲
۵۰۰۰/۰۰	۴۵۶۸/۰۰	۴۵۶۷/۸	۴۶۰۰/۰۰	گرد کردن	۴۵۶۷/۷۹
۱۷۰۰۰/۰۰۰	۱۷۷۶۲/۰۰	۱۷۷۶۲/۳	۱۷۸۰۰	گرد کردن	$\frac{17762}{264}$ باز پاسخ ثابت

سؤال ۲:

۷۹،۵۰۰ : ک

۸۰،۴۹۹ : ب

## سؤال ۴ :



$$\frac{15}{45} \approx 0 \quad \text{گرد کردن}$$

$$\frac{32}{17} \approx 1/8 \quad \text{قطع کردن}$$

$$\frac{4}{0.7} \approx 4/5 \quad \text{گرد کردن}$$

$$\frac{12}{4} \approx 5/3 \quad \text{قطع کردن}$$

سؤال ۵ : روش گرد کردن و با تقریب کمتر از  $10/000$

## بدهمی‌های درس

۱- دانش‌آموزان زمانی که با عبارت‌های «تقریب رقم صدگان» و یا «تقریب رقم دهگان» مواجه می‌شوند تصور می‌کنند باید رقم صدگان و یا دهگان را نیز حذف کنند.

۲- دانش‌آموزان در تقریب به روش قطع کردن و یا گرد کردن به جای رقم‌های حذف شده صفر قرار نمی‌دهند.

۳- برای به دست آوردن حاصل تقسیم اعداد اعشاری به روش گرد کردن و با تقریب کمتر از  $0.1$ ،  $0.01$  و یا  $0.001$  باید یک رقم بیشتر از تقریب مورد نظر، تقسیم اعشاری را حل کنیم در صورتی که دانش‌آموزان به این موضوع توجه کافی ندارند.

۴- دانش‌آموزان زمانی که قرار است عددی را با تقریب کمتر از  $10$ ،  $100$  و ... گرد و یا قطع کنند به جای آنکه به قسمت صحیح عدد نگاه کنند به قسمت اعشاری آن نگاه می‌کنند و اعمال را روی قسمت اعشاری انجام می‌دهند.



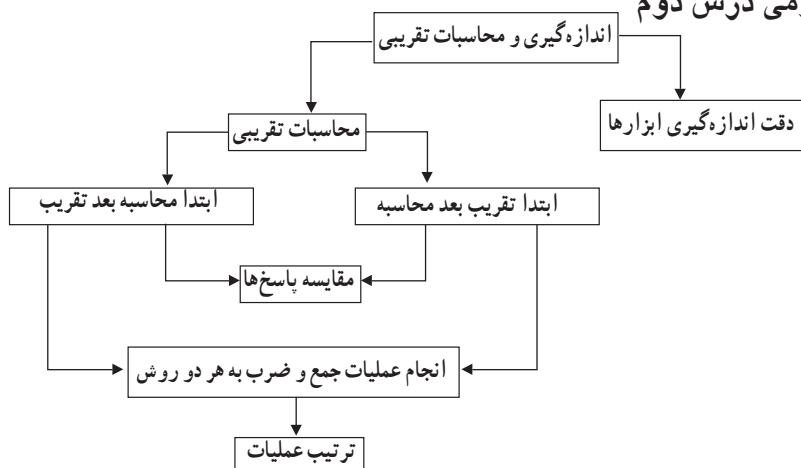


## اندازه‌گیری و محاسبات تقریبی

### اهداف

- ۱- برای هر نوع اندازه‌گیری با توجه به موضوع و اهمیت آن از ابزار و میزان تقریب مناسب استفاده می‌کند.
- ۲- در محاسبات تقریبی با توجه به شرایط از روش‌های (ابتدا محاسبه، سپس تقریب - ابتدا تقریب، سپس محاسبه)، به درستی استفاده می‌کند.
- ۳- اختلاف بین پاسخ تقریبی و پاسخ واقعی یک محاسبه را به دست می‌آورد.
- ۴- اختلاف بین پاسخ‌ها به روش‌های قطع کردن و گرد کردن در عملیات را باهم مقایسه می‌کند.
- ۵- مراحل ترتیب عملیات‌ها را صحیح انجام می‌دهد.
- ۶- مقدار اختلاف بین پاسخ تقریبی و واقعی یک ضرب  $(۶ \times ۴/۲۵)$  به روش قطع کردن را به کمک شکل نشان دهد.
- ۷- بداند در محاسبات تقریبی هرچه مقدار تقریب دقیق‌تر (کوچک‌تر) باشد به مقدار واقعی نزدیک‌تر است.

### نقشه مفهومی درس دوم



## روش تدریس

## فعالیت: ۱۳۷

در ابتدا با یک متر وارد کلاس شوید و از دانش‌آموزان بخواهید که قد خود را به کمک دوستانشان اندازه‌گیری کنند و اندازه‌ها را بیان کنند.

هدف اصلی این قسمت آشنا کردن دانش‌آموزان با این نکته است که برای هر نوع اندازه‌گیری نیاز به ابزار مناسب است و با توجه به موضوع و اهمیت آن مقدار تقریب (واحد تقریب) را متناسب انتخاب شود. در بسیاری از زمان‌ها نیازی به بیان دقیق مقدار پدیده‌ها نیست.

پس از بیان مثال‌های کتاب و بحث درباره آنها، از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌های دیگری از زندگی روزمره خود در این باره بیان کنند.

سعی کنید در هر یک از مثال‌ها مشخص کنید تا چه دقتی لازم است که پدیده و یا محاسبات مورد بررسی قرار گیرد و از دانش‌آموزان بخواهید این موضوع را توضیح دهند.

برای مثال دقت خط‌کشی که فقط واحد سانتی‌متر دارد یک سانتی‌متر است. یعنی این خط‌کش کمتر از یک سانتی‌متر را مشخص نمی‌کند.

برای اندازه‌گیری دقیق‌تر طول، با توجه به واحد می‌توانیم آن را به قسمت‌های کوچک‌تری تقسیم کنیم. به‌طور مثال ۱ سانتی‌متر برابر ۱۰ میلی‌متر است پس هر سانتی‌متر را می‌توانیم به ۱۰ تا میلی‌متر تقسیم کنیم. دقت خط‌کش که میلی‌متر دارد ۱ میلی‌متر است یعنی خط‌کش کمتر از یک میلی‌متر را مشخص نمی‌کند. دقت اندازه‌گیری با توجه به موضوع و اهمیت آن مورد بررسی و انتخاب می‌گردد.

اندازه‌گیری تب یک کودک بیمار ← با تقریب کمتر از ۱/۰ درجه

اندازه‌گیری وزن یک قطعه فلزی گران‌بها ← با تقریب کمتر از ۱/۰۰۰ گرم

## بررسی سؤال‌های کار در کلاس صفحه ۱۳۸

پاسخ سؤال ۱- یک سانتی‌متر

پاسخ سؤال ۲- یک سانتی‌متر و ۵ میلی‌متر

پاسخ سؤال ۳- ب) متر خیاطی که فقط سانتی‌متر شمار دارد.

پ) صفحه کیلومتر شمار خودرو

## تمرین صفحه ۱۳۸

تمرین ۱- با توجه به اندازه‌های مختلف جعبه‌های دستمال کاغذی جواب این تمرین باز پاسخ می‌باشد.

و دانش‌آموزان اندازه‌گیری را تا سانتی‌متر محاسبه می‌کنند و کمتر از ۱ سانتی‌متر را در نظر نمی‌گیرند.

**تمرین ۲-** حجم یک قوطی کبریت با تقریب کمتر از ۱ میلی‌متر است و کمتر از ۱ میلی‌متر را در نظر نمی‌گیرند و حجم را به دست می‌آورند.

**تمرین ۳-** وزن خود یا دوستان را با تقریب کمتر از ۱ کیلوگرم به روش گرد کردن به دست بیاورند آن مقدار که کمتر از ۵۰۰ گرم باشد حذف خواهد شد. و از ۵۰۰ گرم به بالا را حذف می‌کنند و یک کیلوگرم به وزن اضافه می‌کنند مثال: ۴۹۰ → ۴۹۰/۴۰۰ کیلوگرم  
۴۵ → ۴۴/۵۵۰ کیلوگرم

### توصیه‌های آموزشی برای درک بهتر مقدار اختلاف محاسبات تقریبی

استفاده از عددهای تقریبی می‌تواند تصور خوبی از پاسخ عملیات مختلف بدهد بنابراین توصیه می‌شود مراحل زیر را انجام دهید تا دانش‌آموزان به درک اختلاف حاصل عبارت تقریبی با مقدار واقعی پی ببرند.

از دانش‌آموزان بخواهید ابتدا مقدار تقریب را مشخص کنند و هر عدد را با توجه به مقدار تقریب انتخابی تقریب بزنند. و حاصل تقریبی عبارت ریاضی را با مقدار تقریب انتخابی محاسبه کنند. سپس پاسخ عبارت‌های ریاضی را با عددهای واقعی و بدون تقریب زدن، محاسبه کنید پاسخ عبارت‌ها، با عددهای بدون تقریب (واقعی) را با پاسخ عبارت‌ها با عددهای تقریبی مقایسه کنید.

در صورتی که جواب عملیات شما با عددهای بدون تقریب (واقعی) با پاسخ عددهای تقریبی به دست آمده اختلاف زیادی دارد بهتر است دوباره راه حل خود را بررسی کنید. دلیل این اختلاف و اشکال خود را پیدا کنید.

### روش تدریس

#### فعالیت صفحه ۱۳۸

در فعالیت شماره ۱ دانش‌آموزان ابتدا مساحت فرش را محاسبه می‌کنند و سپس مساحت فرش را با تقریب کمتر از ۱٪ به دست می‌آورند. (ابتدا محاسبه - سپس تقریب) در انجام محاسباتی که ارزش و اهمیت موضوع مورد محاسبه برای ما مهم باشد دو نکته را باید توجه کرد:

۱- میزان تقریب را دقیق‌تر انتخاب کنیم.

۲- ابتدا محاسبه را انجام دهیم و سپس حاصل را تقریب بزنیم که به اندازه واقعی نزدیک‌تر است و مقدار خطای تقریب کمتر خواهد بود.

در فعالیت شماره ۲ دانش‌آموزان برای محاسبه یک ورق نئوپان ابتدا اعداد اندازه‌ها را با تقریب کمتر از  $\frac{1}{10}$  تقریب می‌زنند و سپس محاسبه را انجام می‌دهیم (ابتدا تقریب و سپس محاسبه) دانش‌آموزان با انجام این دو فعالیت باید درک کنند که در محاسبات تقریبی، با توجه به شرایط و ارزش و اهمیت موضوع، بعضی مواقع ابتدا اعداد را تقریب می‌زنیم و سپس محاسبه را انجام می‌دهیم و بعضی مواقع ابتدا محاسبه را انجام می‌دهیم و سپس حاصل را تقریب می‌زنیم.

برای محاسبه مساحت فرش دست‌باف با توجه به ارزش و اهمیت، هم مقدار تقریب دقیق‌تر و هم ابتدا محاسبه و سپس تقریب برای محاسبه مساحت ورق نئوپان با توجه به کم‌اهمیت بودن آن نسبت به فرش دست‌باف هم مقدار تقریب بیشتر است و هم ابتدا تقریب و سپس محاسبه حاصل در نظر است.

### بررسی سؤالات کار در کلاس صفحه ۱۳۹

$$۱- \text{مقدار واقعی} \xleftarrow{\text{کیلوگرم}} ۱/۷۵۰ = ۳/۵ \times ۵۰۰$$

$$\text{به روش گرد کردن} \xleftarrow{\text{کیلوگرم}} ۲/۰۰۰ = ۴ \times ۵۰۰$$

$$\text{به روش قطع کردن} \xleftarrow{\text{کیلوگرم}} ۱/۵۰۰ = ۳ \times ۵۰۰$$

۲- الف)

$$\frac{1}{3} \cong \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{حاصل با تقریب کمتر از } \frac{1}{10} \text{ به روش گرد کردن}} \frac{1}{25} = \frac{1}{13} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} \xrightarrow{\text{مقدار تقریبی اعداد با تقریب کمتر از } \frac{1}{10} \text{ به روش گرد کردن}} \frac{1}{13} + \frac{1}{12}$$

آیا نتیجه‌ها یکی هستند؟ خیر، ابتدا محاسبه و سپس تقریب زدن به جواب واقعی نزدیک‌تر است.

$$۳- \text{ابتدا محاسبه و سپس با تقریب کمتر از } \frac{1}{10} \text{ قطع کردن } \frac{1}{2} \cong \frac{1}{25} = \frac{1}{13} + \frac{1}{12}$$

$$\text{ابتدا تقریب زدن و سپس محاسبه با تقریب کمتر از } \frac{1}{10} \text{ قطع کردن } \frac{1}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1}$$

آیا نتیجه‌ها یکی هستند؟ بله چون در تقریب زدن به روش قطع کردن مقداری که در هر دو مرحله حذف می‌شود یکسان است و پاسخ‌ها یکی است.

۴-

$$\begin{array}{ccc}
 \frac{3}{141} & \xrightarrow{\text{با تقریب کمتر از } 0/1} & \frac{3}{1} \\
 + \frac{2}{761} & & + \frac{2}{7} \\
 \hline
 5/902 & \xrightarrow{\text{با روش قطع کردن}} & 5/8 \\
 \text{پاسخ واقعی} & & \text{به روش گرد کردن}
 \end{array}$$

– حاصل جمع با تقریب کمتر از  $0/1$  به روش قطع کردن  $5/8$

– حاصل جمع با تقریب کمتر از  $0/1$  به روش گرد کردن  $5/9$

– پاسخ واقعی جمع  $5/902$

در محاسبه جمع، گرد کردن به مقدار پاسخ واقعی نزدیک تر است.

### فعالیت پیشنهادی

۱- در روش اول هر عدد را با تقریب کمتر از ۱ و به روش گرد کردن تقریب می‌زنیم و سپس محاسبه می‌کنیم مقدار اختلاف بین پاسخ تقریبی و پاسخ واقعی را خطای تقریب می‌نامیم. (ابتدا تقریب و سپس محاسبه)

$$\text{مقدار پاسخ واقعی} \leftarrow 28/64 = 10/75 + 14/46 + 3/43$$

$$\text{مقدار پاسخ تقریبی با تقریب کمتر از ۱ به روش گرد کردن} \leftarrow 28 = 11 + 14 + 3$$

$$\text{خطای تقریب} \leftarrow 28/64 - 28 = 0/64$$

۲- در روش دوم ابتدا محاسبه جمع را انجام می‌دهیم و سپس تقریب می‌زنیم. بنابراین چون این سه عدد یکبار تقریب زده می‌شوند و در جمع کردن این سه عدد، مقدار خطای تقریب آنها نیز باهم جمع شده‌اند حاصل عبارت با مقدار واقعی اختلاف دارد.

$$\text{پاسخ با تقریب کمتر از ۱ و به روش گرد کردن} \leftarrow 29 \approx 28/64 = 10/75 + 14/46 + 3/43$$

$$29 - 28/64 = 0/36$$

۳- در روش اول که ابتدا با تقریب کمتر از ۱ تقریب زدیم (با روش گرد کردن) و سپس محاسبه انجام دادیم حاصل ۲۸ شد.

۴- در روش دوم حاصل عبارت  $(28/64)$  به دست آوردیم و سپس حاصل را با تقریب کمتر از ۱ به روش گرد کردن محاسبه کردیم (ابتدا محاسبه و سپس تقریب) جواب ۲۹ شد و یکبار خطای تقریب در محاسبه عبارت تأثیر داشت.

۵- در روش دوم چون فقط یکبار تقریب زده شده است پس پاسخ تقریبی با پاسخ واقعی اختلاف کمتری دارد.  
 $۰/۳۶ = ۲۸/۶۴ - ۲۹$

۶- بنابراین پاسخ تقریبی در روش اول و دوم باهم اختلاف دارند (به اندازه ۱ واحد)

۷- برای اینکه مقدار خطا و اختلاف را کمتر کنیم باید مقدار تقریب را دقیق تر انتخاب کنیم (۱/۰ و یا ۱/۰ یا ...)

## روش تدریس

فعالیت صفحه ۱۴۰ (مراحل ترتیب عملیات)

می خواهیم حاصل عبارت زیر را محاسبه کنیم.

$$۸ - ۲ \times ۳ = \begin{array}{l} \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} (۸ - ۲) \times ۳ = ۱۸ \text{ راه اول} \\ \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} ۸ - (۲ \times ۳) = ۲ \text{ راه دوم} \end{array}$$

همان طور که می بینید پاسخ عبارت  $۸ - ۲ \times ۳$  به دو روش بالا با یکدیگر متفاوت است بنابراین باید برای انجام عملیات ریاضی قرارداد یکسانی را داشته باشیم تا حاصل عبارت های ریاضی یکسان شود. بنابراین، این چنین قرارداد می کنیم:

اگر یک عبارت پراتز داشت از داخلی ترین پراتز محاسبات را شروع می کنیم. اگر ترتیب انجام عملیات با پراتز مشخص نشده بود ابتدا باید ضرب و تقسیم و سپس جمع و تفریق را انجام دهید. برای انجام عملیات ضرب یا تقسیم، از سمت چپ به راست محاسبه کنید و اولویت انجام عملیات، با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد.

مثلاً برای انجام عملیات  $(۱۲ \div ۳ \times ۴)$  ابتدا عملیات تقسیم و سپس ضرب را انجام می دهیم. برای انجام عملیات جمع یا تفریق، از سمت چپ به راست محاسبه می کنیم و اولویت انجام عملیات با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد. مثلاً برای انجام عملیات  $(۱۲ - ۳ + ۴)$  ابتدا عملیات تفریق و سپس جمع را انجام می دهیم.

بنابراین در انجام عملیات این فعالیت راه حل دوم صحیح است زیرا اولویت انجام عملیات، اول با ضرب و سپس با تفریق است.  $۸ - (۲ \times ۳) = ۸ - ۶ = ۲$

## توصیه آموزشی برای اولویت انجام عملیات صفحه ۱۴۰

دانش آموزان با انجام این فعالیت مراحل ترتیب و اولویت انجام عملیات را درک می کنند که به ترتیب زیر می باشد.

### ۱- اول محاسبه پранتزاها

اگر یک عبارت پранتزا داشت از داخلی ترین پранتزاها انجام محاسبات را شروع می کنیم تا حاصل تمام پранتزاها محاسبه شود.

### ۲- محاسبه ضرب یا تقسیم

وقتی که حاصل پранتزاها به دست آمد، و یا اگر ترتیب عملیات با پранتزا مشخص نشده باشد عملیات مربوط به ضرب و تقسیم را انجام می دهند. انجام ضرب و تقسیم نسبت به هم اولویت ندارند از سمت چپ به راست شروع می کنند هر کدام که اول بود را انجام می دهند و سپس بعدی را انجام می دهند.

### ۳- محاسبه جمع یا تفریق

جمع و تفریق هم مانند ضرب و تقسیم اولویتی نسبت به هم ندارند و هر کدام که سمت چپ تر قرار دارد نسبت به دیگری اولویت دارد.

برای انجام عملیات ضرب یا تقسیم، از سمت چپ محاسبه را شروع می کنند و اولویت انجام عملیات، با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد.

مثلاً برای انجام عملیات  $(4 \times 3 \div 12)$  ابتدا عملیات تقسیم و سپس ضرب را انجام می دهند. برای انجام عملیات جمع و یا تفریق از سمت چپ محاسبه را شروع می کنند و اولویت انجام عملیات، با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد.

مثلاً برای انجام عملیات  $(4 + 3 - 12)$  ابتدا عملیات تفریق و سپس جمع را انجام می دهند.

### فعالیت پیشنهادی برای محاسبه ضرب های تقریبی

$$8 \times 3/26 =$$

۱- در روش اول عدد  $3/26$  را با تقریب کمتر از  $1/10$  و به روش گرد کردن محاسبه می کنیم که برابر  $3/3$  است. (ابتدا تقریب و سپس محاسبه)

۲- چون عدد تقریبی  $3/3$  باید ۸ برابر شود سپس ۸ را در  $3/3$  ضرب می شود.  $(8 \times 3/3 = 26/4)$

۳- در روش اول که ۸ را در عدد تقریبی ضرب می کنیم. مقدار اختلاف پاسخ تقریب ۸ برابر می شود و حاصل عبارت با پاسخ واقعی اختلاف بیشتری پیدا می کند.

۴- در روش دوم که ابتدا محاسبه و سپس تقریب حاصل است با تقریب کمتر از  $1/10$  به روش گرد کردن پاسخ  $26/1$  را به دست می آوریم.

$$8 \times 3/26 = 26/1 \approx 26/10$$

۵- در روش دوم فقط یک بار (حاصل عبارت) را تقریب می‌زنیم سپس فقط، یک بار مقدار حذف شده تقریب در محاسبه عبارت تأثیر دارد.

۶- در روش دوم چون فقط یک بار تقریب زده می‌شود پس پاسخ تقریبی عبارت با مقدار پاسخ واقعی عبارت اختلاف کمتری دارد.

۷- پاسخ تقریبی عبارت در روش اول و دوم باهم به اندازه  $\frac{1}{3}$  اختلاف دارند.

۸- بنابراین اگر در محاسبات تقریبی ضرب‌ها ابتدا تقریب بزنیم و سپس محاسبه را انجام دهیم. مقدار اختلاف تقریب در محاسبات باهم جمع شده و حاصل جواب تقریبی با پاسخ واقعی اختلاف بیشتری پیدا می‌کند.

پس بهتر است در محاسبات تقریبی ضرب ابتدا محاسبه و سپس تقریب زده شود.

### حل بعضی از سؤال‌های کار در کلاس صفحه ۱۴۰

۱- با توجه به قرارداد حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\text{الف)} \quad 5 + (3 - (1 + (\frac{0}{71} - \frac{0}{3}))) \div 3 = 5 + (3 - (1 + \frac{0}{68})) \div 3 =$$

$$5 + (3 - \frac{1}{68}) \div 3 = 5 + \frac{1}{32} \div 3 = 5 + \frac{0}{44} = \frac{5}{44}$$

$$\text{ب)} \quad 8 \div 2 + 3 \times 7 + 4 \times 13 - 5 - 2 = 4 + 21 + 52 - 5 - 2 =$$

$$25 + 52 - 5 - 2 = 77 - 5 - 2 = 72 - 2 = 70$$

۲- عدد  $\frac{4}{25}$  را با تقریب کمتر از ۱ و به روش قطع کردن برابر ۴ است. مقدار اختلاف تقریب برابر  $\frac{0}{25}$  است. (این مقدار با توجه به میزان تقریب کم ارزش است) این عدد باید در ۴ ضرب شود زیرا می‌خواهیم بدانیم ۴ سطح چهارتایی برابر چند می‌شود. (۱۶ تا) چون عدد تقریبی ۴، در ۴ ضرب شده است بنابراین مقدار اختلاف تقریب نیز چهار برابر می‌شود.

(این مقدار خطای تقریبی (۱ واحد) با توجه به میزان تقریب ارزش دارد.)

پس اگر قبل از محاسبه عملیات ضرب عددی را تقریب بزنیم و سپس حاصل را به دست آوریم مقدار خطای تقریب در محاسبات باهم جمع شده و حاصل تقریبی از عدد واقعی اختلاف پیدا می‌کند. با توجه به شکل حذف  $\frac{0}{25}$  باعث می‌شود حاصل چهار برابر شدن محاسبه تقریبی به اندازه ۱ واحد از مقدار واقعی کمتر شود.

$$\text{پاسخ واقعی } 17 = 4 \times \frac{4}{25}$$



$$۴/۲۵ \approx \xrightarrow{\text{با تقریب کمتر از ۱}} ۴$$

$$۴ \times ۴ = ۱۶ \text{ پاسخ محاسبه تقریبی}$$

کار در کلاس ۳ صفحه ۱۴۱

کدام یک به مقدار واقعی نزدیک تر است؟ محاسبه احمد با تقریب کمتر از ۱ به مقدار واقعی نزدیک تر است. هرچه مقدار تقریب کوچک تر باشد پاسخ محاسبات تقریبی به پاسخ واقعی محاسبات نزدیک تر و دقیق تر است.

حل کار در کلاس ۴ — اول محاسبه پرانتز بعد محاسبه ضرب و آخر تفریق

$$۱/۱ - ۰/۲ \times (۰/۴۳ + ۱/۰۷) = \text{الف}$$

$$۱/۱ - ۰/۲ \times ۱/۵۰ = ۱/۱ - ۰/۳ = ۰/۸$$

$$۴/۵ \div ۱/۵ + ۱/۲ \times ۳ = ۳ + ۳/۶ = ۶/۶ \text{ ب)}$$

حل کار در کلاس ۵

$$۲\frac{۱}{۲} + ۱\frac{۱}{۳} \times \frac{۴}{۵} = ۲\frac{۱}{۲} + \frac{۴}{۳} \times \frac{۴}{۵} = ۲\frac{۱}{۲} + \frac{۱۶}{۱۵} = ۲\frac{۱۵}{۳۰} + \frac{۳۲}{۳۰} = \text{الف}$$

$$۲\frac{۴۷}{۳۰} = ۲ + ۱\frac{۱۷}{۳۰} = ۳\frac{۱۷}{۳۰} = ۳/۵۶ \approx ۳/۶$$

$$۶ + (۳ + (۱ + (۰/۷۱ - ۰/۳۹))) \div ۳ = ۶ + (۳ + (۱ + ۰/۳۲)) \div ۳ = \text{ب)}$$

$$۶ + (۳ + ۱/۳۲) \div ۳ = ۶ + ۴/۳۲ \div ۳ = ۶ + ۱/۴۴ = ۷/۴۴$$

تمرین ۱ صفحه ۱۴۱

$$۵/۳۷ + ۷/۴۴ - ۶/۴۸ =$$

$$\left. \begin{array}{l} ۵ + ۷ - ۶ = ۶ \text{ با روش قطع کردن} \\ ۵ + ۷ - ۶ = ۶ \text{ با روش گرد کردن} \end{array} \right\} \text{ابتدا تقریب کمتر از ۱ سپس محاسبه}$$

$$\left. \begin{array}{l} ۱۲/۸۱ - ۶/۴۸ = ۶/۳۳ \approx ۶ \text{ با روش قطع کردن} \\ ۱۲/۸۱ - ۶/۴۸ = ۶/۳۳ \approx ۶ \text{ با روش گرد کردن} \end{array} \right\} \text{ابتدا محاسبه سپس تقریب کمتر از ۱}$$

تمرین ۲ صفحه ۱۴۱

$$۴/۳۱ + ۷/۹ - ۶/۸۲ = ۱۲/۲۱ - ۶/۸۲ = ۵/۳۹$$

پاسخ واقعی ←

$$۴/۳۱ + ۷/۹ - ۶/۸۲ = ۱۲/۲۱ - ۶/۸۲ = ۵/۳۹ \approx ۵ \text{ ابتدا محاسبه و سپس تقریب}$$

ابتدا تقریب کمتر از ۱ با روش گرد سپس محاسبه

$$۴/۳۱ + ۷/۹ - ۶/۸۲ = ۴ + ۸ - ۷ = ۱۲ - ۷ = ۵$$

اختلاف محاسبه  $۵/۳۹ - ۵ = ۰/۳۹$

$$۱۳\frac{۱}{۴} - ۱\frac{۵}{۶} = ۱۲\frac{۱}{۴} - \frac{۵}{۶} = ۱۲\frac{۳}{۱۲} - \frac{۱۰}{۱۲} = \frac{۱۴۷}{۱۲} - \frac{۱۰}{۱۲} = \frac{۱۳۷}{۱۲} = ۱۱/۴۱ \leftarrow \text{پاسخ واقعی}$$

$$۱۱/۴۱ \xrightarrow{\text{با تقریب کمتر از ۱}} ۱۱$$

ابتدا محاسبه و سپس تقریب  $\leftarrow$  اختلاف محاسبه  $۱۱/۴۱ - ۱۱ = ۰/۴۱$

$$۱۳\frac{۱}{۴} - ۱\frac{۵}{۶} = ۱۳ - ۱ = ۱۲ \text{ ابتدا تقریب و سپس محاسبه}$$

$$۱۲ - ۱۱/۴۱ = ۰/۵۹ \text{ ابتدا تقریب و سپس محاسبه اختلاف محاسبه}$$

### تمرین ۳ صفحه ۱۴۱

$$۱۳/۱ - ۱/۲ \times ۱۰ = ۱۳/۱ - ۱۲/۰ = ۱/۱$$

$$۱۰ - ۰/۱ \times (۴/۷ - ۳/۵) = ۱۰ - ۰/۱ \times ۱/۲ = ۱۰ - ۰/۱۲ = ۹/۸۸$$

$$۴/۳ - ۱/۱۷ = ۳/۱۳$$

$$۴/۳ + ۱\frac{۲}{۳} = ۴\frac{۳}{۱۰} + ۱\frac{۲}{۳} = ۵\frac{۹}{۳۰} + \frac{۲۰}{۳۰} = ۵\frac{۲۹}{۳۰} = ۵/۹۶$$

$$۱۲ - \frac{۲}{۵} + ۱\frac{۳}{۵} = ۱۱\frac{۵}{۵} - \frac{۲}{۵} + ۱\frac{۳}{۵} = ۱۱\frac{۳}{۵} + ۱\frac{۳}{۵} = ۱۲\frac{۶}{۵} = ۱۲ + ۱\frac{۱}{۵} = ۱۳\frac{۱}{۵}$$

$$۳\frac{۱}{۴} - ۱/۱۷ = ۳/۲۵ - ۱/۱۷ = ۲/۰۸$$

$$۰/۲ \times ۱\frac{۳}{۷} = \frac{۲}{۱۰} \times ۱\frac{۳}{۷} = \frac{۲}{۷} \times \frac{۱۰}{۷} = \frac{۲}{۷}$$

$$\frac{۷}{۳} = ۷ \times \frac{۱}{۳} = ۷ \times ۰/۳ = ۲/۱$$

### تمرین ۴ صفحه ۱۴۱

$$\frac{۷}{۳} = ۷ \div ۳ = ۲/۳۳۳۳۳ \approx ۲/۳$$

اگر در روش اول ابتدا بدون تقریب ابتدا ۷ را در  $۰/۳۳$  ضرب کنیم و بعد پاسخ را تقریب بزنیم پاسخ‌ها یکی می‌شود. (ابتدا محاسبه و سپس تقریب)

### بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

- ۱- عدم درک کامل از کاربرد تقریب در محاسبات تقریبی با توجه به شرایط (ابتدا تقریب، سپس محاسبه، ابتدا محاسبه، سپس تقریب)
- ۲- اینکه همیشه گرد کردن در محاسبات تقریبی به مقدار واقعی نزدیک‌تر نیست و بلکه در بیشتر موارد می‌تواند نزدیک باشد.
- ۳- بدهمی در ترتیب انجام عملیات‌ها که در ضرب و تقسیم، تصور دانش‌آموزان این است که ترتیب عملیات با ضرب است و در جمع و تفریق ترتیب ابتدا با جمع است.

## مرور فصل

### فرهنگ نوشتن

هدف «فرهنگ نوشتن» این است که دانش‌آموزان بتوانند ایده‌های خود را درباره مفاهیم مختلف ریاضی که در این فصل یادگرفته و رابطه این مفاهیم را به زبان ساده بیان نمایند و بنویسند تا از این طریق بتوانند کنترل بیشتری بر فرایند یادگیری خود داشته باشند. بنابراین طبیعی است که جملات دانش‌آموزان با یکدیگر متفاوت باشد و نباید انتظار داشته باشیم که دانش‌آموزان بتوانند افکار خود را با اصطلاحات و جمله‌های کاملاً درست بیان کنند.

### تمرین‌ها

سؤال ۱: هدف این سؤال این است که دانش‌آموزان بتوانند با استفاده از روش‌های تقریب سن دانش‌آموزان داده شده را به سال تقریب بزنند.

دانش‌آموزانی که قسمت ماه‌های سال آنها زیر ۶ ماه باشد به روش قطع کردن آن مقدار از ماه‌ها نیز حذف می‌شوند. و دانش‌آموزانی که قسمت ماه‌های سال آنها از ۶ ماه به بالاتر باشد به روش گرد کردن آن مقدار از ماه‌ها حذف می‌شود و یک سال به سال آنها اضافه می‌شود.

۱۲  $\xrightarrow{\text{روش قطع کردن ۳ و ۱۲}}$  ماه سال

۱۲  $\xrightarrow{\text{روش گرد کردن ۶ و ۱۱}}$

۱۰  $\xrightarrow{\text{روش گرد کردن ۱۰ و ۹}}$

۱۲  $\xrightarrow{\text{روش قطع کردن ۵ و ۱۲}}$

سؤال ۲: هدف تبدیل اعداد کسری به اعداد اعشاری و تقریب زدن با تقریب کمتر از ۰/۰۱

به طوری که با مقدار واقعی شان برابر باشد.

$$\frac{1}{4} = 0/25 = 0/25 \quad \frac{2}{8} = 0/25$$

$$\frac{1}{2} = 0/50 = 0/50 \quad \frac{3}{4} = 0/75$$

سؤال ۳

$$15/2671 \quad 15/2673 \quad 15/2675 \quad 15/2678$$

سؤال ۴

$$\frac{19}{37} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{11}{21} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{17}{39} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{50}{107} = \frac{50}{110} = \frac{5}{11}$$

$$\frac{56}{1225} = \frac{60}{1230} = \frac{6}{123} = \frac{2}{41}$$

سؤال ۵:

$$4325/7 \approx 4325 \leftarrow \text{با تقریب کمتر از } 1$$

$$7208/125 \approx 7208/12 \leftarrow 0/01 \text{ با تقریب کمتر از}$$

$$7208/1254 \approx 7208/125 \leftarrow 0/001 \text{ با تقریب کمتر از}$$

سؤال ۶:

الف) تقریب کمتر از ۰/۰۱ به عدد واقعی نزدیک تر است.

ب) ۱۰ سانتی متر

پ) ۱۰۰ گرم

